

X admet une espérance finie $\Leftrightarrow$ la famille $(x P(X=x))_{x \in X(n)}$ est sommable.

Dans ce cas.

$$E(X) = \sum_{x \in X(n)} x P(X=x)$$

Formule de transfert

$f(X)$ admet une espérance finie $\Leftrightarrow$ la famille $(f(x) P(X=x))_{x \in X(n)}$ est sommable.

Dans ce cas.

$$E(f(X)) = \sum_{x \in X(n)} f(x) P(X=x)$$

X admet un moment d'ordre k si $E(X^k)$ existe et finie.

$\Leftrightarrow (x^k P(X=x))_{x \in X(n)}$ est sommable.

Si $E(X^2)$ existe et finie, alors $E(X)$ existe et finie.

Si X et Y admettent un moment d'ordre 2, alors $X \cdot Y$ admet une espérance finie avec

$$E(X \cdot Y) \leq E(X^2) \cdot E(Y^2)$$

Si $X \geq 0$ ($X(n) \subset \mathbb{R}_+$)
 $E(X)$ existe c'est un réel ou $+\infty$
 $\Rightarrow E(X) \geq 0$

$E(X) = 0$
 $\Leftrightarrow X$ est centrée

Espérance d'une v.a. réelle discrète

Inégalité de Markov

Si X admet une espérance finie et $X \geq 0$

Alors $\forall a > 0: P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}$

Si X et Y sont indépendantes et admettent une espérance finie, alors $X \cdot Y$ admet une espérance finie et $E(X \cdot Y) = E(X) E(Y)$

Si $f(X)$ et $g(Y)$ admettent des espérances finies et X et Y sont indépendantes, alors $E(f(X)g(Y)) = E(f(X)) E(g(Y))$

Si X et Y admettent des espérances finies $\Rightarrow \lambda X + Y$ admet une espérance finie avec

$$E(\lambda X + Y) = \lambda E(X) + E(Y)$$

- $E(aX + b) = a E(X) + b$
- $E(b) = b$

Si $|X| \leq Y$ et Y admet une espérance finie, alors $|X|$ admet une espérance finie avec $E(|X|) \leq E(Y)$

Si $X \leq Y$ et admettent des espérances finies, alors $E(X) \leq E(Y)$

Si $X(n) \subset \mathbb{N}$, $E(X)$ existe et finie $\Leftrightarrow$ la fonction génératrice G_X est dérivable en 1 avec $E(X) = G'_X(1)$