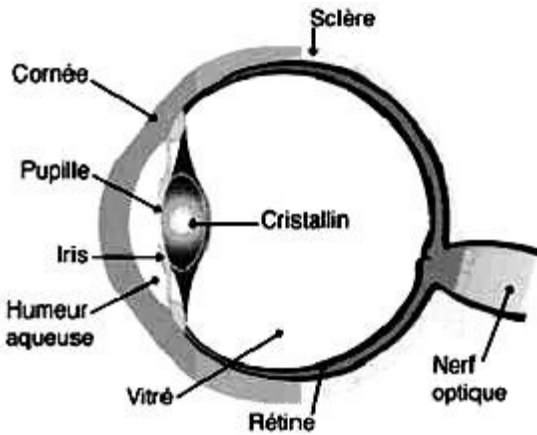


OG2 – Modèles de l'oeil

Exercice 37 : Quelques caractéristiques de l'oeil



L'œil normal :

L'œil normal, ou emmétrope observe sans accommoder des objets situés à l'infini. En accommodant, il peut voir des objets plus proches, jusqu'à son punctum proximum (noté PP).

1. Le pouvoir séparateur angulaire d'un œil normal est de l'ordre de $\Delta\alpha = 5.10^{-4}$ rad. En déduire un ordre de grandeur de la taille caractéristique h d'une cellule rétinienne, en assimilant le cristallin à une lentille convergente de focale $f' = 1,5$ cm.
2. Quelle est la taille maximale d'un objet que l'œil peut distinguer à 1m (on distingue l'objet si son image couvre au moins une cellule rétinienne) ?
3. Soit un objet A situé à une distance $d > PP$ de cet œil. Si R est le rayon de la pupille, qui joue le rôle d'un diaphragme, déterminer le rayon r de la tache image associée à l'objet A si l'œil n'accomode pas.
4. On considère que l'objet A ponctuel est vu de façon nette si $r < h$. Justifier ce critère.
Si $R = 1$ mm, calculer la distance minimale d'un objet qui est vu net en même temps qu'un autre objet à l'infini. Conclure sur la profondeur de netteté de l'œil.
5. Quelle est la distance focale du cristallin correspondant à la valeur communément admise pour le PP : 25cm ? Comparer à la valeur au repos : $f' = 1,5$ cm.
6. On place un objet plus près que le PP. Faire la construction et justifier que l'on voit une image floue (le cristallin étant comprimé au maximum $\rightarrow$ valeur de la question 5).

Myopie :

Un œil myope est un œil dont le cristallin est trop convergent. Son punctum proximum (PP) et son punctum remotum (PR) sont plus proches de l'œil que pour un œil emmétrope.

7. Que voit-il s'il observe un objet placé à l'infini ? Pourquoi n'arrive-t-il pas à accommoder ?

8. En supposant que la rétine se trouve à 1,5cm et que le cristallin myope peut être assimilé à une lentille convergente de focale $f' = 1,48$ cm, calculer le nouveau PR.
9. Si son PP = 12cm, quelle est la distance focale correspondante ? Commenter.
10. On souhaite corriger cet œil afin que ses limites de vision distinctes soient celles d'un œil normal. A l'aide de la relation de conjugaison au sommet, démontrer que deux lentilles minces L_1 et L_2 accolées en O, de même axe optique principal, de distances focales respectives f'_1 et f'_2 , sont équivalentes à une seule lentille mince de centre optique O et de distance focale f'_{eq} telle que :

$$V_{eq} = V_1 + V_2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{f'_{eq}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

11. On utilise des verres de contact (des « lentilles »). Déterminer la distance focale image des verres de contact utilisés en supposant que le système verre de contact-cristallin est accolé. Préciser la nature des verres. Commenter la valeur obtenue.

Presbytie :

Avec l'âge, le champ de vision d'un œil emmétrope ou myope est réduit par la presbytie, qui caractérise la diminution de la capacité du cristallin à se déformer pour permettre l'accommodation. On modélise le cristallin par une lentille de focale f'_0 constante pour l'œil presbyte, et la rétine par un écran situé à la distance $d_0 = 15$ mm du cristallin.

12. Un œil normal presbyte voit net un objet situé à l'infini. Quelle est la relation entre f'_0 et d_0 ?
13. Une personne presbyte lit un journal placé à 25cm de ses yeux. Le rayon r_0 de la pupille de l'œil est de 1,0mm. Calculer le diamètre de la tache image, sur la rétine, d'un point du journal. Conclure.
14. Comment corriger la vision de cet œil ? Est-il possible d'avoir une correction pour tout le champ de vision ?
15. Et lorsqu'un œil myope vieillit, que pensez-vous de la tache correspondante au journal à 25cm ? Commenter.

Hypermétropie :

Un œil hypermétrope est un œil dont le cristallin n'est pas assez convergent, ce qui a comme conséquence de repousser son punctum proximum par rapport à un œil normal. Considérons un œil hypermétrope dont le PP est à 50cm. En accommodant, il fait varier sa vergence $\Delta V = 4\delta$.

16. Quelle doit être la vergence d'un verre de contact (supposé accolé au cristallin) pour que le PR de l'ensemble soit à l'infini ?
17. Où est alors situé le PP de l'œil corrigé ?
18. Comment ces résultats sont modifiés si l'on utilise un verre correcteur placé à 1,0 cm du cristallin ?

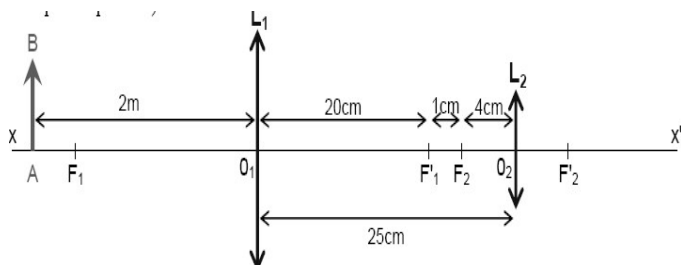
OG2 – Systèmes Optiques

Exercice 38 : Lunette astronomique

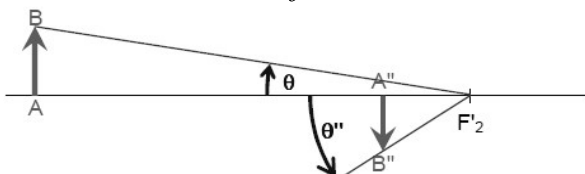
Le système optique à étudier est une lunette astronomique "bas de gamme" constituée de deux lentilles L_1 et L_2 convergentes. Cette lunette va être utilisée pour une observation terrestre. Les caractéristiques du système sont :

- $\overline{O_1F'_1} = 20 \text{ cm}$ (Distance focale lentille L_1)
- $\overline{O_2F'_2} = 4 \text{ cm}$ (Distance focale lentille L_2)
- $\overline{O_1O_2} = 25 \text{ cm}$ (Distance entre les deux lentilles)
- $\overline{O_1A} = -2 \text{ m}$ (Distance entre l'objet observé et la L_1)
- $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ (Taille de l'objet)

Les caractéristiques géométriques sont résumées sur le schéma ci-dessous (les échelles ne sont pas respectées) :



- Déterminer, par le calcul, la position $\overline{O_1A'}$ et la taille (algébrique) $\overline{A'B'}$ de l'image formée par la lentille L_1 . L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
- Dessiner $A'B'$ et la lentille L_2 .
- Déterminer, par le calcul, la position $\overline{O_2A''}$ et la taille (algébrique) $\overline{A''B''}$ de l'image formée par la lentille L_2 à partir de l'objet $A'B'$. L'image est-elle réelle ou virtuelle ?
- Placer $A''B''$ sur le schéma.
- L'œil de l'observateur est placé au point F'_2 . Déterminer alors le grossissement G de la lunette en utilisant les indications ci-dessous : $G = \frac{\theta''}{\theta}$

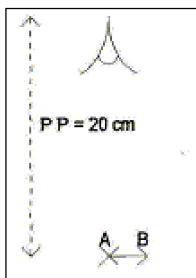


Exercice 39 : Microscope

A- Observation d'un objet AB à l'œil nu :

On place l'œil à 20 cm de l'objet ($AB=10^{-5}\text{m}$) soit au punctum remotum (distance minimale permettant la vision nette). Le pouvoir séparateur de l'œil (le plus petit angle que l'on puisse visualiser) est égal à $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

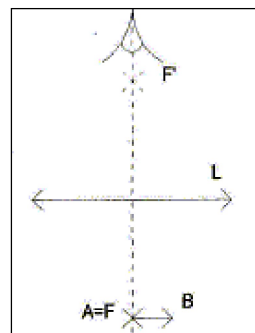
- Peut-on séparer les deux points A et B à l'œil nu ? Justifier par un calcul.



