

Deuxième problème : induction

Nous nous proposons, dans ce problème, d'étudier deux applications pratiques du phénomène d'induction.

Les deux parties de ce problème sont indépendantes.

Première partie : chauffage par induction

Un disque conducteur de conductivité σ , d'axe Oz vertical, de rayon b et d'épaisseur e est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ (figure 6). Ce champ magnétique a les caractéristiques suivantes :

- il est localisé dans un cylindre d'axe vertical Oz de rayon a ;
- il est uniforme dans le cylindre précédent et nul à l'extérieur de ce cylindre ;
- il est dirigé verticalement suivant le vecteur unitaire $\vec{e}_z$;
- il varie sinusoïdalement au cours du temps selon la forme : $\vec{B}(t) = B_m \cos(\omega t) \vec{e}_z$, où B_m représente son amplitude et ω sa pulsation.

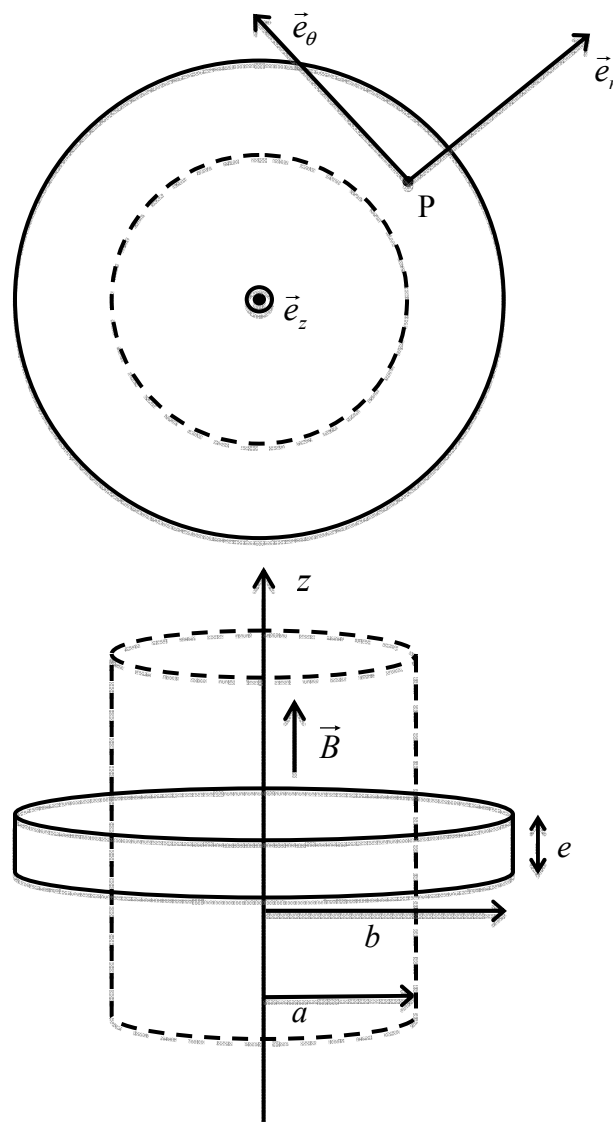


Figure 6 : disque conducteur et champ magnétique

Nous admettons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- le disque conducteur étant disposé dans un champ magnétique variable, il sera le siège d'un courant volumique induit $\vec{j}$;
- compte-tenu de la symétrie du système, le courant volumique induit est orthoradial et de la forme : $\vec{j} = j(r,t)\vec{e}_\theta$;
- dans les conditions du problème, le champ magnétique induit créé par le courant induit est négligeable devant le champ magnétique extérieur appliqué.

1 – Rappeler la relation liant le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$ au champ électrique $\vec{E}$ dans un conducteur de conductivité σ .

2 – On considère un contour circulaire Γ de rayon r et d'axe Oz . Déterminer la circulation $C(r,t)$ du champ électrique résultant sur ce contour. On exprimera $C(r,t)$ en fonction de r , $j(r,t)$ et σ .

3 – Déterminer l'expression du flux Φ du champ magnétique à travers la surface définie par le contour Γ .

On distinguera très clairement les deux cas où $r < a$ et $a < r < b$.

4 – En appliquant la loi de Faraday, déterminer l'expression du courant volumique induit $j(r,t)$ en fonction de σ , ω , r , a , B_m et t .

On distinguera très clairement les deux cas où $r < a$ et $a < r < b$.

5 – Rappeler l'expression de la puissance volumique dissipée par effet Joule.

6 – En considérant que le disque conducteur est constitué par des couronnes de rayon r , de largeur dr et d'épaisseur e , déterminer l'expression de la puissance totale P_{joule} dissipée par effet Joule dans l'ensemble du disque conducteur puis sa valeur moyenne $\langle P_{joule} \rangle$.

On montrera que $\langle P_{joule} \rangle$ peut se mettre sous la forme $\langle P_{joule} \rangle = A\omega^2 B_m^2$ où A est un coefficient que l'on exprimera en fonction de e , a , b et σ .

On se placera, pour la suite, dans le cas particulier où $a = b$. Dans ce cas, le coefficient A est donné

par l'expression :

$$A = \frac{\pi e \sigma a^4}{16}.$$

7 – Le dispositif précédent est utilisé dans les plaques électriques à induction pour chauffer les casseroles et leur contenu.

Comment peut-on créer, en pratique, le champ magnétique souhaité ?

Citer quelques avantages de ce dispositif de chauffage par rapport aux plaques électriques classiques.

8 – En pratique, le champ magnétique utilisé a une pulsation ω de l'ordre de $2 \times 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$ (courant de fréquence f de l'ordre de 30 kHz). Son intensité B_m est de l'ordre de 10^{-4} T .

On considère une plaque à induction de rayon $b = 10 \text{ cm}$ et une casserole dont le fond a le même rayon $a = b = 10 \text{ cm}$, une épaisseur $e = 1,0 \text{ cm}$ et une conductivité $\sigma = 6,0 \times 10^7 \text{ S.m}^{-1}$.

Déterminer l'ordre de grandeur de la puissance moyenne $\langle P_{joule} \rangle$ dissipée dans le fond de la casserole.