

Fibre optique

Les illustrations et animations de [Yves Cortial](#) et [Jacques Charrier](#)

[La fibre à saut d'indice](#)

[La fibre à gradient d'indice](#)

[La lentille boule](#)

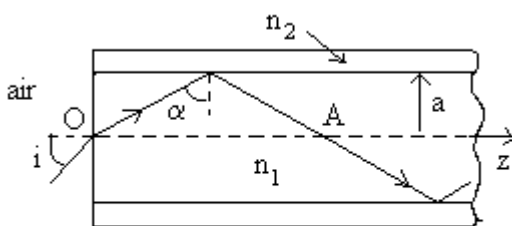
Problème

A) Généralités

- 1) Enoncer le principe de Fermat relatif au chemin optique d'un rayon lumineux.
- 2) Rappeler les lois de Descartes-Snell de la réfraction et de la réflexion.
- 3) Quand y a-t-il réflexion totale à la surface de séparation de deux milieux transparents, homogènes et isotropes ?
- 4) Quelle est la définition d'un système stigmatique ?

B) Fibres à saut d'indice

Une fibre optique cylindrique, d'axe Oz , est constituée d'un cœur transparent homogène et isotrope, de rayon a , d'indice de réfraction $n_1 = 1,50$, entouré d'une gaine, elle aussi transparente homogène et isotrope dont l'indice de réfraction n_2 est tel que $n_2 / n_1 = 0,99$.



B)1) Montrer que l'angle α doit être supérieur à une valeur que l'on exprimera en fonction de n_1 et n_2 pour qu'il y ait réflexion totale.

B)2) En déduire que l'angle i à l'entrée de la fibre doit rester inférieur à une valeur i_{MA} que l'on exprimera en fonction de n_1 et n_2 (on considérera que l'indice de l'air est égal à 1).

Application numérique : calculer i_{MA} .

B)3) Calculer, en fonction de α, n_1 et n_2 , le chemin optique $[OA]_i$ correspondant à un angle d'incidence i .

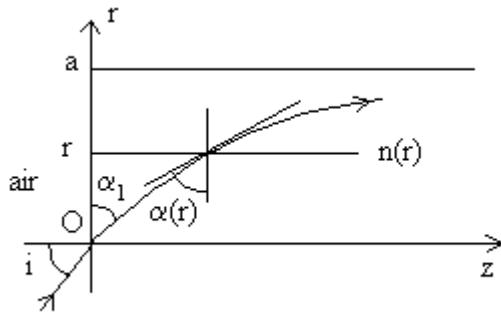
Montrer que la variation relative de chemin optique pour les rayons extrêmes se propageant à travers la fibre optique

est égale à $\frac{n_1 - n_2}{n_2}$. *Application numérique.*

Que pensez-vous du stigmatisme de cette fibre ?

C) Fibres à gradient d'indice

Dans les fibres à gradient d'indice, l'indice du milieu transparent, isotrope diminue de façon continue de la valeur $n(0) = n_1$ sur l'axe à la valeur $n(a) = n_2$ suivant une loi $n(r) = n_1 \left(1 - \frac{n_1 - n_2}{n_1} \frac{r^2}{a^2} \right)$ où r représente la distance à l'axe.



On considère un rayon lumineux entrant dans la fibre optique par un point O situé dans l'axe optique.

C)1) Montrer que le rayon lumineux est contenu dans le plan radial formé par l'axe de la fibre et le rayon incident et que sa trajectoire obéit à la relation :

$$n(r) \sin[\alpha(r)] = Cste = n_1 \sin \alpha_1 = \sqrt{n_1^2 - \sin^2 i}$$

(on s'appuiera sur des lignes équi-indices définies par $r = Cste$)

C)2) Montrer que le trajet du rayon lumineux dans la fibre obéit à l'équation différentielle :

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 = \left(\frac{n}{n_1 \sin \alpha_1}\right)^2 - 1 \quad \left[\text{on montrera que } \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2}} \right]$$

C)3)a) Montrer, à partir des valeurs numériques, que le terme $\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2 \frac{r^4}{a^4}$ peut être négligé dans l'équation différentielle précédente.

En déduire que la trajectoire du rayon lumineux obéit à l'équation différentielle $\frac{d^2 r}{dz^2} + \frac{2(n_1 - n_2)}{n_1 a^2 \sin^2 \alpha_1} r = 0$ et aux

conditions aux limites $r(z=0) = 0$ et $\left(\frac{dr}{dz}\right)_{z=0} = \frac{1}{\tan \alpha_1}$.

