

$$\lambda \in K \wedge \forall p \text{ de } U \Leftrightarrow \exists x \neq 0 \in E \text{ q } U(x) = \lambda x$$

$$\ker(U - \lambda \text{id}_E) \neq \{0\}$$

$$U - \lambda \text{id}_E \text{ n'est pas injective}$$

$$\dim E > 0 \Leftrightarrow U - \lambda \text{id}_E \text{ n'est pas bijective}$$

$$\det(U - \lambda \text{id}_E) = 0$$

$$\Delta \text{ racine de polynôme caractéristique}$$

$$E_\lambda = \ker(U - \lambda \text{id}_E) \text{ est un s.e.v de } E$$

$$= \{0 \in U \mid \text{vecteurs propres}\}$$

pour espace propre

$$\bullet \text{ Si } x \in \vec{v}_p \text{ associé à } \lambda, \text{ alors } \forall \alpha \in K, \alpha x \text{ " " " "}$$

$$\bullet \text{ Si } x \in \vec{v}_p \text{ associé à } \lambda \text{ et } y \text{ " " " " à } \lambda, \text{ alors } x+y \in \vec{v}_p \text{ " " " " à } \lambda$$

$$\text{car } (x+y) \cdot \vec{v}_p \text{ " " " " à } \lambda$$

$$\text{On pose } Sp(U) = \{ \lambda \in K \text{ tq } \lambda \text{ v.p de } U \}$$

$$\text{Si } F \text{ est stable par } U, \text{ alors } Sp(U_F) \subset Sp(U)$$

$$0 \text{ v.p de } U \Leftrightarrow U \text{ n'est pas injective}$$

$$\dim E < \infty \Leftrightarrow U \text{ n'est pas bijective}$$

$$\text{Si } \lambda \text{ v.p de } U \text{ associé à un } \vec{v}_p x, \text{ alors } \lambda^n \text{ " " " " à } x$$

$$P(\lambda) \text{ " " " " } P(U) \text{ " " " " } \forall p \in K[X]$$

valeur propre et sous-espace propre de $U \in \mathcal{L}(E)$
 E est un K -e.v

$$1 \leq \dim E_\lambda \leq \text{mult}(\lambda)$$

$$E_\lambda \text{ est stable par } U$$

$$\text{Si } U \circ v = v \circ U, \text{ alors } E^{(U)} \text{ est stable par } v$$

$$Sp(U) \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists D \text{ une droite vectorielle stable par } U$$

Si $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ sont des v.p de U scs et
 Alors les sous-espaces propres $E_{\lambda_1}, \dots, E_{\lambda_p}$ sont en somme directe
 $E_{\lambda_1} + \dots + E_{\lambda_p} = \bigoplus_{k=1}^p E_{\lambda_k}$

Si $x_i \in \vec{v}_p$ associé à λ_i avec $\lambda_i \neq \lambda_j$
 Alors $(x_1, \dots, x_p)$ libre

$$\text{Card } Sp(U) \leq \dim E$$

$$\text{Si } \lambda \text{ v.p simple alors } \dim E_\lambda = 1$$