

$$P_{ij} = P(X=x_i, Y=y_j) \\ = P((X=x_i) \cap (Y=y_j))$$

On définit une loi de couple

La famille $(P_{ij})_{\substack{i \in I \\ j \in J}}$ est

Nommable et $\sum_{\substack{(i,j) \in I \times J}} P_{ij} = 1$

Lois marginales de X et Y

$$P(X=x_i) = \sum_{j \in J} P(X=x_i, Y=y_j)$$

$\forall i \in I$.

$$P(Y=y_j) = \sum_{i \in I} P(X=x_i, Y=y_j)$$

Loi conjointe d'un couple de v.a. (X, Y) .
 $X(\omega) = \{x_i, i \in I\}$
 $Y(\omega) = \{y_j, j \in J\}$

X et Y sont indépendantes
 $\Leftrightarrow \forall i \in I, \forall j \in J$.
 $P(X=x_i, Y=y_j) = P(X=x_i) \cdot P(Y=y_j)$

$\forall f$ définie sur $X(I)$
 $\forall g$ " " $Y(J)$
 $f(X)$ et $g(Y)$ sont indep

$$P(X=x_i, Y=y_j) = P(X=x_i) \cdot P(Y=y_j)$$

La loi conjointe de $(X_1, \dots, X_n)$ est définie par: $\forall x_i \in X_i(n)$
 $P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n)$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ sont les lois marginales du n-uplet

$\forall k$ fixe
 $P(X_k=x_k) = \sum_{\substack{x_i \in X_i(n) \\ i \neq k}} P(X_1=x_1, \dots, X_k=x_k, \dots, X_n=x_n)$

Si $P(X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_{n-1}=x_{n-1}) > 0$ la loi conditionnelle de X_n sachant $(X_1=x_1, \dots, X_{n-1}=x_{n-1})$ est:

$P(X_n=x_n | X_1=x_1, \dots, X_{n-1}=x_{n-1}) = \frac{P(X_1=x_1, \dots, X_n=x_n)}{P(X_1=x_1, \dots, X_{n-1}=x_{n-1})}$

$X_1, X_2, \dots, X_n$ sont mutuellement indépendantes $\Leftrightarrow \forall A_i \subset X_i(n)$, les évén. $(X_1 \in A_1), \dots, (X_n \in A_n)$ sont mut. indép $\Leftrightarrow \forall x_i \in X_i(n)$, les ev. $(X_1=x_1), (X_2=x_2), \dots, (X_n=x_n)$ sont mut. indép.

n-uplets de v.a.d. $(X_1, X_2, \dots, X_n)$

se $(X_1, \dots, X_n)$ sont mut. indép. Alors $\forall 0 \leq m < n$, alors $\forall f$ définie sur $X_1(n) \times \dots \times X_m(m)$ et g définie sur $X_{m+1}(n) \times \dots \times X_n(n)$ sont indép.

Ex $X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1}$ et X_n sont indép.

Si $X_i \hookrightarrow B(p)$, $\forall i \leq n$ et $(X_1, \dots, X_n)$ sont mut. indép. Alors $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n \hookrightarrow B(n, p)$