

Partie A

Le signal électrique est converti en vibration mécanique de la membrane du haut-parleur, ce qui restitue un son.

1.2.1. Le mouvement de la membrane liée au spider fait bouger la bobine dans le champ magnétique de l'aimant d'air par phénomène d'induction l'apparition d'une f.e.m. induite.

1.2.2. $u(t) = Ri + Li' = e(t)$ (eq. élec)

1.3. Force de Laplace: $d\vec{F} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$
avec $d\vec{l} = dl \vec{u}_\theta$ et $\vec{B} = B \vec{u}_r$:

$$d\vec{F} = -i dl B \vec{u}_z$$

1.4. $m \frac{d\vec{v}}{dt} = -i l B \vec{u}_z - k z \vec{u}_z - \lambda \vec{v}$

m accélération | force de Laplace sur toute la bobine | force de rappel du spider | force d'amortissement fluide

En projection sur z :

$$m \ddot{z} = -i l B - k z - \lambda \dot{z} \quad (\text{eq. mécanique})$$

2.1. En notation complexe:

eq. élec: $\underline{u} = R \underline{i} + j L \omega \underline{i} = e$

avec $e = g' B l \Rightarrow j \omega g' B l = e$

soit $\underline{i} = (R + j L \omega) \underline{i} - j \omega B l \underline{z}$

eq méca: $-m \omega^2 \underline{z} = -i l B - k \underline{z} - j \lambda \omega \underline{z}$

soit $(m \omega^2 - k - j \lambda \omega) \underline{z} = i l B$

2. on en tire après élimination de $\underline{z}$:

$$\underline{i} = (R + j L \omega) \underline{i} + j \omega B l^2 \frac{\underline{i}}{m \omega^2 - k - j \lambda \omega}$$

$$\underline{i} = \frac{u}{R + j L \omega + \frac{j \omega B^2 l^2}{m \omega^2 - k - j \lambda \omega}} = Z(\omega)$$

$$Z_e(\omega) = R + j L \omega$$

$$Z_m(\omega) = \frac{j \omega B^2 l^2}{m \omega^2 - k - j \lambda \omega}$$

2.4. $Y_m = \frac{1}{Z_m} = \frac{m \omega^2 - k - j \lambda \omega}{j \omega B^2 l^2}$

$$Y_m = \frac{1}{B^2 l^2} + j \omega \frac{m}{B^2 l^2} + \frac{k}{j \omega B^2 l^2}$$

qu'on peut écrire sous la forme:

$$Y_m = \frac{1}{R_m} + j C_m \omega + \frac{1}{j L_m \omega}$$

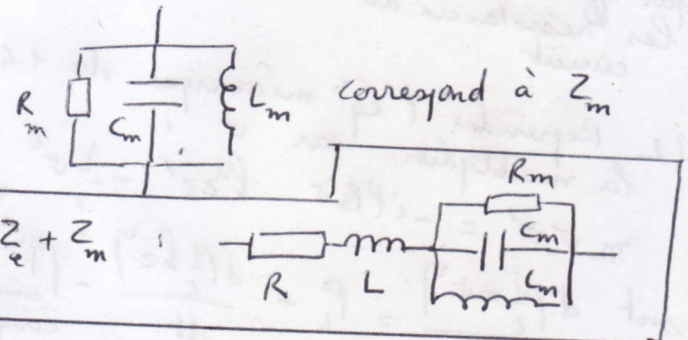
avec $R_m = \frac{B^2 l^2}{\lambda}$ | $C_m = \frac{m}{B^2 l^2}$ | $L_m = \frac{B^2 l^2}{k}$

AN: $R_m = \frac{1,05^2 \times 3,81^2}{1} = 16 \Omega$ OK

$C_m = \frac{4 \times 10^{-3}}{1,05^2 \times 3,81^2} = 2,5 \cdot 10^{-4} F$ OK

$L_m = \frac{1,05^2 \times 3,81^2}{1250} = 12,8 mH$ OK

2.5. Ainsi Y_m est la somme de 3 admittances. Les admittances (inverse des impédances) s'ajoutent pour des éléments en parallèle donc Y_m est l'admittance de



2.6. $R_T = R + \text{Reel}(Y_m^{-1})$

avec $Y_m^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j C_m \omega + \frac{1}{j L_m \omega}} = \frac{1}{\frac{1}{R_m} + j \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)}$

d'où $\text{Reel}(Y_m^{-1}) = \frac{\frac{1}{R_m}}{\frac{1}{R_m^2} + \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2} = \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2}$

On a bien $R_T = R + \frac{R_m}{1 + R_m^2 \left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2}$ OK