B- Observation avec une loupe :

Une loupe est une lentille mince convergente de distance focale $f = 5 \text{ cm}$. Pour une observation confortable, on place la loupe telle que son foyer objet F soit confondu avec A.

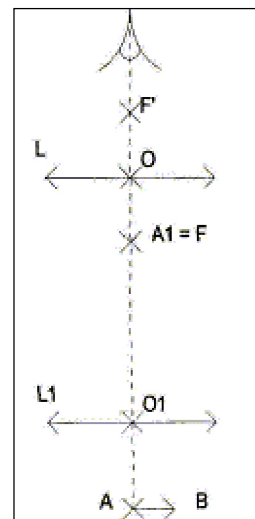
- Sous quel angle visualise-t-on AB à travers la loupe ? L'utilisation de la loupe permet-elle de séparer A et B ?



C- Observation avec microscope :

L'objet AB est placé devant la première lentille L_1 (objectif) d'un microscope de telle sorte que l'image A_1 de A à travers L_1 , soit confondue avec F, foyer objet de la deuxième lentille (oculaire) du microscope. La distance focale de l'oculaire vaut $f = 3 \text{ cm}$.

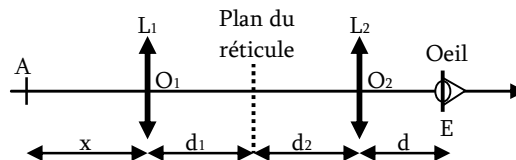
- Déterminer la grandeur algébrique $\overline{A_1B_1}$ de l'image donnée par la lentille L_1 sachant que $\overline{AO_1} = 1,2 \text{ cm}$ et $\overline{O_1A_1} = 14,4 \text{ cm}$.
- Sous quel angle visualise-t-on A_1B_1 à travers l'oculaire ? Faire une figure correspondante.
- L'utilisation du microscope permet-elle de séparer A et B ?



Exercice 40 : Réglage d'un viseur

Le viseur est un instrument intermédiaire entre le microscope, qui sert à examiner des objets très rapprochés, et la lunette, qui sert à observer des objets très éloignés. Il comporte :

- Deux lentilles convergentes L_1 (objectif) et L_2 (oculaire), de centres optiques O_1 et O_2 et de distances focales $f_1' = 3,0 \text{ cm}$ et $f_2' = 2,0 \text{ cm}$.
- Un réticule (ensemble de deux fils très fins disposés en croix de centre O dans un plan perpendiculaire à l'axe optique).



Les distances $O_1O = d_1$ et $OO_2 = d_2$ sont réglables de manière à ce que l'œil placé en E à une distance $d = 2,0 \text{ cm}$ de l'oculaire puisse voir nettes simultanément l'image du réticule et celle d'un objet repéré par la distance $AO = x$ ($x > 0$).

1. Réglage de la distance réticule – oculaire

Un œil normal peut voir nets des objets situés à une distance supérieure à $d_m = 25 \text{ cm}$, appelée distance minimale de vision distincte (punctum proximum).

- Quelle est la valeur de d_2 permettant d'obtenir une image nette du réticule à travers l'oculaire dans le cas où l'œil observe à la distance minimale de vision distincte ?
- Quelle est la valeur de d_2 dans le cas où l'œil observe à l'infini ? Quel est l'intérêt de cette situation ?

2. Réglage de la distance objectif – réticule

On conserve le réglage précédent où l'œil observe à l'infini. On vise ensuite un objet situé à la distance $x = 4f_1'$ du réticule, c'est-à-dire que l'on règle d_1 de manière à voir nettement à la fois l'image du réticule et celle de l'objet. Vérifier que cette condition de netteté est réalisée si $d_1 = 2f_1'$.

Exercice 41 : Doublet optique de Huygens

On considère un doublet de lentilles minces définissant un doublet optique, caractérisé par la donnée de trois nombres : f_1' , $e = \overline{O_1O_2}$, et f_2' . Un doublet de Huygens est du type $f_1' = 3a$, $e = 2a$, et $f_2' = a$.

On prendra pour les applications numériques $a = 2,0\text{cm}$ et on notera $\Delta = \overline{F_1'F_2'}$.

1. Placer sur l'axe optique, en effectuant une construction à l'échelle, les foyers de (L_1) et (L_2) et déterminer par construction géométrique les foyers objet et image du doublet, notés respectivement F et F'.
2. Vérifier ces résultats en déterminant algébriquement $\overline{F_1'F'}$ et $\overline{F_2'F'}$ (Avec la relation de conjugaison au foyer).

Exercice 42 : Grossissement standard d'un microscope

L'objectif L_1 et l'oculaire L_2 ont respectivement pour distances focales f_1' et f_2' . L'intervalle optique, distance entre les foyers image F_1' de L_1 et objet F_2 de L_2 , est noté Δ . Dans tout l'exercice, les angles seront supposés suffisamment petits pour que l'on puisse effectuer les approximations d'usage.

1. Construction des images

- 1.a) Quelle position l'image intermédiaire A_1B_1 de l'objet AB doit-elle occuper par rapport à l'oculaire pour que l'image finale $A'B'$ soit rejetée à l'infini ?
- 1.b) Quel est l'intérêt de cette configuration pour l'œil ?
- 1.c) Donner le schéma de principe d'un tel microscope en faisant apparaître la construction des images A_1B_1 et $A'B'$ (on ne demande pas de respecter une échelle précise).

2. Grossissement standard du microscope

Le grossissement d'un microscope dépend des conditions d'observation. La définition du grossissement standard suppose que l'œil observe une image $A'B'$ rejetée à l'infini.

- 2.a) Exprimer le grandissement γ_1 de l'objectif en fonction de $\overline{A_1B_1}$ et de $\overline{AB}$. En déduire la relation : $\gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$.

- 2.b) Le grossissement standard de l'oculaire G_2 est le rapport de l'angle α' sous lequel est vue l'image finale $A'B'$ à l'angle α_1 sous lequel serait vue l'image intermédiaire A_1B_1 , à l'œil nu, à la distance minimale de vision distincte $d_m = 25\text{cm}$. Montrer qu'on a la relation : $G_2 = \frac{d_m}{f_2'}$.

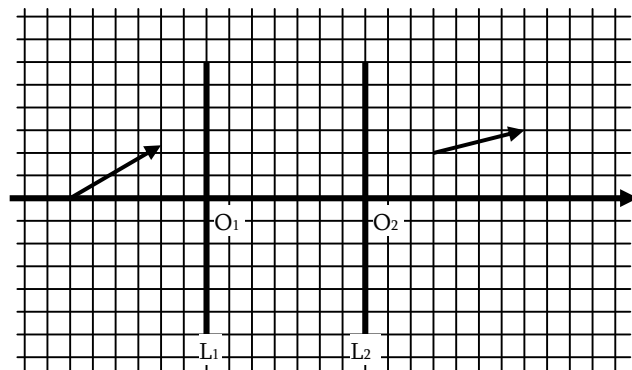
- 2.c) On montre que le grossissement standard du microscope est le produit du grandissement de l'objectif par le grossissement de l'oculaire ($G = |\gamma_1|G_2$ en valeur arithmétique).

Calculer le grossissement de l'appareil étudié.

Données : $f_1' = 2,0\text{mm}$; $f_2' = 2,5\text{cm}$; $\Delta = 18\text{cm}$.

Exercice 43 : Tracé de Rayons

On étudie un doublet comportant deux lentilles L_1 et L_2 , de centres respectifs O_1 et O_2 représenté sur la figure ci-après. Sur la gauche un rayon incident pénètre dans le système et émerge sur la droite, comme indiqué. Un carreau correspond à 1cm.



1. Ce système est-il globalement convergent ou divergent ? (Justifier rapidement)
2. Compléter le trajet du rayon lumineux.
3. En déduire la nature de chacune des deux lentilles (convergente ou divergente ?).
4. Soient F_1 et F_1' les foyers objet et image de la lentille L_1 , F_2 et F_2' , les foyers objet et image de la lentille L_2 . Trouver graphiquement la position de ces foyers. Evaluer les valeurs algébriques $\overline{O_1F_1'}$ et $\overline{O_2F_2'}$.
5. Qu'appellent-on foyer objet F, foyer image F' d'un système optique ? Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$.
6. Si $\overline{O_1F_1'} = 4\text{cm}$, $\overline{O_2F_2'} = -2\text{cm}$ et $\overline{O_1O_2} = 7\text{cm}$, déterminer par le calcul les valeurs algébriques $\overline{O_1F}$ et $\overline{O_1F'}$.

