

Soit $F = \text{vect}(\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$
 F est $\mathcal{M}$ -stable par $U \iff$
 $U(\epsilon_i) \in F, \forall i \in \{1, \dots, n\}$

$U(F) \subset F \iff$
 $\forall x \in F, U(x) \in F$

Si F et G sont
 $\mathcal{M}$ -stables par U
 alors $F \cap G$ est stable
 et $F + G$ est stable

F sous-espace $\mathcal{M}$ -stable.
 pour $U \in \mathcal{X}(E)$

Soit $\dim E < \infty$ et F $\mathcal{M}$ -stable
 avec $E = F \oplus G$
 $B_F = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_p)$ base de F
 $B_G = (\epsilon_{p+1}, \dots, \epsilon_m)$ base de G
 $B = B_F \cup B_G$ alors
 $M(U, B) = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$

2

Si $U \circ V = V \circ U$
 (U et V commutent)
 alors $\ker U, \text{Im}(U)$ et
 $E_\lambda(U) = \ker(U - \lambda \text{Id}_E)$ sont
 $\mathcal{M}$ -stables par V

Si $U \circ V = V \circ U$
 alors $\forall P \in K[X], \forall Q \in K[X]$
 $P(U) \circ Q(V) = Q(V) \circ P(U)$
 $\ker Q(V), \text{Im } Q(V)$ sont
 $\mathcal{M}$ -stables par $P(U)$

$\forall P \in K[X]$
 $\ker P(U)$ et
 $\text{Im } P(U)$ sont
 $\mathcal{M}$ -stables par U

$E = F \oplus F^\perp$
 F $\mathcal{M}$ -stable par $U, \forall k \in \{1, \dots, p\}$
 $\exists B$ base de E tq
 $M(U, B) = \begin{pmatrix} A_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_p \end{pmatrix}$