

DNS

Sujet

Absorption d'une onde par un gaz.....	1
I. Onde électromagnétique dans le vide.....	1
II. Interaction avec un atome.....	2
III. Coefficient d'absorption.....	2

Absorption d'une onde par un gaz

Dans le problème, on se place dans un référentiel galiléen (R) , rapporté au trièdre cartésien $Oxyz$, associé à la base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

Les fonctions harmoniques du temps, du type $f(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, sont représentées en notation complexe par une grandeur soulignée $\underline{f}(t) = A \exp(j(\omega t + \varphi))$ (où j est le nombre complexe de module 1 et d'argument $+\frac{\pi}{2}$).

On donne :

- permittivité du vide : $\varepsilon_0 = 8,84 \times 10^{-12} F.m^{-1}$;
- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 m.s^{-1}$;
- constante des gaz parfaits : $R = 8,31 J.K^{-1}.mol^{-1}$;
- charge élémentaire : $e = 1,60 \times 10^{-19} C$;
- constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} mol^{-1}$;
- masse de l'électron : $m = 9,11 \times 10^{-31} kg$.

I. Onde électromagnétique dans le vide

On considère une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement selon u_x , se propageant dans la direction $\vec{u}_z$, dans le vide. Le champ électrique associé est alors, en notation complexe: $\underline{\vec{E}}(z, t) = E_0 \exp(j(\omega t - kz))\vec{u}_x$; .

1. Rappeler la relation entre ω , k et c .
2. Déterminer le champ magnétique complexe $\underline{\vec{B}}(z, t)$ associé à cette onde.
3. Déterminer le vecteur de POYNTING $\vec{P}(z, t)$ (valeur réelle).

4. On appelle intensité de l'onde électromagnétique $I(z)$ la puissance électromagnétique moyenne traversant une surface unité perpendiculaire à $\vec{u}_z$, située à la cote z . Vérifier que $I(z)$ est indépendant de z , et l'exprimer en fonction de ε_0 , E_0 et c .

II. Interaction avec un atome

On considère un atome centré en O , représenté par le modèle de la charge élastiquement liée.

Les interactions subies par un électron de l'atome (masse m , charge $-e$), situé au point M et de vitesse $\vec{v}$, sont modélisées par les forces suivantes :

- $\vec{f} = -m\omega_0^2 \overrightarrow{OM}$: force de rappel élastique ;
- $\vec{f}_{dis} = -m\Gamma \vec{v}$: force dissipative ;
- la force de LORENTZ associée au champ électromagnétique de l'onde électromagnétique considérée dans la première partie.

Les dimensions de l'atome sont très faibles devant la longueur d'onde $\lambda = 2\frac{\pi}{k}$ de l'onde électromagnétique incidente.

5. Par un raisonnement en ordre de grandeur, justifier que, dans l'approximation non relativiste, on peut négliger la force magnétique s'exerçant sur l'électron.
6. Justifier également qu'on peut remplacer le champ $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ par le champ $\vec{E}(0, t) = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$.
7. En régime établi, l'électron acquiert un mouvement harmonique selon Ox , à la pulsation ω de l'onde électromagnétique. Son mouvement : $\overrightarrow{OM}(t) = x(t) \vec{u}_x$ est caractérisé en notation complexe par la grandeur $\underline{x}(t)$. Déterminer $\underline{x}(t)$ en fonction de E_0 , ω , ω_0 , Γ , e , m et t .
8. Déterminer la vitesse complexe $\underline{v} = \frac{d\underline{x}}{dt}$ puis la vitesse réelle $v(t)$, sous la forme $v(t) = V_r \cos \omega t + V_i \sin \omega t$, où V_r et V_i seront exprimées en fonction de E_0 , ω , ω_0 , Γ , e , m .
9. Montrer que la puissance moyenne $\langle P \rangle$ de la force de LORENTZ agissant sur l'électron peut s'écrire $\langle P \rangle = \varepsilon(\omega) \times I_0$ où I_0 est l'intensité de l'onde électromagnétique incidente et où $\varepsilon(\omega)$ est de la forme
$$\varepsilon(\omega) = A \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^2}{\Gamma^2} \left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2},$$
 A étant un coefficient que l'on exprimera en fonction de, Γ , m , e , c et ε_0 .

III. Coefficient d'absorption

La puissance moyenne $\langle P \rangle$ fournie à l'atome s'accompagne d'une diminution équivalente de la puissance transportée par l'onde électromagnétique, de telle sorte que l'intensité $I(z)$ de l'onde électromagnétique dépend désormais de z . On suppose que, par unité de volume, le milieu

contient N atomes identiques au précédent.

10. En effectuant un bilan d'énergie sur un volume cylindrique de section S compris entre les cotes z et $z+dz$, montrer que $I(z)$ vérifie l'équation différentielle : $\frac{dI}{dz} = -\alpha(\omega)I(z)$ où le paramètre $\alpha(\omega)$, coefficient d'absorption de la vapeur, sera exprimé en fonction de N et $\varepsilon(\omega)$.

(Complément: pour écrire le bilan d'énergie pour le volume élémentaire considéré, écrire que la variation élémentaire d'énergie électromagnétique pendant dt est égale à l'énergie électromagnétique élémentaire reçue plus l'énergie électromagnétique produite. La variation élémentaire d'énergie électromagnétique en régime permanent est évidente... L'énergie électromagnétique produite est ici négative puisque l'absorption d'énergie par les atomes correspond à un terme non pas de source mais de puits. Enfin l'énergie électromagnétique élémentaire reçue est obtenue à partir du flux d'énergie entrant en z et du flux sortant en $z+dz$.)

11. Déterminer $I(z)$ en fonction de $I(z=0)$.
12. Quelle signification physique peut-on donner au paramètre $\ell(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega)}$?
13. Pour quelle pulsation ω_m , $\alpha(\omega)$ est-elle maximale ? Exprimer sa valeur maximale notée α_{max} en fonction de N , e , m , ε_0 , c et Γ .
14. Application numérique : Pour l'atome de Césium, on a une absorption maximale pour une longueur d'onde $\lambda_m = 0,85 \mu m$. Déterminer N dans une vapeur de césium sous une pression de $10^{-3} bar$ à la température de $298 K$. Sachant que $\Gamma = 1,5 \times 10^7 s^{-1}$, déterminer le coefficient d'absorption de la vapeur de Césium atomique dans ces conditions. Commenter.
15. Représenter graphiquement l'allure de la fonction $\alpha(\omega)$. Pourquoi appelle-t-on ce type d'absorption « absorption résonante » ?
16. On suppose $\Gamma \ll \omega_0$. Déterminer en fonction de Γ la largeur à mi-hauteur, notée $\delta\omega$, de la courbe $\alpha(\omega)$ (c'est à dire la largeur de l'intervalle des valeurs de ω dans lequel $\alpha(\omega) \geq \alpha_{max}/2$).
17. Par analogie avec les résultats du cours de mécanique ou d'électrocinétique, définir le facteur de qualité Q associé à l'absorption résonante. Calculer Q numériquement pour l'atome de Césium.
18. Commenter, en comparant cette valeur à celles couramment observées, par exemple en travaux pratiques, pour les phénomènes de résonance en mécanique ou électrocinétique.