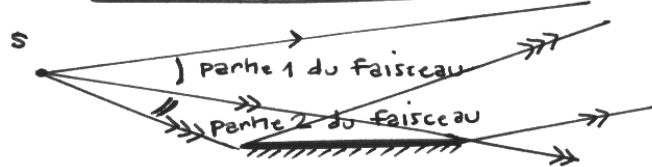


Interférences avec des miroirs plans

1) Miroir de Lloyd

Dispositif à un seul front d'ondeLes sources secondaires:

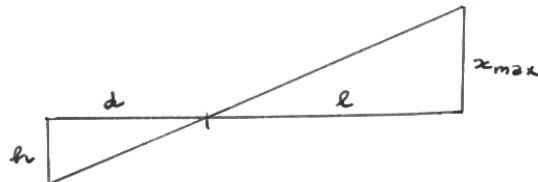
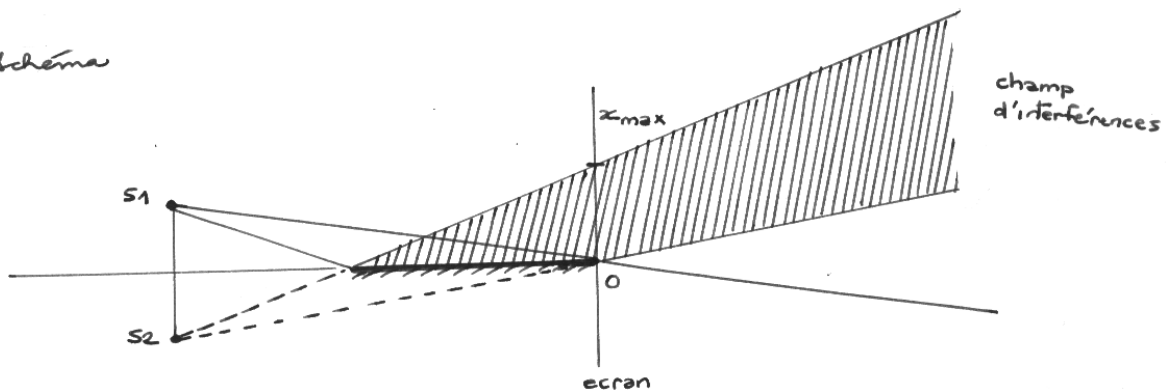
$$S_1 (= S)$$

$$S_2 (= \text{sym } S / \text{miroir})$$

Les deux faisceaux issus des sources secondaires S_1 et S_2 sont en fait issus de S et possèdent donc la même intensité $I_1 = I_2$.

2)

schéma



homothétie

$$\frac{x_{\max}}{l} = \frac{h}{d}$$

$$x_{\min} < x < x_{\max}$$

$$0 < x < \frac{hl}{d}$$

A.N.

$$x_{\max} = \frac{10^{-3} \cdot 0,30}{0,50}$$

$$x_{\max} = 0,6 \text{ mm}$$

3) Les sources sont cohérentes

(en fait une seule source S donc S_1 et S_2 reproduisent les mêmes trains d'onde)

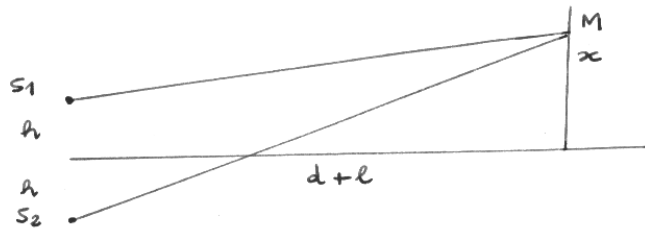
Les sources sont synchrone

(au sens de : les sources ont la même fréquence)

Les sources sont en opposition de phase

(à cause du déphasage de π au niveau du rayon réfléchi sur le miroir)

4)



$$\delta' = n (S_2M - S_1M)$$

$$= \sqrt{(d+l)^2 + (x+h)^2} - \sqrt{(d+l)^2 + (x-h)^2}$$

$$= (d+l) \left(\sqrt{1 + \frac{(x+h)^2}{(d+l)^2}} - \sqrt{1 + \frac{(x-h)^2}{(d+l)^2}} \right)$$

avec $\frac{x}{d+l} \ll 1$ et $\frac{h}{d+l} \ll 1$
(cf $x_{\max}$) (cf texte)
donc, au deuxième ordre :

$$= (d+l) \left[1 + \frac{1}{2} \frac{(x+h)^2}{(d+l)^2} - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{(x-h)^2}{(d+l)^2} \right) \right]$$

