



CONCOURS COMMUNS POLYTECHNIQUES

EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE MP

PHYSIQUE 2

Durée : 4 heures

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Les calculatrices sont autorisées

Partie A : OPTIQUE

QUELQUES PROPRIETES ET APPLICATIONS DE L'APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE

Un appareil photo est constitué d'un ensemble de lentilles dont le but est de former l'image réelle d'un objet sur un détecteur sensible aux radiations lumineuses, c'est-à-dire film argentique ou barrettes CCD. Cet ensemble est associé à un boîtier qui joue le rôle de chambre noire et qui contient un obturateur, un système optique de visée et de mise au point ainsi qu'une cellule photoélectrique qui permet de mesurer le flux lumineux incident. La figure 1, ci-dessous, représente les principaux éléments d'un appareil photo de type réflex, avec un miroir pivotant (a), un verre de visée (b), une lentille collectrice (c), un pentaprisme en toit (d) ainsi qu'un oculaire (e).

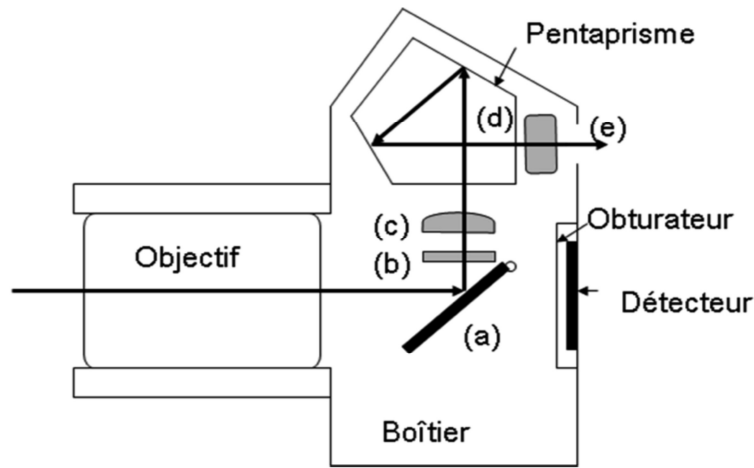


Figure 1 : appareil photo

Préambule

Le système optique qui constitue l'objectif doit restituer la forme et les couleurs de l'objet, ceci dans des conditions où les rayons lumineux incidents ne vérifient pas nécessairement les conditions dites de Gauss. Il doit donc pouvoir corriger les aberrations chromatiques et géométriques. La valeur absolue de la distance focale de l'objectif est communément appelée « focale ». Elle représente la distance entre la pellicule (ou la matrice CCD) et la lentille équivalente à l'objectif pour un sujet à l'infini, c'est-à-dire à grande distance. Les usages veulent que l'on qualifie de longue (respectivement courte) focale, un objectif dont la focale est plus grande (respectivement plus petite) que la longueur de la diagonale du détecteur utilisé, c'est-à-dire pellicule ou matrice CCD. Ceci implique que le choix de la focale est indissociable de celui du format du détecteur.

Les deux parties du sujet d'optique sont indépendantes. Les notations sont telles que tout paramètre relatif à un objet sera indicé avec un o , tandis que tout paramètre lié à une image le sera par un i .

PARTIE I : ÉTUDE DE DEUX COMPOSANTS ESSENTIELS, L'OBJECTIF ET LE PENTAPRISME

MODÉLISATION D'UN OBJECTIF PHOTO

I. Objectif assimilé à une simple lentille mince (L_1), de focale image $f_{il} = 50 \text{ mm}$

On considère le protocole représenté sur la figure 2. L'appareil est initialement réglé sur un objet placé à l'infini. On constate alors que pour former une image nette sur une pellicule fixe d'un objet situé à une distance x de l'objectif (*comptée positivement*) : $x(>0) = -P_o$, il faut déplacer l'objectif d'une certaine distance, appelée tirage, et notée t . Cette opération constitue la mise au point.

- I.1** À l'aide de la relation de conjugaison, exprimer le tirage t en fonction des seuls x et f_{il} .
- I.2** Exprimer littéralement puis calculer la variation de ce tirage pour un objet placé entre $x = \infty$ et $x = 100 f_{il}$. Sachant qu'une mise au point n'a de sens que pour un déplacement mécanique d'au moins un demi-millimètre, cette dernière est-elle nécessaire dans le cas présent ?
- I.3** Reprendre la question précédente pour un objet placé entre $x = 100 f_{il}$ et $x = 10 f_{il}$.

