

$$\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) + \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sin(p) - \sin(q) = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

$$ch^2(x) - sh^2(x) = 1$$

Premier problème :

Interférences lumineuses : dispositif des trous d'Young

On réalise, dans l'air, l'expérience des trous d'Young à l'aide du dispositif décrit et schématisé ci-dessous.

Un laser, de longueur d'onde dans le vide λ , émet un faisceau lumineux cylindrique d'axe $z'z$.

On suppose par la suite, sauf mention contraire dans la question 1/, que le faisceau du laser éclaire entièrement et de manière uniforme les différentes ouvertures qui sont placées sur son passage.

Une plaque opaque (P), percée de deux trous circulaires S_1 et S_2 de même taille et de faibles dimensions, est placée perpendiculairement à l'axe $z'z$.

On note O' le milieu du segment $[S_1S_2]$. Le point O' appartient à l'axe $z'z$.

La distance entre les centres des deux trous S_1 et S_2 est notée a .

Le phénomène d'interférences est observé sur un écran (E) placé perpendiculairement à l'axe $z'z$. Soit O le point de l'écran (E) appartenant à l'axe $z'z$.

La distance entre la plaque (P) et l'écran (E) est égale à D . On a ainsi $D = O'O$.

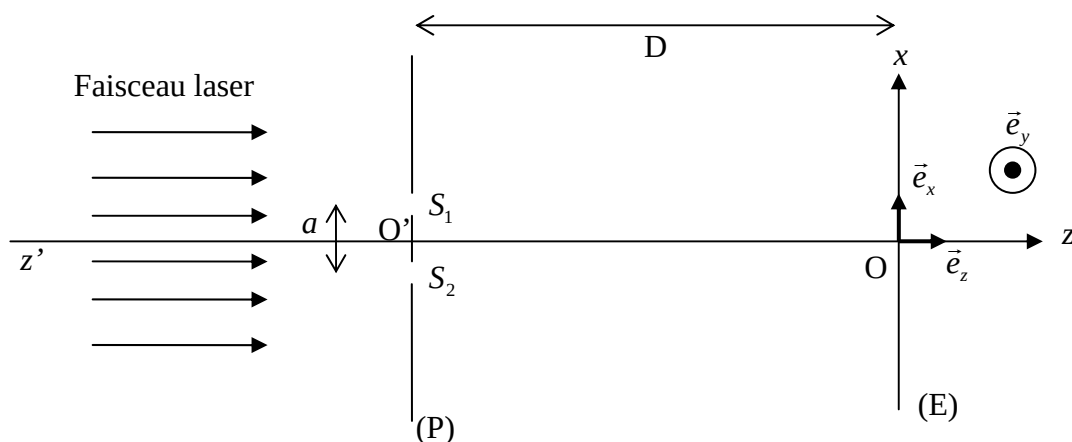
L'espace est rapporté au repère cartésien $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ défini comme suit :

$\vec{e}_z$: vecteur unitaire de l'axe Oz , orienté de la plaque (P) vers l'écran (E).

$\vec{e}_x$: vecteur unitaire de l'axe Ox , parallèle à $[S_1S_2]$ et orienté de S_2 vers S_1 .

$\vec{e}_y$: vecteur unitaire de l'axe Oy tel que la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ soit orthonormée directe.

Dans tout le problème, l'indice de réfraction de l'air sera pris égal à 1.



Première partie : réalisation pratique du dispositif

1/ Elargisseur de faisceau

Nous nous plaçons, uniquement pour cette question, dans le cas où le laser dont nous disposons ne permet pas d'éclairer simultanément les deux trous S_1 et S_2 de la plaque (P) : le diamètre du faisceau laser est inférieur à la distance a .

Nous souhaitons réaliser un dispositif permettant d'élargir le faisceau laser. Pour cela nous disposons de deux lentilles : une lentille divergente L_1 et une lentille convergente L_2 de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , telles que $|f'_1| < f'_2$.

On dispose les deux lentilles de telle sorte que le foyer image de la lentille divergente L_1 soit confondu avec le foyer objet de la lentille convergente L_2 .

La lentille L_1 est placée avant la lentille L_2 sur le trajet du faisceau laser.

Soit d_{av} le diamètre du faisceau laser avant son élargissement et d_{ap} le diamètre du faisceau laser après son élargissement.

Faire un schéma du montage ainsi réalisé et mettant en évidence l'élargissement du faisceau incident.

Calculer le rapport $\frac{d_{ap}}{d_{av}}$ en fonction de f'_1 et f'_2 .

