

$\text{rg}(A) =$ nombre de lignes non nulles obtenues après échelonnage

$\text{rg}(A) \leq \min(n, p)$

$\text{rg}(A) = \text{rg}(tA)$

$\forall P \in GL_n(K), \text{rg}(A) = \text{rg}(PA)$

$\forall Q \in GL_p(K), \text{rg}(A) = \text{rg}(AQ)$

$\forall P \in GL_n(K), \forall Q \in GL_p(K), \text{rg}(A) = \text{rg}(PAQ)$

Si $n=p$

$\text{rg}(A) = n \iff \det A \neq 0$

$\text{rg}(A)$ avec $A \in M_{n,p}(K)$

$\text{rg}(A) = r \leq \min(n, p)$

$\exists Q \in GL_p(K), \exists P \in GL_n(K)$

$PAQ =$

$$\begin{pmatrix} I_r & 0 & 0 \\ 0 & 1_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \alpha_1 \dots \alpha_r \\ \beta_1 \dots \beta_0 \end{matrix}$$

$\text{rg}(A) = \text{rg}(B)$

$\exists P \in GL_n(K), Q \in GL_p(K), B = PAQ$

opération echelonnage le rg

$L_i \leftrightarrow L_j$
 $L_i \leftarrow \alpha L_i + \sum_{j \neq i} \alpha_j L_j$
 avec $\alpha_i \neq 0$

$C_i \leftrightarrow C_j$
 $C_i \leftarrow \sum_{j \neq i} \alpha_j C_j + \alpha_i C_i, \alpha_i \neq 0$

$$\text{rg}(f) = \dim(\text{Im } f)$$

$$= \dim \text{vect}(f(e_1), \dots, f(e_n))$$

avec $B = (e_1, \dots, e_n)$ base de E

$$\text{rg}(f) = \text{rg}(\text{Mat}(f, B_1, B_2))$$

avec B_1 base de E

et B_2 " de F

• Le nombre de valeurs colonnes libres

• Le nombre de vecteurs lignes libres

$$\text{rg } f = \dim E \iff f \text{ surjective}$$

$$\text{rg } f = \dim F \iff f \text{ injective}$$

$$\text{rg}(f) \leq \min(\dim E, \dim F)$$

$$f: E \rightarrow F \text{ linéaire}$$

$$\dim E < \infty \text{ et } \dim F < \infty$$

$$\text{rg}(g \circ f) = \text{rg}(f)$$

g isomorphisme

$$\text{rg}(f \circ h) = \text{rg}(f)$$

h isomorphisme

Théorème du rang

$$\dim E = \dim \ker(f) + \dim \text{Im } f$$

$$\text{rg}(f)$$