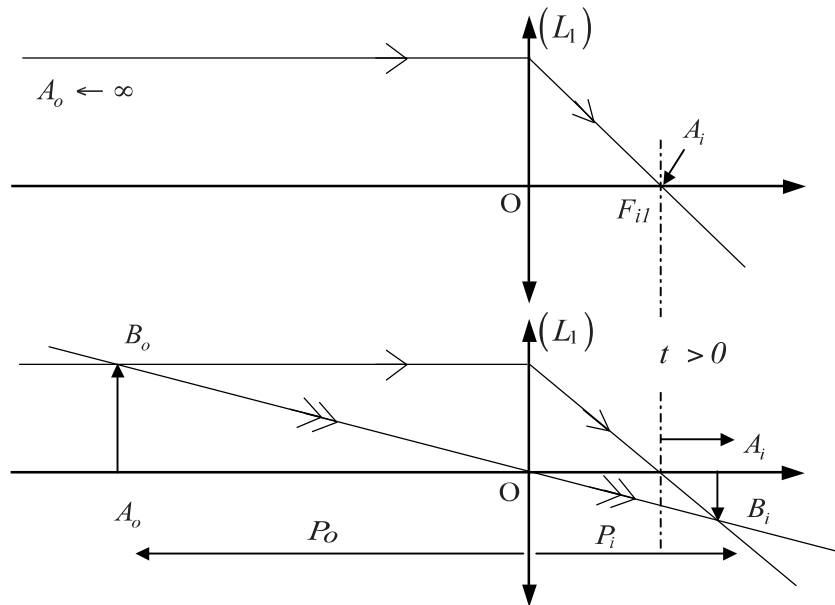


Figure 2 : protocole avec lentille simple

II. Objectif bifocal

Considérons trois lentilles minces (L_2), (L_3) et (L_4), de centres O_2 , O_3 et O_4 , placées suivant un même axe optique. (L_2) et (L_4) sont identiques et divergentes, de distance focale image $|f_{i2}| = 60$ mm, tandis que (L_3) est convergente avec $|f_{i3}| = 35$ mm.

II.1 Dans cette première configuration (a), les lentilles (L_2) et (L_3) sont accolées.

- II.1.a.** Montrer que la distance focale image f_{i23} de la lentille équivalente au système (L_2) + (L_3) peut se mettre sous la forme $f_{i23} = f_{i2}f_{i3} / (f_{i2} + f_{i3})$. La calculer et en déduire la nature de cette lentille équivalente. Pour un rayon incident parallèle à l'axe optique, tracer le rayon à la sortie de cette lentille équivalente de foyer image F_{i23} .
- II.1.b.** Déterminer la distance $\overline{O_2O_4}$ en fonction de f_{i2} et f_{i3} pour que le système constitué des trois lentilles soit afocal. La calculer.
- II.1.c.** Exprimer le grandissement transversal G_{ta} en fonction de f_{i2} et f_{i3} pour un objet éclairé par un rayon incident qui arrive parallèlement à l'axe optique. On pourra raisonner en termes de faisceau lumineux cylindrique parallèle à l'axe optique dont on exprimera le grandissement du rayon à travers le système optique. Donner finalement l'application numérique de ce grandissement transversal.

II.2 Dans cette deuxième configuration (b), les lentilles (L_3) et (L_4) sont maintenant accolées en ayant pris soin de maintenir la distance $\overline{O_2O_4}$ identique à celle de la question précédente. Montrer que le nouveau grandissement transversal G_{tb} est relié à G_{ta} par une relation très simple que l'on précisera, et en faire l'application numérique.

II.3 En se replaçant en configuration (a) et en supposant les conditions de Gauss respectées, exprimer le grandissement angulaire $G_{aa} = \alpha' / \alpha$ en fonction de f_{i23} et f_{i4} , avec α et α' les angles orientés des rayons incident et émergent définis par rapport à l'axe optique. Calculer G_{aa} puis le comparer à G_{ia} . Pour s'aider dans le calcul, faire un schéma où seront tracés deux rayons incidents, parallèles entre eux, l'un passant par le centre O_2 de la lentille équivalente, l'autre passant par le foyer objet équivalent F_{o23} . Reprendre le raisonnement pour la configuration (b), et déterminer G_{ab} le grandissement angulaire correspondant.