$$= (d+l) \frac{1}{2} \frac{1}{(d+l)^2} \underbrace{[(x+h)^2 - (x-h)^2]}_{4xh}$$

$$\boxed{\delta' = \frac{2hx}{(d+l)} \quad (n=1)}$$

on retrouve la formule connue : $\delta' = \frac{ax}{D}$

Pour tenir compte du déphasage de π , on écrit alors :

$$\delta = \delta' + \frac{\lambda}{2}$$

$$\phi_{2/1} = \frac{2h\pi}{d+l} + \frac{\lambda}{2}$$

$$p = \frac{\phi}{\lambda}$$

$$p = \frac{2h\pi}{\lambda(d+l)} + \frac{1}{2}$$

5) Intensité (ϕ est compté positivement pour un retard)

$$\Delta_1(M, t) = \Delta_0 \exp j\omega t$$

$$I_1 = \Delta_0^2$$

$$\Delta_2(M, t) = \Delta_0 \exp j(\omega t - \phi_{2/1})$$

$$I_2 = \Delta_0^2 = I_1$$

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$$= \Delta_0 \exp j\omega t (1 + \exp -j\phi_{2/1})$$

$$\Delta \Delta^* = \Delta_0^2 (1 + \exp -j\phi_{2/1}) (1 + \exp +j\phi_{2/1})$$

$$= \Delta_0^2 (1 + 1 + 2 \cos \phi_{2/1})$$

$$= 2 I_1 (1 + \cos \phi_{2/1})$$

$$I(M) = 2 I_1 (1 + \cos 2\pi p)$$

Donc ici

$$I(x) = 2 I_1 (1 + \cos (\frac{4\pi h}{\lambda(d+l)} x + \pi))$$

$$I(x) = 2 I_1 (1 - \cos (\frac{4\pi h}{\lambda(d+l)} x))$$

En $x=0$

$$I(x=0) = 0 \quad \text{frange sombre}$$

6) L'interfrange correspond à la période du cosinus:

$$\frac{4\pi h i}{\lambda(d+l)} = 2\pi$$

$$i = \frac{\lambda(d+l)}{2h}$$

3)

$$P_{\min}(x=0) = 0,5$$

$$P_{\max}(x=x_{\max}) = \frac{2h x_{\max}}{\lambda(d+l)} + 0,5$$

$$P_{\max}(x=x_{\max}) = \frac{2h^2 l}{\lambda d(d+l)} + 0,5$$

$$\begin{aligned} \text{A.N.} &= \frac{2 (10^{-3})^2 0,30}{632,8 \cdot 10^{-9} 0,50 0,80} + 0,5 \\ &= 2,87 \end{aligned}$$

Puisque $P_{\min} = 0,5$, on aura ici

$$N_{\text{franges claires}} = E(P_{\max})$$

$$N = E\left(\frac{2h^2 l}{\lambda d(d+l)} + 0,5\right)$$

$$8) \rightarrow \text{A.N. } N = E(2,87)$$

$$N = 2$$

→

$$i = \frac{\lambda(d+l)}{2h}$$

$$\text{A.N.} = \frac{632,8 \cdot 10^{-9} 0,80}{2 \cdot 10^{-3}}$$

$$i = 0,253 \text{ mm.}$$

→ En 4) on a trouvé

$$x = p \frac{\lambda(d+l)}{2h} - \frac{1}{2} \frac{\lambda(d+l)}{2h}$$

$$x = p i - \frac{1}{2} i$$

frange claire $p=1$

$$x_1 = \frac{i}{2}$$

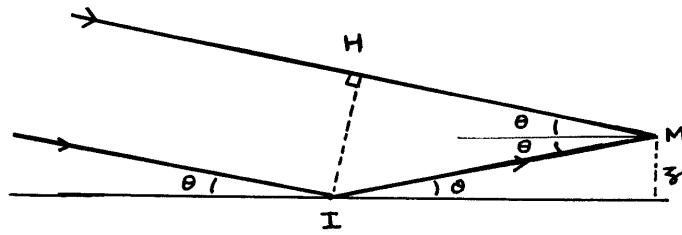
$$x_1 = 0,127 \text{ mm}$$

frange claire $p=2$

$$x_2 = \frac{3i}{2}$$

$$x_2 = 0,380 \text{ mm}$$

9)