2.7. On remarque que R_T est max si $\left(C_m \omega - \frac{1}{L_m \omega} \right)^2 = 0$ et alors $R_T = R + R_m$

On lit sur la courbe $R_T = 24 \Omega$ $\Rightarrow R = 8 \Omega$
Comme $R_m = 16 \Omega$

On lit sur la courbe que la résonance a lieu pour $\omega_0 = 550 \text{ rad s}^{-1}$
 Comme $\omega = 2\pi f$ cela fait $f_0 = 88 \text{ Hz}$
 Ça coïncide avec les 89 Hz annoncées

Vérification sachant que f_0 correspond à

$$C_m \omega_0 = \frac{1}{L \omega_0} \quad \text{càd à} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L C_m}}$$

AN $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{12,8 \cdot 10^{-3} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}}} = \frac{10^3}{\sqrt{1,28 \cdot 25}} = 559 \text{ rad s}^{-1}$

d'où $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 89 \text{ Hz}$ OK

3.1. Reprendre l'éq élec du 1.2.2 et la multiplier par i :

$$u i = R i^2 + L i i' - e i \quad \text{avec } e = v B l$$

$$u i = P_J + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) - v B l i = P_J + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} + P_L$$

$$P_J = R i^2 \quad E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} L i^2 \quad P_L = -v B l i$$

puissance dégagée par effet Joule dans les résistances du circuit
 énergie emmagasinée dans l'inductance
 puissance des forces de Laplace

3.2 Reprendre l'éq mécanique du 1.4 et la multiplier par v :

$$m v v' = -i l B v - k z z' - \lambda v^2$$

soit $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = P_L - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k z^2 \right) - |P_{\text{amort}}|$
 (compte $i i' > 0$)

$$\frac{dE_c}{dt} + \frac{P_{\text{amort}}}{A} + \frac{dE_p}{dt} = P_L$$

variation d'énergie cinétique au unité de tp
 puissance des forces d'amortissement en -dv en valeur absolue (cà $P_A > 0$)
 variation d'énergie potentielle élastique (ressort)
 puissance des forces de Laplace

Il est normal que + l'amortissement et fort, (P_A grand), moins le système gagne en énergie cinétique

3. Combiner les 2 relations en puissances, en éliminant P_L :

$$u i = P_J + \frac{dE_{\text{mag}}}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{P_{\text{amort}}}{A} + \frac{dE_p}{dt}$$

$\frac{dE_c}{dt}$ (en méca)

ce qui revient à exprimer que la puissance fournie par le générateur du circuit a servi à l'augmentation de la puissance cinétique, magnétique dans la bobine, élastique dans le système s'est dissipée en chaleur dans la résistance et en frottement mécanique

3.4. En régime sinusoïdal sur une période, la variation de E_{mag} et de $E_{\text{méca}}$ est nulle puisqu'on retrouve les mêmes valeurs de i et de v au bout d'une période

d'où $\langle u i \rangle = \langle P_J \rangle + \langle P_A \rangle$

soit $\langle P_S \rangle = R \langle i^2 \rangle + \lambda \langle v^2 \rangle$ OK

Il s'agit d'un convertisseur, du signal électrique en son par la vibration mécanique; donc $\lambda \langle v^2 \rangle$ est l'utile

donc $\langle P_u \rangle = \lambda \langle v^2 \rangle$

Rendement: $\eta = \frac{\langle P_u \rangle}{\langle P_S \rangle} = \frac{\lambda \langle v^2 \rangle}{R \langle i^2 \rangle}$

3.5. En moyenne, une inductance pure ne consomme pas de puissance donc $\langle P_S \rangle = \langle u i \rangle = R_T \langle i^2 \rangle$

$$\langle P_u \rangle = \langle P_S \rangle - R \langle i^2 \rangle = \langle u i \rangle - R \langle i^2 \rangle$$

$$\langle P_u \rangle = (R_T - R) \langle i^2 \rangle$$

d'où $\eta = \frac{R_T - R}{R_T}$ OK

3.6. On lit sur la courbe un rendement max à $\omega = 552 \text{ rad s}^{-1}$
 ce qui correspond à $R_T = 24 \Omega$ (lien 2.7)
 $\eta = 1 - \frac{R}{R_T \text{ max}} = \frac{R_T \text{ max} - R}{R_T \text{ max}}$

d'où avec $R = 8 \Omega$ (calculé en 2.7)

$\eta = \frac{24 - 8}{24} = 0,67$ correspond à la lecture de la fig. 6

3.7. Intéressant lorsque $\eta > 0,1$ donc pour $\omega \in [450; 700] \text{ s}^{-1}$ soit $f \in (70; 110) \text{ Hz}$
 Intervalle audible humaine: $[20; 20000] \text{ Hz}$
 Ce haut-parleur n'est bon que des graves.

3.8. Plusieurs haut-parleurs dont les bandes passantes diffèrent et recouvrent toutes les fréquences audibles.