

$X(n) \in \mathbb{N}$
 La série entière $\sum_{n \geq 0} t^n P(X=n)$
 est de rayon $R \geq 1$

G_X est ∞ sur $] -R, R[$ — $P(X=n) = \frac{G_X^{(n)}(0)}{n!}$

$G_X(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} t^n P(X=n); \forall t \in]-R, R[$
 $= E(t^X)$

Si x et y sont indépendants
 alors $G_{X+Y} = G_X \times G_Y$

Si $X_1, X_2, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendants
 Alors $G_{X_1+X_2+\dots+X_n} = \prod_{i=1}^n G_{X_i}$

Fonction génératrice

X et Y ont la même loi
 $\Leftrightarrow G_X = G_Y$

$\sum_{n \geq 0} t^n P(X=n) \text{ C.V. sur } [-1,1] \Rightarrow G_X \text{ est continue sur } [-1,1]$

X admet une espérance finie.
 $\Leftrightarrow G_X$ est dérivable en 1
 Dans ce cas:
 $E(X) = G'_X(1)$

X admet une variance.
 $\Leftrightarrow G_X$ est 2-fois dérivable en 1
 Dans ce cas
 $V(X) = G''_X(1) + G'_X(1) - (G'_X(1))^2$

Si $1 \in]-R, R[$ ($R > 1$)
 $\Rightarrow E(X)$ existe et finie
 et $V(X)$ existe et finie.