SOLUTION des EXERCICES – OG1 / OG2 – Feuille 1/5

OG1 – Lois de la Réflexion

Exercice 1 : Observer son propre reflet

1. $h_{\max} = l/2 = 85\text{cm}$.
2. Cette hauteur ne dépend pas de la distance œil – miroir.
3. Hauteur min du miroir : 85cm en dessous de l'œil, 5cm au dessus $\rightarrow 90\text{cm}$ (la moitié de sa taille complète)

Exercice 2 : Réflexion sur deux miroirs

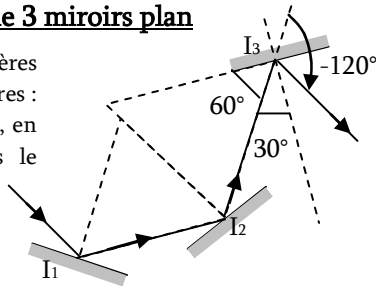
1. Angle d'incidence $i_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha$ (par rapport à la normale)
2. Le rayon doit être normal au 2nd miroir pour repasser par le même point d'incidence, donc l'angle entre $-i_1$ et r_1 (réfléchi sur le 1^{er} miroir) doit être de $\pi/2$:
 $(-i_1, r_1) = 2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{\pi}{2}$, ce qui donne $\alpha = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3 : Rotation d'un miroir plan

1. On a un angle d'incidence $i = -\alpha$
2. Donc $\beta = -2i = 2\alpha \rightarrow$ Pratique pour faire des mesures...

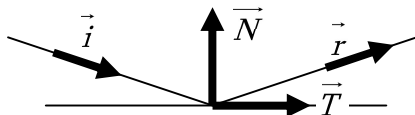
Exercice 4 : Ensemble de 3 miroirs plan

1. Deux premières déviations angulaires : 60° (angle entre i et r , en prenant bien i dans le sens du parcours)
2. Il faut $M_3 \parallel I_1 I_2$ (voir figure)



Exercice 5 : Mesure de la distance Terre – Lune

1. On peut utiliser directement la formulation vectorielle de la loi de Descartes pour la réflexion : on définit les vecteurs normal et tangentiel à la surface, $\vec{N}$ et $\vec{T}$. Ainsi, le vecteur directeur du rayon incident peut s'écrire $\vec{i} = \begin{bmatrix} i_N \\ i_T \end{bmatrix}_{(\vec{N}, \vec{T})} = i_N \cdot \vec{N} + i_T \cdot \vec{T}$, et celui du réfléchi $\vec{r} = \begin{bmatrix} -i_N \\ i_T \end{bmatrix}_{(\vec{N}, \vec{T})}$.
 Il y a inversion de la composante suivant la normale :



Il est alors plus simple d'interpréter les réflexions sur les 3 miroirs normaux : $\vec{i}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{i}_1 = \begin{bmatrix} -x \\ y \\ z \end{bmatrix}$, $\vec{i}_2 = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ z \end{bmatrix}$ et $\vec{i}_3 = \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix}$

$\rightarrow$ Très bon système permettant de s'affranchir des problèmes d'orientation du miroir !!! On a toujours un rayon revenant en direction parfaitement opposée (aux défauts de construction du triplet de miroirs près).

Rmq : L'ordre des réflexions n'intervient pas...

2.a) Rayon du faisceau à la distance d : $r = d \tan \alpha \approx d\alpha$

Surface du faisceau à la distance d : $S_0 \approx \pi(d\alpha)^2$

Si on suppose que les photons se répartissent de manière égale dans ce cône, on fait une règle de trois :

$$n = n_0 \cdot \frac{S}{S_0} = \frac{n_0 \cdot S}{\pi d^2 \alpha^2}$$

2.b) Ces photons sont réémis dans un cône de demi angle α' ,

donc il en arrive : $n' = \frac{n \cdot S'}{\pi d'^2 \alpha'^2} = \frac{S' \cdot I'^2}{\pi \cdot d'^2 \cdot \lambda^2} \times \frac{S}{\pi d^2 \alpha^2} \times n_0$

2.c) La fraction reçue en retour est très faible :

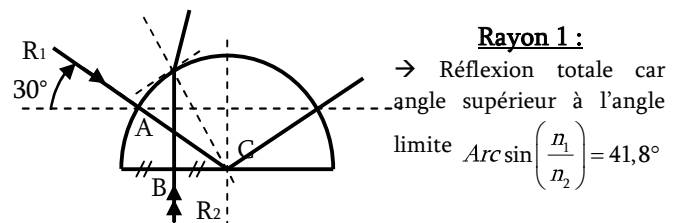
$$\rho = \frac{n'}{n_0} = \frac{S' \cdot I'^2}{\pi \cdot d'^2 \cdot \lambda^2} \times \frac{S}{\pi d^2 \alpha^2} = 7,5 \cdot 10^{-22}$$

2.d) Il y a dans le faisceau initial $n_0 = \frac{E_{\text{totale}}}{E_{\text{photon}}} = \frac{E\lambda}{hc} = 8 \cdot 10^{17}$

photons émis par le laser, et $n' = \rho n_0 = 6 \cdot 10^{-4}$ reviennent, ce qui est vraiment faible. En réalité, le panneau déployé sur la Lune (sur la mer de la tranquillité) est constitué d'une centaine de réflecteurs, et on récupère en moyenne un photon tous les cent tirs !!! Le capteur sur Terre doit être d'excellente qualité pour pouvoir analyser le signal.

OG1 – Lois de la Réfraction

Exercice 6 : Hémicylindre



Rayon 1 :

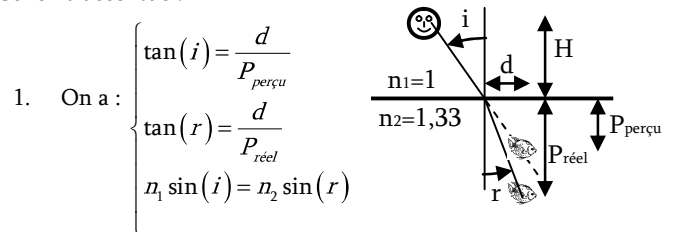
$\rightarrow$ Réflexion totale car angle supérieur à l'angle limite $\text{Arc sin}\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = 41,8^\circ$

Rayon 2 : Arrive sur la sphère avec l'angle i_2 tq $\sin(i_2) = \frac{R/2}{R} = \frac{1}{2}$,

ce qui donne $i_2 = 30^\circ < i_{\text{lim}}$, il y a réfraction, le rayon de sortie formant avec la normale l'angle $i_3 = \text{Arc sin}\left(\frac{n_2 \sin(i_2)}{n_1}\right) = 48,6^\circ$

Exercice 7 : Observation d'un poisson

Schéma accentué :



$$1. \text{ On a : } \begin{cases} \tan(i) = \frac{d}{P_{\text{perçu}}} \\ \tan(r) = \frac{d}{P_{\text{réel}}} \\ n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \end{cases}$$

$$\text{Donc : } P_{\text{perçu}} = \frac{d}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \tan(r)}{\tan(i)} = \frac{P_{\text{réel}} \times \sin(r) \times \cos(i)}{\sin(i) \times \cos(r)}$$

$$\text{On simplifie : } P_{\text{perçu}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_1 \times \cos(i)}{n_2 \times \sqrt{1 - \sin^2(r)}} = \frac{P_{\text{réel}} \times n_1 \times \cos(i)}{\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(i)}}$$

Pour $i = 15^\circ$, cela donne $P_{\text{perçu}} = 44,4 \text{ cm}$.

2. Le poisson voit le pêcheur plus loin, on retourne la

formule :
$$H_{\text{perçue}} = \frac{H_{\text{réelle}} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(i)}}{n_1 \cos(i)} = 2,16 \text{ m}$$

3. Différentes valeurs en fonction de l'angle :

Angle	0°	15°	30°	45°	60°
P _{réel} (cm)	60	60	60	60	60
P _{perçu} (cm)	45,1	44,4	42,2	37,7	29,7

→ On voit que le dioptré plan-eau n'est pas stigmatique, puisque tous les rayons émergent de l'eau ne se croisent pas en une unique image, mais en une zone image (intersection dépendant de l'angle d'émergence).

