

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \|U_n - l\| = 0$
 $\forall \epsilon > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N} \text{ s.t. } \forall n \geq n_0, \|U_n - l\| < \epsilon$

Si (U_n) CV, alors (U_n) est bornée.

$\lim U_n = l \Leftrightarrow \lim U_{2n} = l$
 et $\lim U_{2n+1} = l$

Si $\dim E = p < +\infty$
 $B = (e_1, \dots, e_p)$ base de E .

$\forall n \in \mathbb{N}; U_n = \sum_{k=1}^p U_{n,k} e_k$
 $l = \sum_{k=1}^p l_k e_k \in E$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = l \Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} U_{n,k} = l_k$
 $\forall k \in \{1, \dots, p\}$

App Soit $(A_n)_{n \in \mathbb{N}}$ suite de matrices de $M_p(\mathbb{R})$.
 $\forall n \in \mathbb{N}; A_n = (a_{i,j,n})_{1 \leq i,j \leq p}$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = A = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq p}$
 $\Leftrightarrow \forall i,j; \lim_{n \rightarrow +\infty} a_{i,j,n} = a_{i,j}$

Suites et Série dans un e.v.n

Soit $f: A \subset E \rightarrow F$ a $a \in A$
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \Leftrightarrow$
 $\forall x_n \rightarrow a \Rightarrow f(x_n) \rightarrow l$

f continue en $a \Leftrightarrow$
 $\forall x_n \rightarrow a \Rightarrow f(x_n) \rightarrow f(a)$

$l \in E$ est une valeur d'adhérence de (U_n)
 $\Leftrightarrow \exists (\varphi(n))_{n \in \mathbb{N}} \text{ s.t. } \varphi(n) \rightarrow +\infty$
 $\text{t.q. } U_{\varphi(n)} \rightarrow l$

$\dim E < +\infty$
 $\sum_{n \geq 0} U_n \text{ CV} \Leftrightarrow$ la suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ CV dans E
 $\Leftrightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n U_k = l \in E$

Si $\sum_{n \geq 0} U_n \text{ CV}$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$

Si $\sum_{n \geq 0} U_n \text{ CV}$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} R_n = 0$

$\sum_{n \geq 0} U_{n+1} \text{ CV} \Leftrightarrow$ la suite $U_n \text{ CV}$

$\sum_{n \geq 0} U_n \text{ et abs CV} \Leftrightarrow \sum_{n \geq 0} \|U_n\| \text{ CV}$

Si $\sum_{n \geq 0} U_n$ est abs CV $\Rightarrow$ CV

$B = (e_1, \dots, e_p)$ base de E .
 soit $U_n = \sum_{k=1}^p U_{n,k} e_k, \forall n \in \mathbb{N}$.
 $\sum_{n \geq 0} U_n \text{ CV} \Leftrightarrow \forall k \in \{1, \dots, p\}, \sum_{n \geq 0} U_{n,k} \text{ CV}$
 $\sum_{n=0}^{+\infty} U_n = \sum_{k=1}^p \left(\sum_{n=0}^{+\infty} U_{n,k} \right) e_k$

App $A_n = (a_{i,j,n})_{1 \leq i,j \leq p}$
 $\sum_{n \geq 0} A_n \text{ CV} \Leftrightarrow \forall i,j, \sum_{n \geq 0} a_{i,j,n} \text{ CV}$
 $\sum_{n=0}^{+\infty} A_n = \left(\sum_{n=0}^{+\infty} a_{i,j,n} \right)_{1 \leq i,j \leq p}$