

Def: Soit I un intervalle non vide de $\mathbb{R}$
 On dit $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ est **Convexe** si
 $\forall x \in I, \forall y \in I, \forall \lambda \in [0, 1]$
 $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \leq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$

Inégalité de Jensen:
 $n \in \mathbb{N}^*, \{x_i\}_{i=1}^n$
 $\forall \lambda_1, \dots, \lambda_n \in [0, 1], \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$
 $\forall x_1, \dots, x_n \in I$
 $f(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i) \leq \sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i)$

Si f est convexe, alors
 f admet une **dérivée**
 à droite et à gauche en tout
 point

Si f est convexe, alors
 f est **continue**

Si f est convexe, alors $\forall x_0 \in I$
 la fonction **penle**
 $\varphi_{x_0}: I \setminus \{x_0\} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
 est **croissante**

Si f est dérivable
 f' est croissante

Si f est deux fois dérivable
 $f'' \geq 0$

Si f est convexe et dérivable
 la courbe de f est **au dessus**
 de la **tangente** en tout point
 $A(a, f(a)) \Leftrightarrow$
 $f(x) \geq f'(a)(x-a) + f(a)$

La courbe est **au dessus** de
 la **corde** passant par $(a, f(a))$
 et $(b, f(b))$, $\forall a, b \in I$