2/ Quelle est la couleur émise par le laser dans le cas d'un laser He-Ne de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 632,8 \text{ nm}$?

Quelles sont les longueurs d'onde et les couleurs respectives qui correspondent aux limites du spectre de la lumière visible ?

Deuxième partie : description qualitative du phénomène

3/ Existence d'un champ d'interférences

3.1/ En se référant *uniquement aux lois de l'optique géométrique*, quelle devrait être l'allure de la figure observée sur l'écran (E) ?

Pour quelle raison l'optique géométrique ne permet-elle pas de prévoir l'existence d'un champ d'interférences dans le cas du dispositif des trous d'Young ?

A quel phénomène physique doit-on faire appel pour en comprendre l'existence ?

3.2/ Réaliser un schéma représentant le champ d'interférences.

4/ Description de la figure d'interférences

Les réponses aux questions suivantes seront justifiées. Une démonstration quantitative ne sera toutefois pas exigée.

4.1/ Qu'observe-t-on sur l'écran (E) ? Décrire précisément la figure d'interférences obtenue.

4.2/ Qu'observe-t-on sur l'écran (E) si l'on obture l'un des deux trous ?

4.3/ Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate la plaque (P) suivant l'axe Ox ? suivant l'axe Oy ?

4.4/ Comment est modifiée la figure d'interférences si on translate l'écran (E) suivant l'axe $z'z$?

Troisième partie : description quantitative du phénomène

5/ Différence de chemin optique

Soit un point M de l'écran (E), de coordonnées $(x, y, 0)$ dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

5.1/ Exprimer les coordonnées des trous S_1 et S_2 dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Exprimer les distances S_1M et S_2M , respectivement entre les trous S_1 et S_2 et le point M . On exprimera S_1M et S_2M en fonction de a, D, x et y .

En déduire l'expression de la différence de chemin optique $\delta(M) = S_2M - S_1M$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 . On exprimera $\delta(M)$ en fonction de a, D, x et y . Le calcul sera mené sans aucune approximation.

5.2/ La distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O , on peut considérer que a, x, y sont très petits devant D .

En faisant un développement limité au premier ordre de l'expression de $\delta(M)$ obtenue précédemment, en déduire l'expression simplifiée de $\delta(M)$ en fonction de a, D et x .

5.3/ En prenant en compte l'expression de $\delta(M)$ calculée à la question précédente, expliquer comment serait modifiée la figure d'interférences si on remplaçait les deux trous par deux fentes très fines appartenant à la plaque (P), parallèles à l'axe Oy et distantes de a ?

6/ Intensité lumineuse de l'onde résultante

On représente par $s_1(t) = s_2(t) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t\right)$ l'expression des ondes respectivement aux points S_1 et S_2 .

s_0 représente l'amplitude de l'onde considérée, c représente la célérité de la lumière dans le vide et t le temps.

On néglige l'atténuation de l'onde entre les trous et le point M .

6.1/ Déterminer l'expression $s_{1M}(t)$ de l'onde issue du trou S_1 lorsqu'elle arrive au point M . On exprimera $s_{1M}(t)$ en fonction de s_0, S_1M, c, λ et t .

Déterminer, de même, l'expression $s_{2M}(t)$ de l'onde issue du trou S_2 lorsqu'elle arrive au point M . On exprimera $s_{2M}(t)$ en fonction de s_0, S_2M, c, λ et t .

6.2/ En déduire l'expression $s_M(t)$ de l'onde qui résulte de la superposition des deux ondes $s_{1M}(t)$ et $s_{2M}(t)$ au point M . On exprimera $s_M(t)$ en fonction de $s_0, S_1M, S_2M, c, \lambda$ et t .

Mettre l'expression de $s_M(t)$ sous la forme du produit d'un terme indépendant du temps (amplitude de l'onde) et d'un terme dépendant du temps.

6.3/ Sachant que l'intensité lumineuse I_M (appelée aussi éclairement) qui résulte, au point M , de l'onde $s_M(t)$ est proportionnelle au carré de l'amplitude de $s_M(t)$ avec K constante de proportionnalité, exprimer l'intensité lumineuse I_M au point M en fonction de s_0, K, δ et λ puis en fonction de s_0, K, a, x, λ et D .

6.4/ Calculer, en détaillant clairement le raisonnement effectué, l'expression de l'interfrange i de la figure d'interférences. Exprimer i en fonction de a , λ et D .

6.5/ Tracer l'allure du graphe de I_M en fonction de x .

