

Problème : Propagation d'ondes électromagnétiques planes dans le vide

1. Propagation d'une onde plane

1.1. Rappeler les équations de MAXWELL dans le vide en absence de charges et de courants et en déduire les équations de propagation vérifiées par les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

1.2. Une solution de ces équations est dite en onde plane lorsque les champs ne dépendent que d'une seule coordonnée cartésienne, soit ici z , et du temps t .

Soit $X(z, t)$ une composante quelconque de $\vec{E}$ ou $\vec{B}$: E_x, E_y, E_z, B_x, B_y ou B_z . Résoudre l'équation scalaire à une dimension vérifiée par $X(z, t)$ en introduisant les variables $p = z - ct$ et $q = z + ct$ où $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$.

1.3. Interpréter la solution précédente en termes d'ondes planes progressives et donner la signification physique de la grandeur c .

1.4. Quelle serait l'expression d'une onde plane progressive se propageant dans la direction et le sens d'un vecteur unitaire $\vec{u}$ quelconque.

2. Structure et propriétés d'une onde plane progressive

2.1. Récrire les équations de MAXWELL en absence de charges et de courants, en les projetant sur les axes Ox, Oy et Oz et en se limitant pour chacune des composantes de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ à une fonction de la seule variable $p = z - ct$.

2.2. En déduire que les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont :

- transverses, c'est à dire orthogonaux à la direction de propagation.
- orthogonaux et ont des modules proportionnels.

Montrer qu'il est possible de résumer ces propriétés par une seule relation vectorielle.

2.3. Quelles sont les équations de propagation des potentiels V et $\vec{A}$ correspondants à une telle onde ?

Donner les solutions de ces deux équations en introduisant la variable p .

2.4. En déduire les composantes de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ en fonction des dérivées des composantes de $\vec{A}$ et V par rapport à la variable p .

2.5. En utilisant la jauge de LORENTZ, retrouver la valeur de la composante de $\vec{E}$ sur l'axe Oz .

Est-il possible de choisir $V = 0$?

2.6. L'impédance caractéristique de l'onde est la quantité $Z_c = \mu_0 \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$. Déterminer l'expression de Z_c en fonction des caractéristiques du vide. Quelle est sa valeur numérique ?

3. Transport d'énergie par l'onde

3.1. Si $u(M, t)$ est la densité volumique d'énergie électromagnétique et $\vec{R}(M, t)$ le vecteur de POYNTING, établir, en faisant un bilan d'énergie, la relation locale traduisant la conservation de l'énergie électromagné-

tique en l'absence de charges et de courants.

3.2. A quelle expression pour u et $\vec{R}$ conduisent les équations de MAXWELL ?

3.3. Calculer u et $\vec{R}$ pour l'onde plane progressive précédente en fonction du seul champ électrique, puis donner une relation simple entre $\vec{R}$ et u . En déduire la vitesse de propagation de l'énergie.