

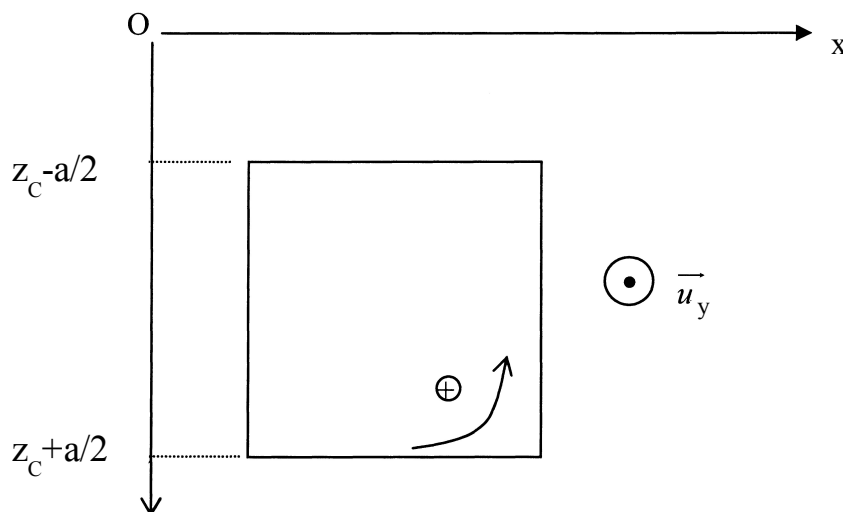
Chute d'un cadre dans un champ magnétique

I. Chute dans un champ permanent

On considère un cadre carré de côté a constitué d'un fil conducteur de résistance R , d'inductance négligeable et de masse m . Il est placé dans un plan vertical, soumis à la pesanteur ($g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$) et plongé dans un champ magnétique dont on ne considère, dans cette étude, que la composante perpendiculaire au plan de la figure notée $\vec{B}$, donnée par la relation:

$$\vec{B} = B(z) \vec{u}_y = (B_0 - \alpha z) \vec{u}_y$$

Le cadre est mécaniquement astreint à se translater selon la direction de Oz (car les autres composantes du champ magnétique ont tendance à faire tourner le cadre); dans tout le problème, on néglige tout frottement (liaison glissière non dissipative).



Le sens positif choisi est indiqué sur la figure.

Le centre du cadre a pour cote z_C .

Au temps $t=0$, on libère le cadre dont la vitesse est nulle, le centre étant à la cote $z_C=0$.

1. Y a-t-il un phénomène d'induction au cours de la chute dans le cas $\alpha=0$? Justifier.

Dans la suite, on suppose $\alpha > 0$.

2. Prévoir (si possible de deux façons différentes) le sens du courant induit dans le cadre.

3. Exprimer le flux du champ magnétique à travers le cadre. Faire le calcul littéral de l'intégrale et donner le résultat notamment en fonction de z_C . Commenter le résultat. En déduire la force électromotrice induite dans le circuit en fonction de v (la vitesse du cadre est notée $\vec{v} = v \vec{u}_z$).

4. Déterminer la force électromotrice par une deuxième méthode en exprimant $\oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) d\vec{l}$.
5. Exprimer la résultante des forces de Laplace sur le cadre en fonction de l'intensité i du courant induit. Commentaire ?
On souhaite déterminer la loi horaire $z_C(t)$ régissant le mouvement du cadre.
6. Écrire l'équation mécanique du mouvement.
7. Écrire l'équation électrique du circuit.
8. En déduire l'équation différentielle satisfaite par $z_C(t)$ et faire apparaître une constante de temps τ que l'on exprimera en fonction de a , α , R et m .
9. Exprimer la vitesse v du cadre et préciser la vitesse limite v_{limite} .
10. Calculer τ et v_{limite} pour $R=0,010\Omega$; $m=0,010\text{ kg}$; $\alpha=6,4\text{ T m}^{-1}$; $a=0,10\text{ m}$.

II. Chute dans un champ non permanent

A partir de l'instant $t_0=10\text{ s}$, on fait rapidement chuter l'intensité du champ magnétique selon la loi: $B(z, t)=B_0-\alpha z-\beta(t-t_0)$ avec $\beta=0,30\text{ T s}^{-1}$

11. Déterminer v pour $t > t_0$. Application numérique.
 12. Tracer l'allure de la courbe donnant v en fonction de t , pour t variant de 0 à 13s.
-