

Def: $\forall x, y \in E^v$
 $\langle f(x), y \rangle = \langle x, f(y) \rangle$

$\cdot$ F stable par U
 $U =$ endo symétrique

F n.e.v. de E

F stable par f

$F^\perp$ stable par f

$\cdot$ P : projecteur orthogonal

$\cdot$ λ : symétrique
 orthogonale

$E = \text{Im } f \oplus \text{ker } f$

P : projecteur ortho et symétrique

P : projecteur orthogonal

$\text{Im } f = (\text{ker } f)^\perp$

f : Endo symétrique
 sur un espace euclidien

$\text{Sp}(f) \subset \mathbb{R}$

le polynôme caractéristique de f est divisible dans $\mathbb{R}[x]$

$\forall \lambda, p \in \text{Sp}(f)$ avec $\lambda \neq p$
 $E_\lambda \perp E_p$

Théorème Spectral
 f est diagonalisable dans une B.O.N. formée de vecteurs propres de f

$E = \bigoplus_{i=1}^p E_{\lambda_i}$
 $(\lambda_1, \dots, \lambda_p) \in \mathbb{R}^p$

La matrice de f dans une B.O.N. est Symétrique
 $M(f, B) \in \text{Sn}(\mathbb{R})$

$\exists P \in \text{O}_n(\mathbb{R})$ tq.
 $M(f, B) = {}^t P D P$