Exercice 8 : Pierre au fond d'une piscine

Un peu de géométrie...

$$h_{\min} = \frac{H - \frac{Yd}{X}}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) - \frac{1}{\sqrt{n^2 - \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}}} = 1,2 \text{ m}$$

Exercice 9 : Le poisson double

1. Trajet des rayons :

2. Dans le Tri COI :

$$\alpha + \left(\frac{\pi}{2} - i\right) + \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \pi,$$

donc $i = \alpha + \frac{\pi}{4} = 51^\circ.$

3. Même relation :

$$\beta = -r + \frac{\pi}{4} = 9^\circ 15'$$

(Avec r donné par la loi de Descartes : $\sin(i) = n \sin(r)$).

4. Pour calculer la distance d, on introduit le point K. Le triangle KOI est rectangle avec un angle de $\pi/4$, donc il est isocèle : $KO = KI$.

Dans le tri KIP, on a : $\tan(\beta) = \frac{KI}{d - KI} \Rightarrow d = KI \left(\frac{1}{\tan(\beta)} + 1 \right),$

Dans le tri KIC, on a : $\tan(\alpha) = \frac{KI}{D + KI} \Rightarrow D = KI \left(\frac{1}{\tan(\alpha)} - 1 \right)$

Ainsi, en simplifiant :

$$d = D \times \frac{\frac{1}{\tan(\beta)} + 1}{\frac{1}{\tan(\alpha)} - 1} = 42 \text{ cm}$$

Exercice 10 : Réfractomètre à angle limite

1. Premier rayon incident noté i_1 : on l'appelle i_1 , qui se réfracte au point I pour donner le rayon d'incidence i_2 tel que $n \cdot \sin(i_1) = N \cdot \sin(i_2)$, puis devient l'angle incident i_3 sur la face latérale du cube : $i_3 = \frac{\pi}{2} - i_2$. Si il sort du cube, l'angle d'incidence est noté i_4 , tel que $N \cdot \sin(i_3) = 1 \cdot \sin(i_4)$.

Le rayon passe forcément dans le milieu N, puisque $N > n$, mais il se peut qu'il ne ressorte pas du cube, puisque $N > 1$. Il

faut donc $\sin(i_3) \leq \sin(i_{3,\text{lim}}) = \frac{1}{N}$, ainsi

$$\sin(i_2) \geq \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_{3,\text{lim}}\right) = \cos(i_{3,\text{lim}}) = \sqrt{1 - \sin^2(i_{3,\text{lim}})} = \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}}.$$

Et, $n \cdot \sin(i_1) = N \cdot \sin(i_2) \geq N \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}} = \sqrt{N^2 - 1}.$

Pour que tous les rayons sortent, puisque $\sin(i_1) \leq 1$, il faut que $n \geq \sqrt{N^2 - 1}$

2. Limite nette entre une plage sombre et une plage éclairée à cause de la réfraction limite au point I, pour $i_1 = \frac{\pi}{2}$, donc

$$i_2 = \text{Arcsin}\left(\frac{N}{n}\right), \text{ donc } \sin(\alpha) = \sin(i_4) = N \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - i_2\right),$$

et $\sin(\alpha) = N \cdot \cos(i_2) = N \sqrt{1 - \sin^2(i_2)} = \sin(\alpha) = \sqrt{N^2 - n^2}.$

On remarque qu'un tel angle existe, car d'après la condition d'émergence du cube $\sqrt{N^2 - n^2} \leq 1$

3. Il est clair que si l'on connaît N, et que l'on peut mesurer α , alors on peut en déduire la valeur de n. Cependant, la valeur de n doit appartenir à une fourchette pour que les conditions de l'exercice soient respectées : $\sqrt{N^2 - 1} \leq n \leq N$.

Exercice 11 : Rayon lumineux traversant une vitre

1. On a sur la face d'entrée : $\sin(i_1) = n \cdot \sin(i_2)$, puis $i_3 = i_2$, et enfin $\sin(i_4) = n \cdot \sin(i_3) = \sin(i_1)$: les angles en entrée et en sortie sont identiques, rayons non déviés.

2. Un peu de géométrie... on simplifie dans le cas où les angles sont faibles, en notant l la longueur du rayon dans la lame, i l'angle incident (égal à l'angle de sortie), et r l'angle réfracté dans la lame (égal des 2 côtés). Cela donne :

$$\begin{cases} \cos(r) = \frac{e}{l} \approx 1 \Rightarrow l \approx e & (\text{Faire le schéma...}) \\ \sin(i - r) = \frac{d}{l} \approx i - r = i \left(1 - \frac{1}{n}\right) \end{cases}$$

Ainsi :
$$d = \frac{e \cdot \sin(i - r)}{\cos(r)} = e \times i \times \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Rmq : De manière rigoureuse, on aurait

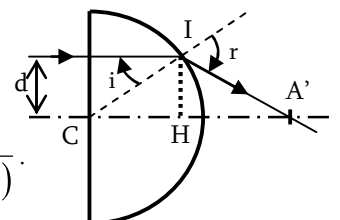
$$\begin{cases} \cos(r) = \frac{e}{l} \Rightarrow l = \frac{e}{\cos(r)} \\ \sin(i - r) = \sin i \cos r - \cos i \sin r = \frac{d}{l} \approx \sin i \left(\cos r - \frac{\cos i}{n} \right) \end{cases}$$

Et ainsi :
$$\Rightarrow d = \dots = e \cdot \sin i \left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} \right)$$

Exercice 12 : Etude d'un dioptré semi-cylindrique

1. On a :
$$\begin{cases} CH = R \cos i \\ d = HI = R \sin i \end{cases}$$

Donc
$$\overline{CA'} = R \cos i + \frac{R \cdot \sin i}{\tan(r - i)}.$$

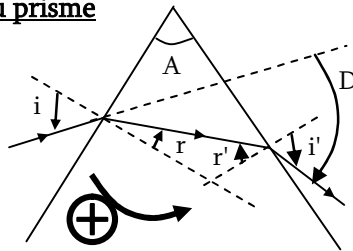


SOLUTION des EXERCICES – OG1 / OG2 – Feuille 2/5

- Conditions de Gauss : Angle faible, on peut simplifier les sin et les cos : $\overline{CA'} \rightarrow \overline{CF'} = R + \frac{R \cdot i}{r - i}$, et avec la loi de Descartes : $\overline{CF'} = R \left(1 + \frac{i}{ni - i} \right) = \frac{nR}{n - 1}$. Cette position est indépendante de l'angle $i \rightarrow$ Stigmatisme approché de la lentille, F' est le foyer image.
- A la limite de la réflexion totale, on a $\sin(r) = n \cdot \sin(i) = 1$, or $d = R \sin(i)$, donc $\Rightarrow d = \frac{R}{n} = 3,3 \text{ cm}$

Exercice 13 : Formules du prisme

Attention aux sens des angles dans le prisme, les signes + et - sont facilement inversés !!! On a $i > 0$, $r > 0$, mais r' et i' sont négatifs. On prend aussi A positif.



- Réfraction :
$$\begin{cases} \sin i = n \sin r \\ \sin i' = n \sin r' \end{cases}$$
- Dans le tri de sommet A : $A + \left(\frac{\pi}{2} - r \right) + \left(\frac{\pi}{2} + r' \right) = \pi$
Ce qui donne : $A - r + r' = 0$
- On peut décomposer la déviation totale en 2 déviations, d'abord sur le premier puis sur le second dioptre, égale à $|i - r|$, puis à $|i' - r'|$. En intégrant les signes, cela nous donne l'expression voulue : $D = -(i - r) + (i' - r')$
- Dans le cas de petits angles, on peut simplifier les sinus, donc $D = -i + i' + r - r' = (1 - n)(r - r') = D = (1 - n) \cdot A$
On remarque que l'angle D est négatif ici, c'est bien ce que l'on a sur la figure. On trouvera souvent l'expression donnée avec tous les angles positifs : $D = (n - 1) \cdot A > 0$

Exercice 14 : Dioptre Plan

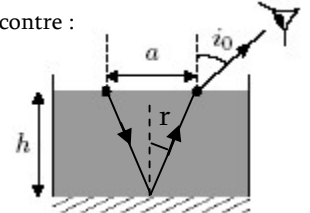
- voir TP e schéma donné dans l'énoncé...
- Un peu de géométrie... comme en TD : $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{\tan i_1}{\tan i_2}$
- OUI, la position de A' dépend de $i_1 \rightarrow$ Pas de stigmatisme rigoureux, puisque l'image ne sera au même emplacement pour tous les rayons émergents du système.
- Par contre, pour des petits angles, on peut simplifier les tan, ce qui donne $\overline{HA'} = \overline{HA} \frac{i_1}{i_2} = \overline{HA} \frac{n_2}{n_1}$, il y a stigmatisme approché, puisque tous les rayons émergents se croisent maintenant au même point.
- Avec un objet AB étendu transversal. Par symétrie plane, A et B jouent le même rôle $\Rightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB}$ et $\gamma = 1$, mais on le voit plus proche, donc on a l'impression qu'il est plus gros. On peut faire la construction pour s'en convaincre... Fonctionne bien dans les cond de Gauss.