H et I se trouvent sur une surface équiréphase donc

$$\begin{aligned}\delta' &= \underset{1}{\overset{n}{\uparrow}} (IM - HM) \quad \quad \quad \underset{IM \cos 2\theta}{\uparrow} \\ &= IM (1 - \cos 2\theta) \\ &\quad \quad \quad \underset{\frac{z}{\sin \theta}}{\uparrow} \\ &= \frac{z}{\sin \theta} (1 - (1 - 2 \sin^2 \theta))\end{aligned}$$

$$\boxed{\delta' = 2z \sin \theta} \quad (K=2)$$

10)

$$\delta = 2z \sin \theta + \frac{\lambda}{2}$$

$$\boxed{p = \frac{2z \sin \theta}{\lambda} + \frac{1}{2}}$$

$$I = \frac{I_{\max}}{2} (1 + \cos 2\pi p)$$

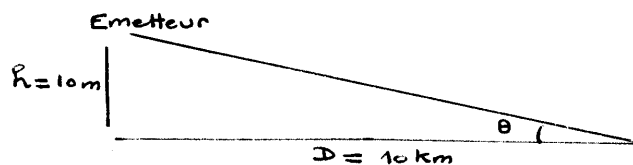
$$\boxed{I_{(z)} = \frac{I_{\max}}{2} (1 - \cos \frac{4\pi z \sin \theta}{\lambda})}$$

dont la période donne l'interfrange :

$$\frac{4\pi i \sin \theta}{\lambda} = 2\pi$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}}$$

11)



$$\rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

$\rightarrow$ on peut faire l'approximation des petits angles

$$\sin \theta = \theta = \frac{h}{D}$$

$$\boxed{i = \frac{D c}{2 h f}}$$

A.N.

$$i = \frac{10^4 \times 3 \times 10^8}{2 \times 10 \times 10^8}$$

$$i = 1500 \text{ m}$$

12) En M, on a un maximum d'interférences pour

$$z_V = \frac{i}{2} + m i \quad (m \text{ entier})$$

et un minimum pour

$$z_N = m i$$

→ Ici minimum (nul) en $z=0$
premier maximum en $z = 750 \text{ m}$

La position de l'antenne du bateau est de l'ordre de quelques mètres. On se trouve dans un nœud. Réception quasi-nulle.

→ Avec $h = 700 \text{ m}$, on trouve

$$i = 21,4 \text{ m}$$

Le premier maximum se trouve alors à une hauteur de 10,7 m.
Une antenne de réception placée sur un mât de plusieurs mètres permettra une bonne réception

13) On reprend la démonstration faite en 5) dans le cas où les deux ondes ont des amplitudes différentes :

$$\underline{a}_1 = a_{01} \exp j\omega t \quad \text{avec} \quad I_1 = a_{01}^2$$

$$\underline{a}_2 = a_{02} \exp j(\omega t - \varphi) \quad \text{avec} \quad I_2 = a_{02}^2$$

$$\underline{a} = \underline{a}_1 + \underline{a}_2$$

$$\underline{a} \underline{a}^* = (\underline{a}_1 + \underline{a}_2) (\underline{a}_1 + \underline{a}_2)^*$$

$$= \underline{a}_1 \underline{a}_1^* + \underline{a}_2 \underline{a}_2^* + \underline{a}_2 \underline{a}_1^* + \underline{a}_1 \underline{a}_2^*$$

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} (\exp -j\varphi + \exp j\varphi)$$

$$I_{(z)} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi_{(z)}$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\mathcal{C} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