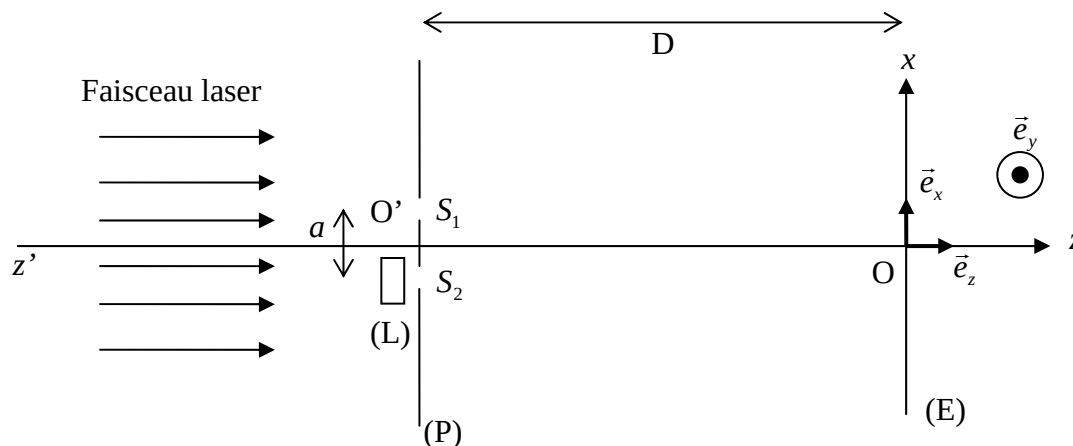
6.6/ Quelle est la position de la frange d'ordre 0 ?

Quatrième partie : modification du dispositif interférentiel

Nous nous plaçons encore pour cette partie dans le cas où la distance a entre les deux trous étant petite par rapport à la distance d'observation D , et le point M étant proche du point O , on peut considérer que a , x , y sont très petits devant D .

7/ Interposition d'une lame à faces parallèles

Dans cette question uniquement, on rajoute devant le trou S_2 une petite lame (L) (verre ou mica) à faces parallèles, d'épaisseur e et d'indice n pour la longueur d'onde λ utilisée. Le faisceau laser arrive toujours perpendiculairement à la plaque (P) et traverse la lame (L) sous incidence normale.



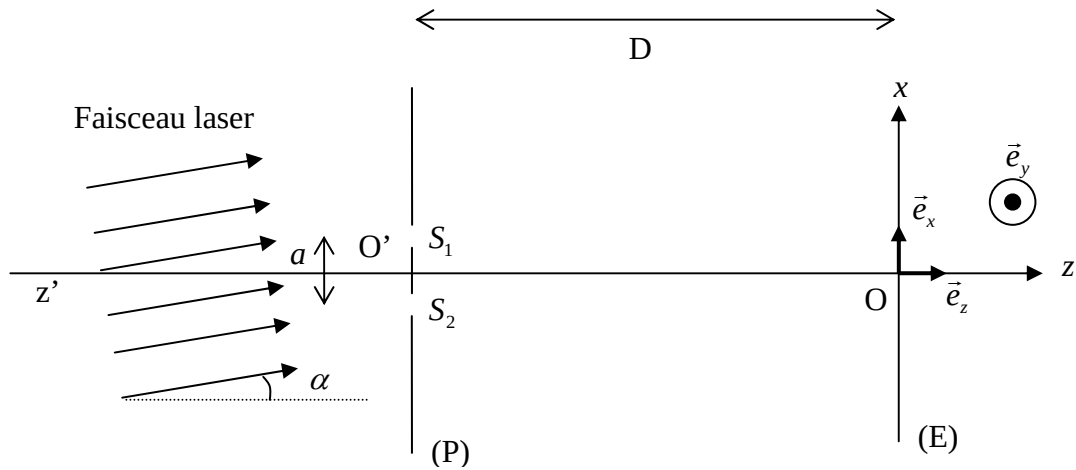
Calculer la différence de chemin optique $\delta'(M)$ au point M entre les rayons issus de S_1 et S_2 . Exprimer $\delta'(M)$ en fonction de n , e , a , x et D .

En déduire, en utilisant les résultats de la partie précédente, de quelle distance d la figure d'interférences sera translatée. On exprimera d en fonction de n , e , a et D .

Dans quel sens se déplace la figure d'interférences par rapport au cas de la question précédente ?

8/ Inclinaison du faisceau laser

Les rayons du faisceau laser ne sont plus parallèles à l'axe $z'z$. Ils sont inclinés d'un angle α par rapport à cet axe. On se placera dans le cas où l'angle α est petit.



Comment est modifiée la figure d'interférences ?

Quelle est dans ce cas la position de la frange d'ordre 0 ?