OG1 – Réflexion et Réfraction

Exercice 15 : Mesure de l'indice d'un liquide

- Trajet du rayon sur le schéma ci-contre :

$$2. \quad n = \sin i_0 \sqrt{1 + 4 \frac{h^2}{a^2}}$$



Exercice 16 : Double Reflet

- 2 images : La 1^{ère} est donnée par réflexion directe sur la face du dessus (intensité plus faible), la 2^{ème} est obtenue après 2 réfractions et une réflexion sur la face du dessous. Faire la construction... Les deux sont un peu décalées
- On appelle H le projeté de S sur le dioptre, on a alors directement $HS = HS' = x$, mais on doit décomposer pour S'' :

$$S \xrightarrow{\text{(dioptre)}} S_1 \xrightarrow{\text{(miroir)}} S_2 \xrightarrow{\text{(dioptre)}} S''$$

On a alors $HS_1 = x \frac{\tan i}{\tan r}$, puis $HS_2 = x \frac{\tan i}{\tan r} + 2e$, et

$$HS'' = HS_2 \frac{\tan r}{\tan i}, \text{ donc } \Rightarrow S'S'' = 2e \cdot \frac{\tan r}{\tan i}$$

Dans les conditions de Gauss, $\frac{\tan r}{\tan i} \approx \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}$

Ainsi : $S'S'' = \frac{2e}{n} = 6,7 \text{ mm}$

OG1 – Réflexion totale

Exercice 17 : Prisme à réflexion totale

- Angle d'incidence : $i = 45^\circ$
- Réflexion totale si $i = 45^\circ > i_{\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{1}{n} \right)$, donc il faut

que n respecte la relation $\frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{n} \Leftrightarrow n > \sqrt{2} = 1,41$

Exercice 18 : Clou planté dans un bouchon

- Réflexion totale si : $\sin i > \frac{1}{n}$, soit en injectant et simplifiant : $L < R \sqrt{n^2 - 1} = L_{\text{lim}} = 0,877 \cdot R$
- Tous les autres rayons arrivent sur l'eau avec des incidences plus importantes, donc il y a aussi réflexion totale, l'observateur ne voit pas le clou sous la rondelle...

Exercice 19 : Effet de Gouffre lumineux

1. Les rayons arrivant à l'œil du plongeur et qui sont très inclinés ont en fait subi une réflexion totale sur la surface (faire le schéma), et ils sont plutôt sombres... La lumière de l'extérieur ne nous parvient que dans un cercle qui est la base du cône de demi-angle au sommet :

$$i_{\text{lim}} = \text{Arc sin} \left(\frac{1}{n} \right) = 48,8^\circ$$

2. Diamètre angulaire apparent $\alpha = 2i_{\text{lim}} = 2 \text{Arc sin} \left(\frac{1}{n} \right) = 97,5^\circ$

Il ne dépend pas de la profondeur à laquelle on se trouve.

Exercice 20 : Fibre à saut d'indice

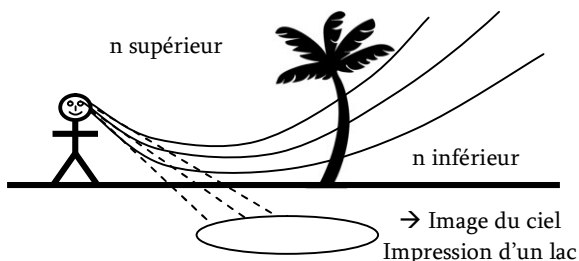
1. Tracé et Calculs : Voir DM-Noël...

2. Ouverture numérique : $ON = \sin(\theta_{\text{max}}) < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

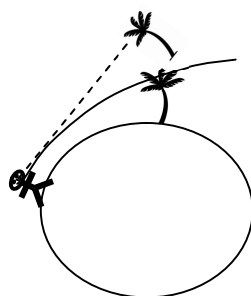
OG1 – Quelques Phénomènes

Exercice 21 : Les mirages

→ Mirage inférieur dans le désert en été : Le sol est plus chaud, il surchauffe l'air à basse hauteur, donc l'indice en bas est inférieur. Mais on sait que les rayons sont déviés, ils s'écartent de la normale en descendant. Si les variations de température sont importantes, on peut donc voir une partie du ciel au niveau du sable (voir le schéma ci-contre), on a alors l'impression de voir un lac (le bleu du ciel) dans le sable... ou plus couramment, on voit le reflet d'une voiture sur le béton (qui n'est pas réfléchissant...)



→ Mirage supérieur : il faut que l'indice des basses couches d'air soit supérieur, donc plus froid. Cela peut être le cas en hiver lorsque le sol est plus froid que l'air, ou encore sur la mer, puisque l'eau met plus de temps à se réchauffer que l'air. On pourra avoir l'impression de voir apparaître un bateau dans le ciel...



→ Par le même principe en hiver, on pourra voir plus loin, les rayons étant déviés vers le bas, comme le montre le schéma ci-dessous :

Exercice 22 : Ciel bleu et coucher de soleil rouge

→ Ciel bleu : les molécules de l'air absorbent puis réémettent dans toutes les directions la lumière bleue, on dit qu'elles diffusent la lumière bleue, alors qu'elles laissent passer la lumière rouge. C'est pourquoi le ciel nous apparaît bleu.

→ La nuit, sans lumière extérieure, les molécules de l'air n'ont pas de lumière à diffuser, elles nous apparaissent noires.

→ Lorsque le soleil se couche, il nous apparaît plutôt rouge, car il doit traverser plus d'atmosphère, donc plus de bleu a été diffusé par les molécules de l'air, il reste plus de lumière rouge qui a traversé.

→ Remarque : Si il n'y avait pas d'atmosphère, la lumière du soleil serait complètement blanche, mais elle est un peu « jaunie » par la couche d'atmosphère qu'elle traverse.

Exercice 23 : Soleil Vert

→ Rayon vert : L'indice de l'air pour les différentes longueurs d'onde n'a pas tout à fait la même valeur, donc on pourrait décomposer le soleil en plusieurs images de soleils monochromatiques qui se couchent à des instants un peu décalés (à cause de la déviation des rayons dans l'atmosphère, comme lors des mirages supérieurs). Le dernier à se coucher (et le premier à se lever) est le soleil vert. On parle de rayon vert, qui apparaît pendant quelques secondes à peine, lorsque l'horizon est bien dégagé (devant un océan par exemple).

Exercice 24 : Effets chromatiques (CCP)

1. Dimension maximale des aspérités : 40nm.
2. Objet absorbant pour toutes les longueurs d'onde : noir. Une plante verte n'utilise pas l'intégralité des radiations vertes puisqu'elle les réémet. Elle utilise en fait le complémentaire qui est le magenta (rouge + bleu-violet).
3. Si un tissu est bleu, c'est qu'il absorbe toutes les longueurs d'onde sauf le bleu. Avec le néon, il va donc apparaître noir, car il n'aura plus rien à réémettre.
4. Justification ciel bleu / rouge → Voir exos précédents.

Exercice 25 : Arc en Ciel (CCP)

Partie A : Questions préliminaires

1. Snell-Descartes pour la réfraction : $\sin(i) = n \cdot \sin(r)$
2. On commence par différencier : $\cos(i) \cdot di = n \cdot \cos(r) \cdot dr$
$$\Rightarrow \frac{dr}{di} = \frac{\cos(i)}{n \cdot \cos(r)} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{n \cdot \sqrt{1 - \sin^2(r)}} = \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}}$$
3. Déviation du rayon lumineux : Prenons tous les angles positifs pour simplifier les expressions, cela donne $D = i - r$ (faire le dessin pour s'en convaincre). Attention, ds le cas où on respecte l'orientation des angles (signes + ou -), on aurait plutôt $D = r - i$. (toujours le préciser dans la copie)
4. Réflexion : Avec tous les angles pris positifs, $D = \pi - 2i$. (Attention à bien travailler avec les directions des rayons, on cherche les angles entre les vecteurs directeurs des rayons)

Partie B : Etude de l'arc-en-ciel

1. Parallélisme des rayons émergents si $\frac{dD}{di} = 0$ (l'angle de

déviation ne change pas en fonction de l'incidence...