II.4 On place enfin derrière la lentille (L_4), la lentille (L_1) utilisée en I.

- II.4.a.** À quelle distance de (L_4) doit-on placer la pellicule photographique (ou la matrice CCD) pour obtenir une image nette d'un objet placé à l'infini ? La distance $\overline{O_4 O_1}$ importe-t-elle ?
- II.4.b.** Où doit-on placer la lentille (L_1) pour que l'encombrement du système lentilles pellicule / CCD soit le plus faible possible ?
- II.4.c.** À l'aide de G_{aa} et G_{ab} (grandissement angulaire dans la configuration (b)), exprimer les dimensions $\overline{A_{i1} B_{i1}}$ de l'image formée sur la pellicule / CCD d'un objet placé à l'infini pour les configurations (a) et (b), et dont le rayon limite arrive sur la lentille (L_1) selon un angle de $\alpha = 5^\circ$ par rapport à l'axe optique de cette lentille. Calculer ces dimensions.
- II.4.d.** En déduire les distances focales images f_{ia} et f_{ib} de l'objectif constitué des quatre lentilles, respectivement pour les configurations (a) et (b). Pour ce faire, la taille des images $\overline{A_{i1} B_{i1}}$ calculée précédemment, on admettra l'existence d'une lentille équivalente pour les deux configurations (a) et (b) et on montrera (par exemple) que pour (a) : $f_{ia} = f_{i1} G_{aa}$ et l'on donnera l'application numérique correspondante de f_{ia} .
- II.4.e.** On appelle champ angulaire la portion conique de l'espace objet dont l'objectif photographique donne une image nette. Ce champ est exprimé par l'angle 2α du cône qui a pour sommet le centre O d'une lentille mince équivalente (voir figure 3 et raisonnement ci-dessus). Ce champ est limité par la plus grande dimension du détecteur d , c'est-à-dire la diagonale d'un format rectangulaire. Après avoir exprimé la relation entre α , d et la focale f de l'objectif (celle de la lentille équivalente des questions précédentes, c'est-à-dire $f = f_{ia}$ et $f = f_{ib}$), calculer le champ angulaire pour les deux configurations de lentilles (a) et (b) susmentionnées pour un film de format 24×36 mm. Commenter la compatibilité des valeurs obtenues pour les champs angulaires avec les conditions dites de Gauss.

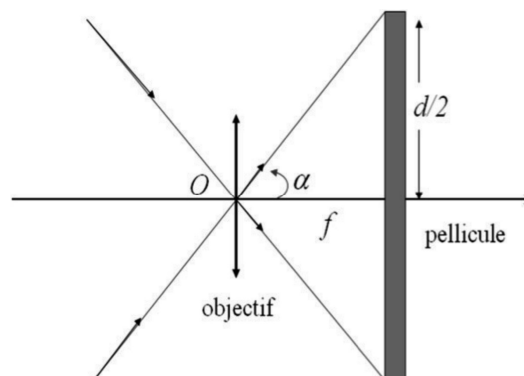


Figure 3 : champ angulaire

II.5 Si l'on compare maintenant avec l'objectif mono-lentille de la section I.1, quel est l'avantage de l'objectif bifocal ? Y aurait-il des inconvénients ?

III Objectifs dédiés spécifiquement à la macrophotographie.

La macrophotographie concerne l'ensemble des techniques photographiques permettant de photographier des sujets de petite taille.

On considère un objet réel situé à 30 cm de l'objectif mono-lentille (L_1) utilisé en I et II, avec un tirage fixé à $t = 6$ mm.

- III.1 Déterminer la position de l'image p_{i1} par rapport à la lentille (L_1), ainsi que le grandissement transversal G_{t1} . Peut-on photographier de manière nette cet objet ?
- III.2 On place devant l'objectif, à une distance e , une lentille additionnelle convergente (L_5), de focale f_{i5} supérieure à f_{i1} . On pose $x = -p_{o5}$ (*comptée positivement*), la distance entre l'objet et le centre O_5 de la lentille (L_5). Donner l'expression de x en fonction des distances focales images f_{i1} et f_{i5} , de e et t , afin que l'image soit nette sur la pellicule.
- III.3 La distance e valant 5 cm, déterminer les valeurs minimales de x pour que l'objet puisse être photographié de façon nette pour les deux valeurs de distances focales $f_{i5} = 20$ et 50 cm.
- III.4 Conclure quant à l'intérêt d'utiliser cette lentille additionnelle (L_5) et quant à la dépendance de x en fonction de f_{i5} .

