

Déf: Soit $(\Omega, \mathcal{G})$

une v. al. $X: \Omega \rightarrow E$ (E espace dénombrable)
 tq $\forall \omega \in \Omega: X^{-1}(\omega) = \{\omega \in \Omega; X(\omega) = \omega\} \in \mathcal{G}$

$(X = x_k) = \text{événement}$

- $\forall U \subseteq E$
 $(X \in U) = \{\omega \in \Omega; X(\omega) \in U\}$
- $(X \in U) = \bigcup_{i \in I} (X \in A_i)$
- $(X \in \bigcap_{i \in I} A_i) = \bigcap_{i \in I} (X \in A_i)$

si $\mathcal{G} = \mathcal{P}(\Omega)$ et $X(\omega) = x_k, k \in \mathbb{N}$
 les $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ sont $\neq$.

Alors les événements $(X = x_k)_{k \in \mathbb{N}}$
 forment un système complet

$P_X: \mathcal{P}(X(\Omega)) \rightarrow [0, 1]$
 $A \mapsto P_X(A) = P(X \in A)$

Loi de probabilité de X

Soit $X(\Omega) = \{x_k; k \in \mathbb{N}\}$

$P(X = x_k) = p_k$: probabilité élémentaire

Variable aléatoire discrète

Si $E \subset \mathbb{R}$
 on dit que X est une v. al. réelle

$(X \leq a) = \{\omega \in \Omega; X(\omega) \leq a\}$
 $C(X \leq a) = \{X > a\}$
 $= \{\omega \in \Omega; X(\omega) > a\}$

$(X \leq a) = (X < a) \cup (X = a)$
 compatible

Si $X(\Omega) = \mathbb{N}$
 $\forall n \in \mathbb{N}, (X \geq n) = \bigcup_{k=n}^{+\infty} (X = k)$

Si $X(\Omega) = \mathbb{N}$
 $(X + Y = n) = \bigcup_{k=0}^n (X = k, Y = n - k)$

$\sum_{x_k \in X(\Omega)} P(X = x_k) = 1$

La loi de probabilité de X
 est entièrement déterminée par:

$\bullet X(\Omega) = \{x_k; k \in \mathbb{N}\}$
 et $p_k = P(X = x_k)$

$\forall A \subset X(\Omega) \Rightarrow A = \{x_j; j \in J\}$
 $(X \in A) = \bigcup_{j \in J} (X = x_j)$
 $\Rightarrow P(X \in A) = \sum_{j \in J} P(X = x_j)$

$P(X \in A) = \sum_{j \in J} p_j$