→ Ces incidences vont correspondre à des maxima d'intensité lumineuse, car pour des incidences voisines, la déviation sera la même, donc la lumière va se concentrer, alors que pour les autres directions, le faisceau sera divergent, donc d'intensité diminuant avec la distance d'observation... On ne verra rien de spécial.

2.a) Angles : $\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \beta = \gamma = \delta = \Phi = r \\ \xi = i \end{array} \right.$, car tous ont été pris

positifs pour simplifier, et on voit que tous les triangles de sommet O sont isocèles, donc les angles sur la base sont égaux.

2.b) D'où : $\left\{ \begin{array}{ll} D_1 = 2(i - r) & \rightarrow 2 \text{ réfractions} \\ D_2 = D_1 + \pi - 2r & \rightarrow 2 \text{ réfractions} + 1 \text{ réflexion} \\ D_3 = D_1 + 2(\pi - 2r) & \rightarrow 2 \text{ réfractions} + 2 \text{ réflexions} \end{array} \right.$

2.c) Condition d'émergence d'un rayon parallèle :

On commence par différencier pour obtenir $dD/di = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} dD_1 = 2di - 2dr \Rightarrow \frac{dD_1}{di} = 2 \left(1 - \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = 1 \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dD_2 = 2di - 4dr \Rightarrow \frac{dD_2}{di} = 2 \left(1 - 2 \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = \frac{1}{2} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} dD_3 = 2di - 6dr \Rightarrow \frac{dD_3}{di} = 2 \left(1 - 3 \frac{dr}{di} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{dr}{di} = \frac{1}{3} \quad (3) \end{array} \right.$$

Ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = 1 \Leftrightarrow n = 1 \\ (2) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2(i_2) = \frac{4 - n^2}{3} \\ (3) \quad \frac{dr}{di} = \frac{\sqrt{1 - \sin^2(i)}}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin^2(i_3) = \frac{9 - n^2}{8} \end{array} \right.$$

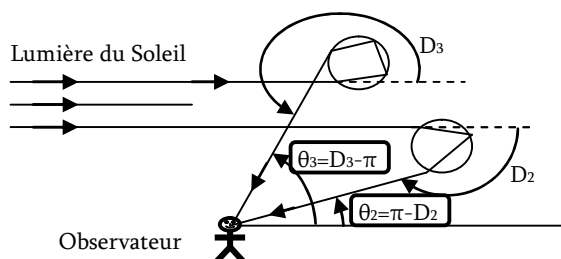
Conclusion :

→ Le premier cas est impossible, il n'y aura pas de faisceau émergent parallèle sans réflexion dans la goutte d'eau.

→ Le second cas nous montre qu'il existe une direction particulière (i_2) pour laquelle le faisceau émergent est parallèle, c'est dans cette direction que l'on va observer un phénomène amplifié : les couleurs de l'arc-en-ciel...

→ Le troisième cas nous dit qu'il y a également une possibilité après 2 réflexions à l'intérieur de la goutte.

3. L'observateur regarde vers l'horizon, dans la direction du rideau de pluie qui provoque le phénomène de déviation de la lumière incidente du soleil. Il observe des maxima d'intensité lumineuse pour les deux configurations calculées à la question précédente. Toutes les gouttes susceptibles de donner l'angle d'observation adéquat sont situées sur un cône de sommet l'œil de l'observateur, d'axe la direction incidente du soleil (il s'agit d'un axe de révolution pour le problème), et d'angle θ_2 ou θ_3 , comme représenté sur la figure ci-dessous : (Attention, on flèche les angles D_2 et D_3 du côté vers lequel les rayons sont vraiment déviés).



4. On a $\left\{ \begin{array}{l} \sin^2(i_2) = \frac{4 - n^2}{3} \\ \sin(i_2) = n \cdot \sin(r_2) \\ D_2 = 2i_2 + \pi - 4r_2 \\ \theta_2 = \pi - D_2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin^2(i_3) = \frac{9 - n^2}{8} \\ \sin(i_3) = n \cdot \sin(r_3) \\ D_3 = 2i_3 + 2\pi - 6r_3 \\ \theta_3 = D_3 - \pi \end{array} \right.$

On donne tous les résultats dans le tableau suivant :

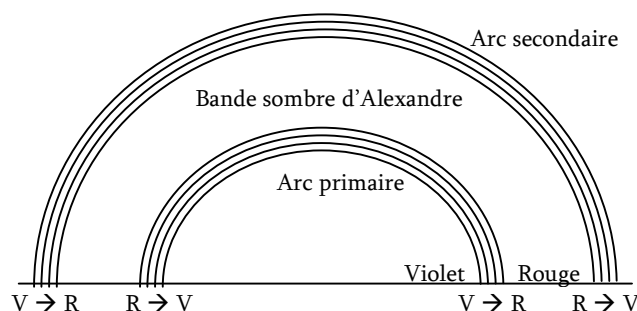
Angles (°)	i ₂	r ₂	D ₂	θ ₂	i ₃	r ₃	D ₃	θ ₃
Violet	58,7	39,5	139,6	40,4	71,5	44,8	123,9	53,9
Rouge	59,5	40,3	137,7	42,3	71,9	45,5	230,5	50,5

Arc primaire

Arc secondaire

Un observateur situé face au rideau de pluie verra ici 2 arcs-en-ciel, l'arc primaire allant du violet à l'intérieur au rouge à l'extérieur, et l'arc secondaire, plus grand, moins intense (puisque une partie de la lumière a déjà été dispersée dans la formation de l'arc primaire) allant du rouge au violet (ordre inversé !!!),

→ voir figure ci-dessous



OG2 – Miroirs et Lentilles

Exercice 26 : Translation d'un miroir

→ Déplacement de l'image de $2d$

Exercice 27 : Construction des images

→ Voir correction des exercices techniques - Série 5 - Optique

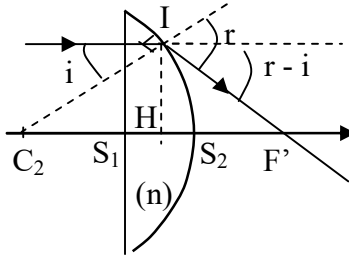
Exercice 28 : Lentille plan-convexe

Dans les conditions de Gauss,

$$\text{On a } n.i = r, \text{ et } \begin{cases} i = \frac{HI}{C_2H} \\ r - i = \frac{HI}{HF'} \end{cases}$$

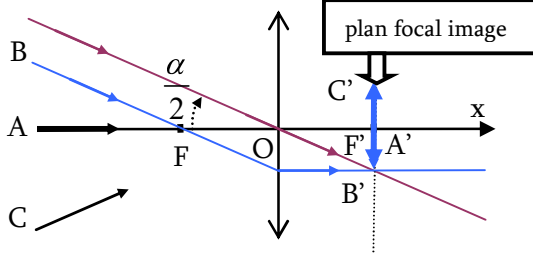
$$\text{Donc } \frac{n}{C_2H} - \frac{1}{C_2H} = \frac{1}{HF'}$$

$$\text{Et ainsi } \Rightarrow V = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{R} > 0$$



Exercice 29 : Diamètre apparent d'un astre

L'image de l'étoile se forme dans le plan focal image de la lentille.



$$\text{On a } \frac{\alpha}{2} \approx \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{F'B'}{OF'} = \frac{F'B'}{f'} \text{ et } F' = A' \text{ (aplanétisme).}$$

$$\text{Taille de l'image : } B'C' = 2 \times A'B' = \alpha f' = \frac{\alpha}{V} = 291 \mu\text{m}.$$

Attention, α à convertir en radians : $\alpha_{(\text{rad})} = \frac{\pi \times \alpha_{(\text{minute_angle})}}{60 \times 180} \text{ rad}$
(Il y a 60 minutes d'angles dans 1 degré)

Exercice 30 : Distance Objet réel / Image réelle

D'après la relation de conjugaison au centre optique (formule de Descartes) :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \text{ avec } \begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases} \Rightarrow p' = \frac{pf'}{p + f'}$$

Etudions le sens de variation de la distance $|p' - p|$:

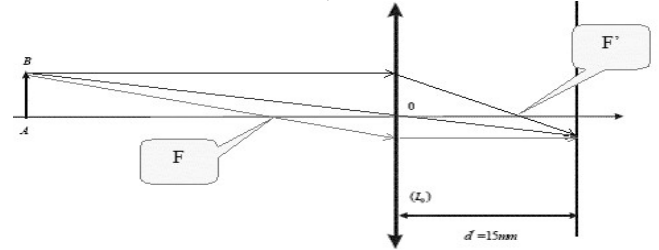
$$\frac{d|p' - p|}{dp} = \frac{d(p' - p)}{dp} = -p \frac{p + 2f'}{(p + f')^2} > 0 \text{ si } p > -2f'$$

p	-2f'
p' - p	→

La distance entre objet réel et image réelle est minimale lorsque $p = \overline{OA} = -2f'$. Alors $p' = 2f'$ (méthode de Silbermann)

Exercice 31 : A la recherche des foyers

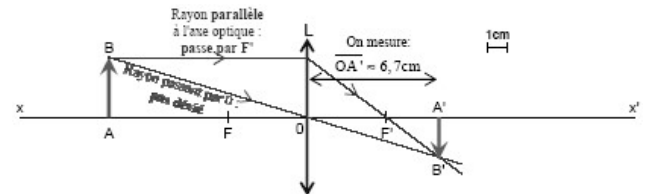
On construit directement les rayons fondamentaux...