$$= \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)}$$

$$\mathcal{C} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

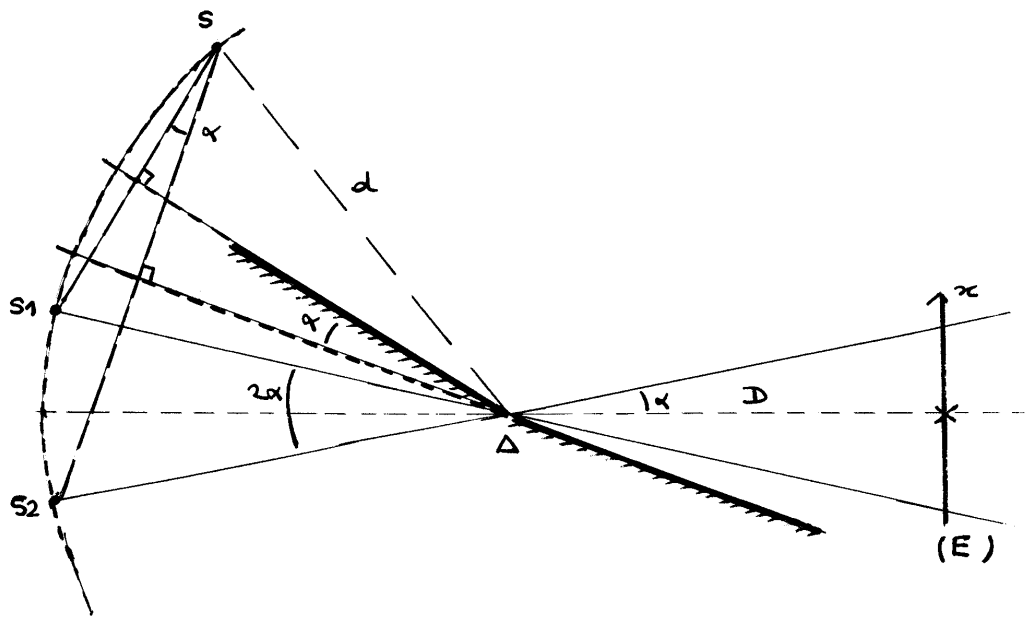
avec $I_2 = R I_1$

$$\mathcal{C} = \frac{2\sqrt{R}}{1+R}$$

14) A.N. $= \frac{2\sqrt{0,8}}{1+0,8}$

$$\mathcal{C} = 0,994$$

$\mathcal{C}$ reste proche du contraste maximal ($\mathcal{C} = 1$)
La perception des ondes est donc bien contrastée.



15) L'angle $S_1 \Delta S_2$ vaut 2α (cf "angle au centre")

Donc $\delta = \frac{2x}{\text{distance}}$ (l'indice vaut 1)

$$\delta = \frac{(2d \sin \alpha) x}{d \cos \alpha + D}$$

soit au premier ordre en α

$$\delta = \frac{2d\alpha x}{d + D}$$

et

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{2d\alpha x}{(d+D)} \right)$$

16) i est la période de $I(x)$

$$i = \frac{\lambda_0(d+D)}{2d\alpha}$$

largeur du champ d'interférence

$$l = 2D \tan \alpha$$

$$l = 2D\alpha$$

A.N.

$$i = \frac{532,8 \cdot 10^{-9} (0,60 + 1,40)}{2 \times 0,60 \times 3 \frac{\pi}{180 \times 60}} \leftarrow$$

$$i = 1,21 \text{ mm}$$

$$l = 2 \cdot 1,4 \times \frac{3 \pi}{180 \times 60}$$

$$l = 2,44 \text{ mm}$$

remarque

$$N_{\text{franges claires}} = 2 \times E \left(\frac{l/2}{i} \right) + 1 = 3$$

$$\begin{aligned} 17) \quad I &= I_{\lambda_1} + I_{\lambda_2} \\ &= 2I_0 \left(1 + \cos \left[2\pi \delta(x) \frac{1}{\lambda_1} \right] \right) + 2I_0 \left(1 + \cos \left[2\pi \delta(x) \frac{1}{\lambda_2} \right] \right) \\ &= 2I_0 \left(2 + 2 \cos \left[2\pi \delta(x) \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}{2} \right] \cos \left[2\pi \delta(x) \frac{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}}{2} \right] \right) \end{aligned}$$

$$I = 4I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi \delta(x) \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}{2} \right) \cos \left(2\pi \delta(x) \frac{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}}{2} \right) \right)$$

$$f = \frac{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}}{2} = \frac{\Delta\lambda}{2 \lambda_{\text{moyen}}^2}$$

$$g = \frac{\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}}{2} = \frac{1}{\lambda_{\text{moyen}}}$$

18) L'interfrange est la période du deuxième cosinus avec

$$i = \frac{\lambda_{\text{moyen}}}{A}$$

$$\begin{aligned} S &= A x \\ &= \frac{2d\alpha}{(d+D)} x \end{aligned}$$

L'intensité est modulée à cause du premier cosinus. On peut déterminer la distance entre deux coïncidences (c'est la demi-période de ce cosinus)

$$\Delta x_{\text{coïncidence}} = \frac{\lambda_{\text{moyen}}^2}{A \Delta\lambda}$$

Ces deux mesures donneront λ_{moyen} et $\Delta\lambda$ (donc λ_1 et λ_2)

remarque :

nombre de franges entre deux coïncidences

$$\begin{aligned} n &= \frac{\Delta x}{i} \\ &= \frac{\lambda_{\text{moyen}}}{\Delta \lambda} \\ &= \frac{578}{2,1} \\ &= 275 \end{aligned}$$

12) On voit à peine 3 franges brillantes avec le dispositif.
Il sera, pour le moins, difficile d'estimer la période des coïncidences (275 franges...)