PARTIE II : QUELQUES PARAMETRES IMPORTANTS D'UN APPAREIL PHOTO

Outre les notions de tirage, de grandissement transversal et de champ angulaire déjà vues dans la première partie, celles de profondeur de champ, de résolution et d'éclairement du plan image sont toutes aussi importantes pour caractériser un appareil photographique.

I Profondeur de champ / Résolution

La photographie d'un objet de taille finie doit demeurer nette sur toute la profondeur de champ. On se reportera à la figure 4 qui modélise un objectif avec la simple lentille mince de distance focale image f_{i1} du I de la première partie, et sur laquelle on peut voir que l'ensemble des points objets situés sur l'axe optique entre A_{o1} et A_{o2} , pour un diamètre D_d du diaphragme (D), n'impressionnent qu'un seul grain argentique de la pellicule (ou un seul pixel de la matrice CCD). Cette gamme de distance séparant ces objets de l'objectif $\Delta d_o = d_{o1} - d_{o2}$ est appelée profondeur de champ, avec d_{o1} et d_{o2} respectivement les distances algébriques $\overline{A_{o1}O}$ et $\overline{A_{o2}O}$. En effet, l'image d'un objet ponctuel A_o n'a pas nécessité d'être rigoureusement ponctuelle en raison de la taille finie ε d'un grain (ou d'un pixel), et par conséquent, la photo restera "nette" si la dimension ε_i de l'image d'un point est inférieure à cette taille ε . La profondeur de champ dépend également de la focale, de la distance à laquelle se trouve l'objet ainsi que du nombre d'ouverture qui correspond à une ouverture maximale du diaphragme.