→ Et on retrouve le résultat avec la relation de conjugaison...

Exercice 32 : Loupe

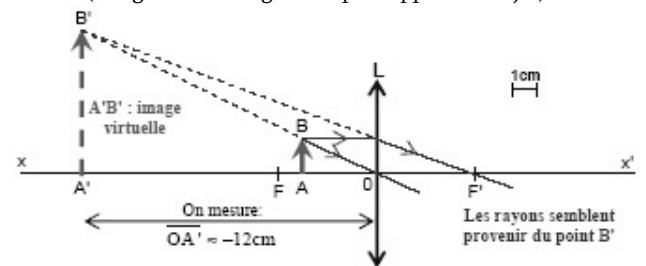
1. Construction :



2. D'après la formule de Descartes (conjugaison, origine au centre optique) : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ avec $\begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases}$

$$\Rightarrow p' = \overline{OA'} = 6,7 \text{ cm}$$

3. Construction → C'est bien le principe de la loupe (Image virtuelle agrandie par rapport à l'objet)



4. Même formule de Descartes... $\Rightarrow p' = \overline{OA'} = -12 \text{ cm}$

Exercice 33 : Quelques petits problèmes de Lentilles

1. Oui, l'objet doit être réel, placé entre le foyer et la lentille. S'il est virtuel, l'image sera réelle.

2. Conjugaison au sommet : $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ avec $\begin{cases} p = \overline{OA} \\ p' = \overline{OA'} \end{cases}$

$$\Rightarrow p' = \overline{OA'} = 90,34 \text{ cm}$$

3. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{p'}{p} \Rightarrow$ taille : 129 cm

$$4. \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \Rightarrow \overline{F'A'} = 1,47 \text{ cm}$$

5. $p' = \overline{OA'} = -19,1 \text{ cm}$ car l'img est forcément virtuelle.

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = -27,41 \text{ cm} \Rightarrow \overline{F'A'} = 8,31 \text{ cm}$$

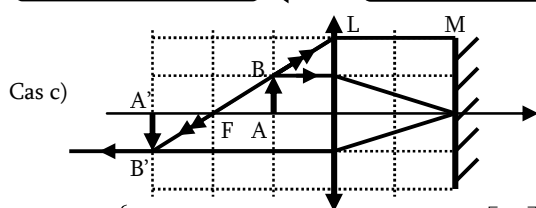
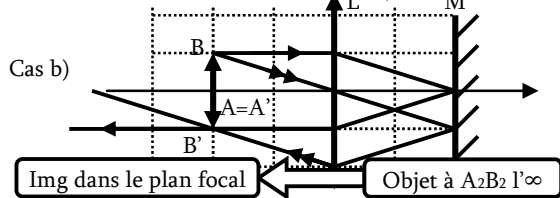
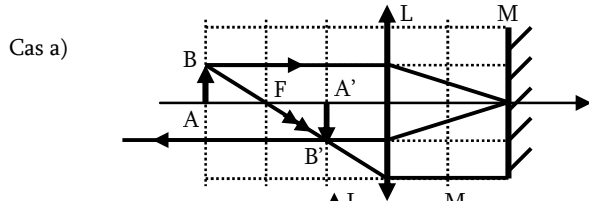
6. $\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{p'}{p} \Rightarrow \overline{OA} = -2 \text{ cm}$

7. Foyer image car l'objet est réel. $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2 \Rightarrow \overline{F'A'} = 3,33 \text{ cm}$

$$8. \gamma = 1,738 > 0 \Rightarrow \frac{\overline{AB} + 7,4}{\overline{AB}} = \gamma \Rightarrow \overline{AB} = 10,0 \text{ cm}$$

Exercice 34 : Autocollimation d'une lentille convergente

1. Constructions : (Qu'avec l'image finale pour ne pas surcharger)



2. 1^{ère} lentille :
$$\begin{cases} \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \\ \gamma = \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{OA_1}{OA} = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA_1} = \begin{bmatrix} +6 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \overline{OB_1} = \begin{bmatrix} +6 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

Miroir : Symétrique de plan $x = 2 \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA_2} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \overline{OB_2} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} \end{cases}$

2^{ème} lentille : Attention, on l'utilise de droite à gauche, donc l'axe optique est inversé, et le foyer image est maintenant $F'_{inv} = F$ au lieu de F' , ainsi, $f'_{inv} = -f$. La conjugaison devient

$$\begin{cases} \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_2} = \frac{1}{f'_{inv}} = \frac{-1}{f'} \\ \gamma_{inv} = \frac{A'B'}{A_2B_2} = \frac{OA'}{OA_2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{OA'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \overline{OB'} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

- On a forcément $\gamma = -1$, car la taille de l'image globale est définie par le premier rayon (celui qui part de B parallèle à l'axe optique ressort de la lentille également parallèle à l'axe, d'équation $y = -1$). On a donc forcément $y(B') = -1$.
- La position du miroir ne change rien à l'image, puisque toutes les images intermédiaires sont à l'infini... Elle y restent si le plan du miroir reste perpendiculaire à l'axe. Il vaudra mieux rapprocher le miroir de la lentille pour conserver le plus de rayons possible (plus lumineux).
- Miroir incliné ? Les images intermédiaires sont toujours à l'infini, donc l'image finale se forme toujours dans le plan focal, mais en un autre endroit... Le grandissement et la position de l'image vont donc être modifiés.
- Un collimateur est un dispositif optique qui permet de simuler un objet à l'infini $\rightarrow$ Faisceau de lumière parallèle. C'est bien ce que l'on obtient ici (système $AB+L$).
- On règle la distance source lentille pour que l'image en retour soit nette $\rightarrow$ cette distance est alors égale à la distance focale que l'on mesure directement.

Exercice 35 : Modélisation d'un photocopieur

1. On a
$$\begin{cases} \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{AA'} = d \\ \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \end{cases} \Rightarrow \overline{OA} = \frac{d}{\gamma - 1} \Rightarrow f' = \frac{-\gamma d}{(1 - \gamma)^2}$$

2. AN : $\begin{aligned} \rightarrow \gamma &= -1 && \rightarrow OA = 192\text{mm} / f = 96\text{mm} \\ \rightarrow \gamma &= -\sqrt{2} && \rightarrow OA = 159\text{mm} / f = 93,2\text{mm} \\ \rightarrow \gamma &= -1/\sqrt{2} && \rightarrow OA = 225\text{mm} / f = 93,2\text{mm} \text{ (symétrique)} \end{aligned}$

(Attention aux coefficients, surface double ou moitié
 $\rightarrow$ Chaque dimension est multipliée par $\sqrt{2}$ ou l'inverse)

Exercice 36 : Focométrie – Quelques méthodes

A. Méthode de Bessel

A.1. Distance minimale : $\boxed{\overline{AA'} = 4f'}$

On peut le voir en dessinant ou bien le démontrer

Démo : Conjugaison $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \cdot f'}{\overline{OA} + f'}$
 Et $\overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'} = \overline{AO} \left(1 - \frac{f'}{\overline{OA} + f'} \right) = \frac{-\overline{OA}^2}{\overline{OA} + f'} = \frac{-x^2}{x + f'}$
 $\frac{d\overline{AA'}}{dx} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot x(x + f') - x^2 = 0$
 Ainsi : $\Leftrightarrow x(x + 2f') = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -2f'$
 Dans le 2nd cas, on a bien $\begin{cases} \overline{OA} = -2f' \\ \overline{OA'} = +2f' \end{cases} \Rightarrow \overline{AA'} = 4f'$

A.2. On fixe $\overline{AA'} = D$, on utilise la même relation : $\overline{AA'} = D = \frac{-x^2}{x + f'}$, avec $x = \overline{OA}$, donc $x^2 + Dx + Df' = 0$.
 Il y a bien 2 solution pour x si $\Delta = D^2 - 4Df' > 0$, c'est-à-dire si on a $\boxed{D > 4f'} : \begin{cases} x_1 = \frac{-D + \sqrt{\Delta}}{2} \\ x_2 = \frac{-D - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases} \Rightarrow d = x_1 - x_2 = \sqrt{\Delta}$

A.3. Alors : $d^2 = \Delta = D^2 - 4Df' \Leftrightarrow f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$
 A.4. AN : $D = 40\text{cm}$ et $d = 10\text{cm}$. $\rightarrow f' = 9,38\text{cm}$.

