

Correction : Rayonnement dipolaire

1.

1.1.

$$\vec{p} = p_0 \cos \omega t \vec{e}_z$$

1.2.

1.2.1. Approximation non relativiste :

$$v_{max} = 2a\omega = 2a \frac{2\pi}{\lambda} c \ll c \implies a \ll \lambda$$

1.2.2.

$$[0, 4 \mu m ; 0, 8 \mu m]$$

1.3.

1.3.1. En régime statique, $\omega = 0$ et $k = \frac{\omega}{c} = 0$ donc :

$$V(M) = \frac{p_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

1.3.2. Le 1er terme varie en $\frac{1}{r^2}$ et le 2ème terme varie en $\frac{1}{r}$.

1.4. On a $kr \gg 1$ donc :

$$\underline{\vec{B}} = \frac{-k^2 \underline{p} \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c} \vec{e}_\varphi$$

1.5.

1.5.1.

$$E_r = \frac{2p_0 \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \text{ et } E_\theta = \frac{p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

1.5.2.

$$\underline{E}_r = \frac{2jk\underline{p} \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \text{ et } \underline{E}_\theta = \frac{-k^2 \underline{p} \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r}$$

1.5.3. $|E_\theta| \gg |E_r|$ pour $\theta \neq 0$ et $\theta \neq \pi$.

2.

2.1.

$$\vec{E} = \frac{-k^2 p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r} \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta, \quad \vec{B} = \frac{-k^2 p_0 \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c} \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi \text{ et } \vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{e}_r$$

Donc :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c}$$

2.2.

$$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{E}^2}{\mu_0 c} \vec{e}_r$$

2.3. Suivant $\vec{e}_r$.

2.4. Des rayons lumineux.

2.5.

$$I = \frac{p_0^2 k^4 c \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 r^2}$$

I en watt par mètre carré.

2.6. I est max pour $\theta = \frac{\pi}{2}$:

$$I_{max} = \frac{p_0^2 k^4 c}{32\pi^2 \varepsilon_0 r^2}$$

$I = 0$ pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi$.

2.7.

$$\frac{I}{I_{max}} = \sin^2 \theta$$

2.8.

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \iint_S \langle \vec{\pi} \rangle \cdot \vec{e}_r r^2 d\theta \sin^2 \theta d\varphi = \alpha \frac{p_0^2 \omega^4}{\varepsilon_0 c^3}$$

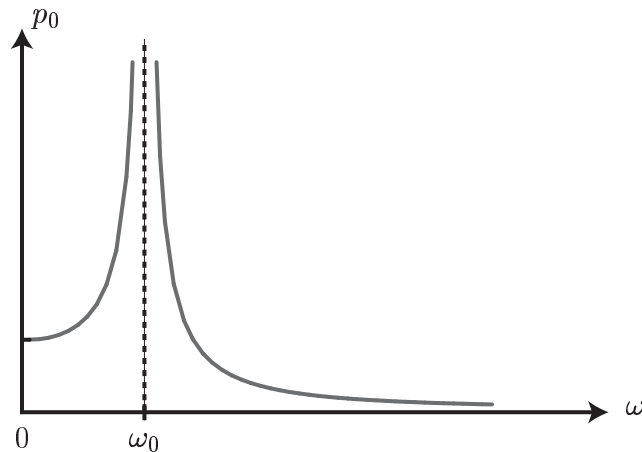
avec :

$$\alpha = \frac{1}{12\pi}$$

2.9. On a négligé tout phénomène dissipatif.

2.10.

a.



b. non. On a pas tenu compte de la perte d'énergie dû au rayonnement de l'atome.

c. Dans ce cas :

$$\omega^2 \ll \omega_0^2 \simeq 5,3.10^{32} \text{ rad.s}^{-1} \text{ et } p_0 = \frac{q^2 E_0}{m\omega_0^2}$$

d.

$$\langle \mathcal{P} \rangle = \frac{p_0^2 \omega^4}{12\pi \varepsilon_0 c^3} = \frac{q^4 E_0^2}{12\pi m^2 \omega_0^4 \varepsilon_0 c^3} \omega^4$$

e. Lorsqu'on observe le ciel, on voit la lumière diffusée par les molécules de l'atmosphère. Cette lumière est riche en bleu puisque $\langle \mathcal{P} \rangle_{\text{bleu}}$ est supérieur $\langle \mathcal{P} \rangle_{\text{rouge}}$ car $\omega_{\text{bleu}} > \omega_{\text{rouge}}$.

f. Au coucher du soleil, l'épaisseur traversée par la lumière issue du soleil est plus importante qu'à midi par exemple, donc la lumière **transmise** s'appauvrit en bleu et s'enrichit en rouge. Le soleil apparaît donc rouge.

3.

3.1.

$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$$

Or :

$$B = \frac{E}{c}$$

donc :

$$u_{em} = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) \quad \text{et} \quad \langle u_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2$$

3.2.

$$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) \vec{e}_z = c u_{em} \vec{e}_z$$

3.3. Suivant $\vec{e}_z$.

3.4.

$$\mathcal{P}(t) = \pi S = c S \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz)$$

et

$$\mathcal{P}_{moy} = \frac{c S \varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

3.5.

$$I = \langle |\vec{\pi}| \rangle = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$$

3.6.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\pi} + \frac{\partial u_{em}}{\partial t} = 0$$

D'où :

$$\text{div} \langle \vec{\pi} \rangle = 0$$

3.7.

a. Bilan d'énergie :

$$\begin{aligned} I(z)S &= I(z + dz)S + P_d S dz \\ \frac{dI}{dz} + P_d &= 0 \end{aligned}$$

b.

$$\frac{dI}{dz} + \frac{I}{h} = 0$$

c.

$$I(z) = I_0 \exp\left(\frac{-z}{h}\right)$$

d. h en m . h est la distance caractéristique de la décroissance de l'intensité I dans le milieu : au bout de quelques h , I est quasiment nulle.

e.

$$N_v = \frac{P_0 N_a}{RT_0} \simeq 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

f. On a :

$$I = I_0 \exp\left(\frac{-z_B}{h(\omega_B)}\right) = \frac{I_0}{2}$$

D'où :

$$z_B = h(\omega_B) \ln 2$$

AN : $\omega_B \simeq 2\pi f = 2\pi \frac{c}{\lambda_B} \simeq 2\pi \frac{3 \cdot 10^8}{0,4 \cdot 10^{-6}} \simeq 4,7 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$, d'où :

$$z_B \simeq 2,4 \cdot 10^5 \text{ m}$$

De même $\lambda_R \simeq 0,8 \text{ } \mu\text{m}$, $\omega_R \simeq 2,4 \cdot 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$, d'où :

$$z_R \simeq 3,8 \cdot 10^6 \text{ m}$$

On retrouve que la lumière **transmise** à travers l'atmosphère, est plus riche en rouge qu'en bleu.