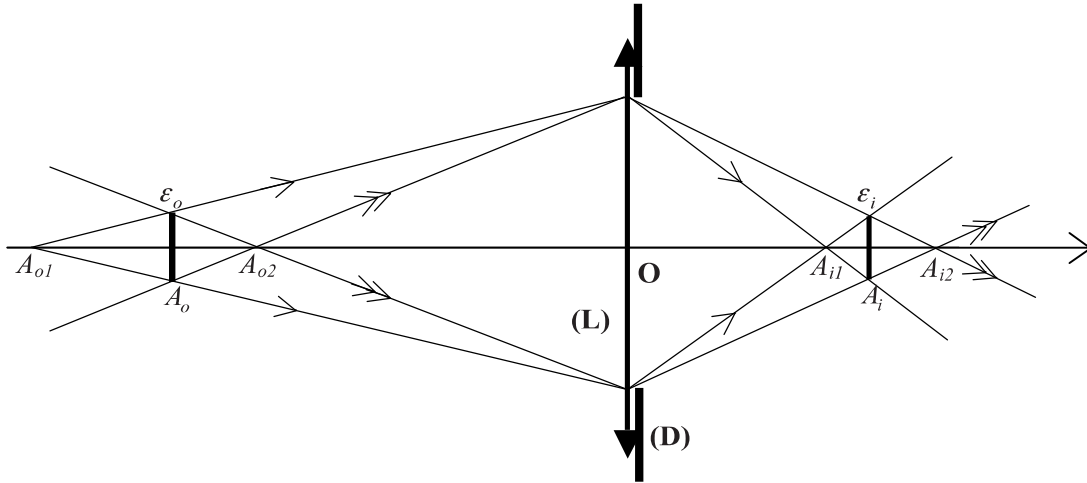


Figure 4 : profondeur de champ

- I.1** En notant d_o la distance $\overline{A_oO}$ à laquelle un objet de dimension ε_o donne une image de dimension $\varepsilon_i = \varepsilon$ dans le plan de détection, exprimer d_{o1} et d_{o2} en fonction de d_o , D_d , ε et du module du grandissement transversal $|G_t| = \varepsilon_i / \varepsilon_o$. En déduire l'expression de la profondeur de champ.
- I.2** Influence de la diffraction
- I.2.a.** Dans cette question, on détermine l'ordre de grandeur de la limite de résolution spatiale due à la seule diffraction. Une fente infinie selon Oy , de largeur a selon Ox , est éclairée normalement selon l'axe Oz en lumière monochromatique, d'intensité I_0 , de longueur d'onde λ et suivant les conditions dites de Fraunhofer. Elle est suivie de la lentille (L_1), de focale image f_{i1} . On observe alors la figure de diffraction sur un écran placé dans le plan focal image de (L_1). Exprimer l'intensité lumineuse I sur l'écran en fonction de x , coordonnée suivant l'axe (Ox) de l'écran. En déduire l'expression de la largeur de la tache centrale de diffraction en fonction de λ , a et f_{i1} .
- I.2.b.** En admettant que la limite de résolution spatiale Δx_i pour une pupille d'entrée d'un objectif photographique de diamètre D_d (tel qu'étudié précédemment) est assimilable à la largeur de la tache centrale de diffraction obtenue dans la question précédente pour une fente infinie de largeur $a = 2D_d$, calculer cette limite de résolution spatiale due à la seule diffraction pour l'ouverture numérique maximale $N.O = 2,8$ ainsi que pour l'ouverture numérique minimale $N.O = 1,4$, sachant que l'objectif est éclairé sous une longueur d'onde de 550 nm. Comparer ces nombres à ε et conclure.

II Éclairement du plan image

L'éclairement du plan image $\vec{E}_i$ est donné comme le rapport $d\phi_i / dS_i$, avec ϕ_i le flux lumineux image et S_i la surface du plan image, et s'exprime donc en W.m^{-2} . La figure 5 décrit les principaux paramètres qui fixent l'éclairement du plan image. On reconnaît entre l'entrée E et la sortie S du système optique, les pupilles P_e et P_s qui diaphragment le faisceau optique et fixent ainsi les angles maximaux d'inclinaison des rayons incidents β_o et images β_i . On peut montrer que le flux lumineux infinitésimal image est donné par $d\phi_i = L_i dS_i \int \cos \theta_i d\Omega_i$ avec $L_i = \tau L_o$ la luminance du plan image liée à celle de l'objet L_o par le facteur de transmission τ , θ_i l'angle d'inclinaison image variant entre 0 et β_i , et $d\Omega_i$ l'élément infinitésimal d'angle solide image.

II.1 Exprimer l'éclairement du plan image $\dot{E}_i$ en fonction de l'angle β_i , L_o et τ .

II.2 En partant de l'expression trouvée en **II.1**, montrer que l'expression littérale approchée (petits angles) de l'éclairement vaut : $\dot{E}_i \approx \frac{\pi \tau L_o}{4(N.O)^2}$.

Pour ce faire, on utilisera la conservation du stigmatisme dans un plan perpendiculaire à l'axe optique qui s'exprime par la relation des sinus d'Abbe : $n_o \sin \beta_o = G_t n_i \sin \beta_i$, ainsi que la relation approchée (petits angles) qui lie grandissement transversal G_t , quantité $\sin \beta_o$ et nombre d'ouverture, $N.O$, soit $G_t = 2 (N.O) \sin \beta_o$.

L'effet produit sur le film ou la matrice CCD ne dépend que de l'énergie lumineuse reçue, donc de l'exposition lumineuse $\dot{E}_i T$, avec T le temps de pose. L'exposition variant en $T / (N.O)^2$, discuter brièvement le compromis entre le temps de pose et l'ouverture du diaphragme.

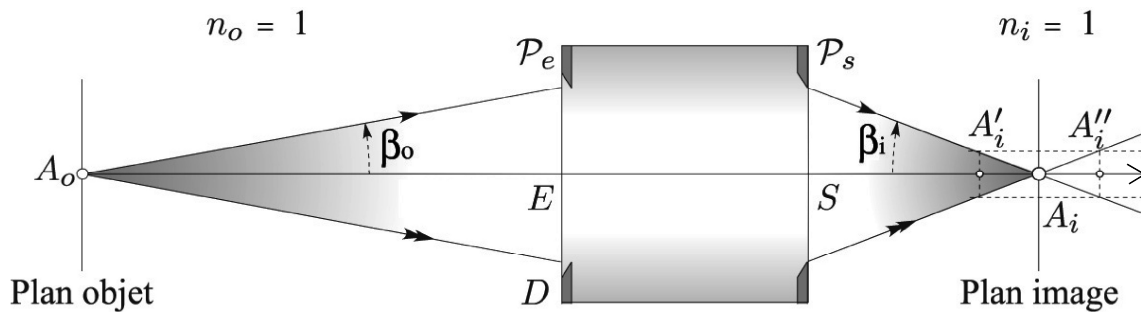


Figure 5 : éclairement du plan image