B. Méthode de Silbermann

B.1. Conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ avec $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1$, cela donne $\frac{1}{OA} \left(\frac{1}{\gamma} - 1 \right) = \frac{1}{f'}$ et $\overline{OA} = -2f'$, donc $\boxed{D = 4f'}$.
 $\rightarrow$ On est dans le cas limite de la méthode de Bessel.

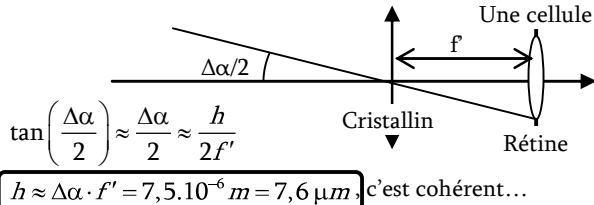
B.2. On peut être sûr qu'on est bien à la position demandée, car on doit être exactement au milieu entre A et A'. Il n'y a qu'une seule image possible, il n'y a pas 2 positions complémentaires (x et x) qui donnent une image nette.

OG2 – Modèles de l'oeil

Exercice 37 : Quelques caractéristiques de l'oeil

L'oeil normal :

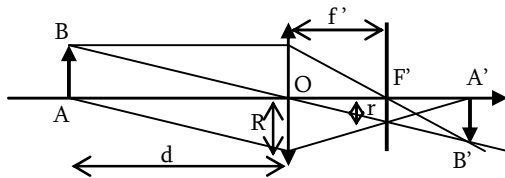
1. Modèle : On zoome sur une cellule de la rétine



2. A $d = 1$ mètre, cela correspond à un objet de taille

$$AB \approx \Delta\alpha \cdot d = 0,5 \text{ mm}$$

3. Construction



Conjugaison : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ $\Rightarrow \overline{OA'} = \frac{d \cdot f'}{d - f'}$

Thalès : $\frac{R}{OA'} = \frac{r}{OA' - f'}$ $\Rightarrow r = R \left(1 - \frac{f'}{OA'}\right) = \frac{R \cdot f'}{d}$

4. Objet net si $r < h \rightarrow$ sinon il s'étale sur plusieurs cellules de la rétine et crée un flou.

$$\Rightarrow r = \frac{R \cdot f'}{d} < h \quad \Leftrightarrow d > d_{\min} = \frac{R \cdot f'}{h} = 2,0 \text{ m}$$

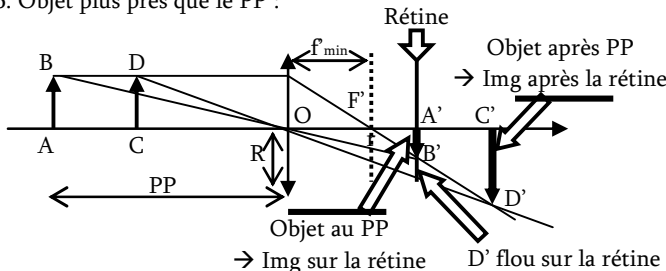
L'oeil peut donc voir simultanément, de façon nette, tout objet compris entre 2m et l'infini. Il n'accommode que pour observer des objets plus proches.

5. PP = 25 cm $\rightarrow$ image sur la rétine fixe à $d = 15\text{mm}$, on utilise la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{OA} = -25\text{cm} \\ \overline{OA'} = d' = 1,5\text{cm} \end{cases} \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA} \cdot \overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = 1,41\text{cm}$$

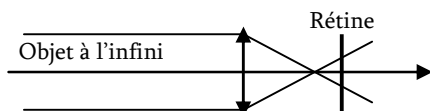
$\rightarrow$ Cristallin un peu comprimé, il est plus convergent...

6. Objet plus près que le PP :



Myopie :

7. Objet à l'infini $\rightarrow$ Image avant la rétine $\rightarrow$ Flou sur la rétine. Il n'arrive pas à accommoder car les muscles ne peuvent tordre le cristallin que dans un sens (rendre plus convergent)



8. Avec la relation de conjugaison : (et le PR pris positif)

$$\frac{1}{d_{\text{rétine}}} + \frac{1}{PR} = \frac{1}{f'} \Rightarrow PR = \frac{d_{\text{rétine}} \cdot f'}{d_{\text{rétine}} - f'} = 1,11\text{m} \rightarrow \text{Très myope.}$$

9. De même, avec $PP = 12\text{cm}$: $f'_{PP} = \frac{d_{\text{rétine}} \cdot PP}{d_{\text{rétine}} + PP} = 1,33\text{cm}$ On

voit donc que les valeurs de la distance focale du cristallin varient entre 1,33cm et 1,48cm (au lieu de 1,41cm $\rightarrow$ 1,5cm), ce qui fait que l'oeil est déjà très myope...

10. Avec 2 lentilles accolées, on utilise les 2 relations de conjugaison (même sommet O) : $A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$

$$\begin{cases} \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_1} \\ \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} = \frac{1}{f'_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OA_1} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'_{eq}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2}$$

Ce qui est équivalent à

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

11. Correction par des verres de contact accolés : on doit avoir

$$\begin{cases} \frac{1}{f'_{NORMAL}} = \frac{1}{f'_{MYOPE}} + \frac{1}{f'_{VERRE}} \\ V_{NORMAL} = V_{MYOPE} + V_{VERRE} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'_{VERRE} = \frac{f'_{MYOPE} \cdot f'_{NORMAL}}{f'_{MYOPE} - f'_{NORMAL}} = -1,11\text{m} \\ V_{VERRE} = V_{NORMAL} - V_{MYOPE} = -0,9 \delta \end{cases}$$

C'est la deuxième grandeur que les opticiens utilisent pour caractériser le défaut d'un oeil. La myopie n'est pas si importante !!! Le verre de contact est peu divergent (distance focale très élevée, donc lentille très mince)

Presbytie :

12. Pour l'oeil normal $f_0' = d_0$

13. Journal à 25cm $\rightarrow$ Le schéma est le même que celui de la question 3, tout se passe comme si l'oeil n'accommodait plus...

$$r'_0 = \frac{R \cdot f'_0}{d} = \frac{R \cdot d_0}{d} = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ m} \Rightarrow r'_0 > h$$

$\rightarrow$ L'image est floue sur la rétine

14. Correction par un verre double foyer, car seule la vision de près a besoin d'être corrigée (verre convergent pour la vision de près, rien pour la vision de loin), et la lentille ne peut pas corriger pour toute la profondeur du champ de vision... verre progressifs ? (convergence variable selon la position sur le verre)

15. Vieillesse d'un oeil myope $\rightarrow$ La tâche sera moins grosse pour un journal à 25cm, mais certainement toujours illisible. Il faudra un verre plus compliqué, avec divergent à l'infini, convergent à courte distance

Hypermétropie :

16. Sans accommodation : Vergence $V_0 \rightarrow PR$,

Avec accommodation : Vergence $V_1 = V_0 + \Delta V \rightarrow PP = 50\text{cm}$

$$D'où \quad V_1 = \frac{1}{d_{\text{rétine}}} + \frac{1}{PP} = 68,7 \delta \quad \begin{cases} \Rightarrow V_0 = 64,7 \delta \\ \text{et } V_{NORMAL} = 66,67 \delta \end{cases} \Rightarrow V_{VERRE} = +2\delta$$

Il s'agit bien d'un verre de contact convergent.

17. Le PP corrigé alors : 25cm $\rightarrow$ On se ramène à l'oeil normal

18. On cherche déjà le PR : $\overline{OP_R} = \frac{-d_{\text{rétine}}}{V_0 d_{\text{rétine}} - 1} = 50\text{cm}$ (virtuel)

La lunette doit envoyer les objets à l'infini sur le PR, donc ce PR doit correspondre à la distance focale de la lunette, qui est situé 1cm avant l'oeil $\rightarrow f'_{LUN} = \overline{OLUN} \cdot \overline{PR} = \overline{OLUN} \cdot \overline{OP_R} = 51\text{cm}$, ce qui nous donne une vergence de $\Rightarrow V_{LUN} = +1,96\delta$