C)3)b) En déduire l'équation de la trajectoire du rayon lumineux :

$$r = \frac{a \cos \alpha_1}{\sqrt{\frac{2(n_1 - n_2)}{n_1}}} \sin \left[\sqrt{\frac{2(n_1 - n_2)}{n_1}} \frac{z}{a \sin \alpha_1} \right]$$

C)3)c) Montrer que l'angle α_1 doit être supérieur à une valeur que l'on exprimera en fonction de n_1 et n_2 pour qu'il y ait propagation.

En déduire que l'angle i à l'entrée de la fibre doit rester inférieur à une valeur i_{MB} que l'on exprimera en fonction de n_1 et n_2 (on considérera que l'indice de l'air est égal à 1).

Application numérique : calculer i_{MB} .

C)3)d) Montrer que le rayon lumineux coupe l'axe Oz en des points régulièrement espacés ; déterminer la distance d séparant deux points consécutifs en fonction de n_1, n_2, a et $\sin i$.

Montrer que la variation relative de chemin optique pour les rayons extrêmes se propageant à travers la fibre optique est égale à $\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right)^2$. *Application numérique.*

Que pensez-vous du stigmatisme de cette fibre ?

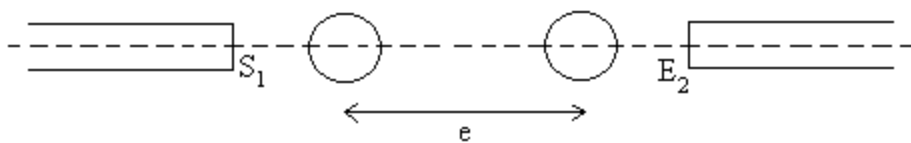
C)3)e) Comparer, du point de vue de la possibilité de propagation d'une onde, fibre à saut d'indice et fibre à gradient d'indice.

C)3)f) La grande directivité d'un laser permet de donner à l'angle i des valeurs inférieures à 10^{-3} rad . Quelle conclusion peut-on en tirer ?

C)3)g) Citer un facteur, passé sous silence, qui limite la longueur des liaisons assurées par fibres optiques.

D) Couplage de deux fibres optiques

Pour coupler deux fibres optiques F_1 et F_2 , on utilise un système de deux lentilles-boules L_1 et L_2 identiques de diamètre $D = 2 \text{ mm}$ et d'indice $n = 1,85$.



D)1) Etude d'une lentille-boule

On appelle C le centre de la lentille-boule. Un point objet A , situé sur l'axe optique forme une image A_1 à travers le premier dioptré sphérique ; cette image sert d'objet pour le deuxième dioptré sphérique et forme une image A' .

A partir des formules de conjugaison écrites à partir du centre C commun à chacun des dioptrés sphériques, montrer

que la lentille-boule est équivalente à une lentille mince située en C de distance focale image $f' = \frac{nD}{4(n-1)}$.

Voyez-vous des avantages à utiliser des lentille-boules plutôt que des lentilles minces ?

D)2)a) Calculer la distance e entre les centres des deux lentille-boules pour que le système constitué de ces deux lentilles soit afocal. *Application numérique.*

D)2)b) la condition ci-dessus étant réalisée, on place un objet $\overline{AB}$ dans le plan de sortie S_1 de la première fibre, ce plan étant confondu avec le plan focal objet de la première lentille boule.

Le plan d'entrée E_2 de la deuxième fibre est confondu avec le plan focal image de la deuxième lentille-boule.

A partir de la construction de rayons lumineux, montrer que l'image $\overline{A'B'}$ se forme dans le plan E_2 ; calculer le

grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

| [Réponse A1](#) | [Réponse A2](#) | [Réponse A3](#) | [Réponse A4](#) | [Réponse B1](#) | [Réponse B2](#) | [Réponse B3](#) | [Réponse C1](#) | [Réponse C2](#) | [Réponse C3a](#) | [Réponse C3b](#) | [Réponse C3c](#) | [Réponse C3d](#) | [Réponse C3e](#) | [Réponse C3f](#) | [Réponse C3g](#) | [Réponse D1](#) | [Réponse D2a](#) | [Réponse D2b](#) |