

Épreuve de Physique-Chimie
(toutes filières)
Corrigé

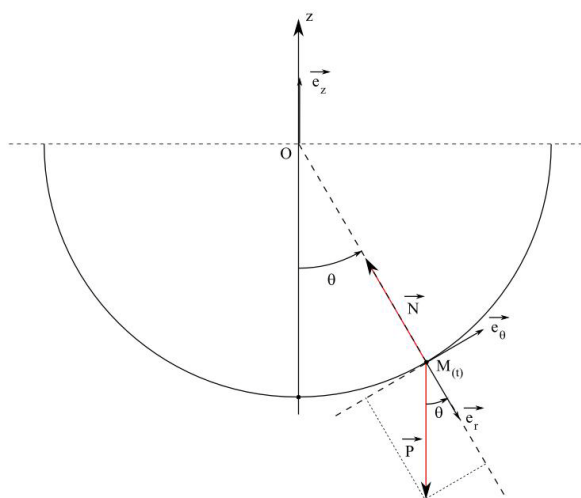
Barème total 200 points : Physique 132 points - Chimie 68 points

PHYSIQUE

Partie A : Étude de deux mouvements circulaires (54 points)

A.1. Mouvement d'un point matériel sur un rail circulaire (27 points)

A.1.1. Inventaire et projection : Le poids $\vec{P} = mg \cos \theta \vec{e}_r - mg \sin \theta \vec{e}_\theta$ et la réaction normale $\vec{N} = -\|\vec{N}\| \vec{e}_r$ (1 point)



(1 point pour le schéma complet, 0 sinon)

A.1.2. On applique la relation fondamentale de la dynamique dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$. L'accélération du point s'écrit $\vec{a} = R\ddot{\theta} \vec{e}_\theta - R\dot{\theta}^2 \vec{e}_r$. En projection sur la direction orthoradiale afin d'éliminer la norme de la réaction normale qui nous est inconnue :

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \sin \theta = 0 \quad (2 \text{ points})$$

A1.3. Un développement limité à l'ordre 1 de la fonction sinus nous ramène à une équation différentielle d'oscillateur harmonique : $\ddot{\theta} + \frac{g}{R} \theta = 0$. (1 point)

On en cherche la solution, par exemple, sous la forme $\theta = A \cos\left(\sqrt{\frac{g}{R}} t\right) + B \sin\left(\sqrt{\frac{g}{R}} t\right)$. (1 point)

N.B. : On acceptera une recherche des solutions de la forme $a \cos\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t + b\right)$

Les conditions initiales $\theta(0) = 0$ et $\dot{\theta}(0) = \frac{V_0}{R}$ mènent à :

$$\theta(t) = \frac{V_0}{\sqrt{Rg}} \sin\left(\sqrt{\frac{g}{R}}t\right) \quad (2 \text{ points})$$

A.1.4. On applique la relation fondamentale de la dynamique dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$. On arrive à :

$$\ddot{\theta} + \frac{\lambda}{m} \dot{\theta} + \frac{g}{R} \theta = 0 \quad (2 \text{ points})$$

A.1.5. Le polynôme caractéristique associé à l'équation différentielle précédente s'écrit : $r^2 + \frac{\lambda}{m}r + \frac{g}{R} = 0$ doit avoir son discriminant strictement négatif, (1 point) ce qui mène à la condition :

$$\lambda < 2m\sqrt{\frac{g}{R}} \quad (1 \text{ point})$$

A.1.6. Les solutions du polynômes caractéristiques sont complexes conjuguées : $-\frac{\lambda}{2m} \pm j\sqrt{\frac{g}{R} - \frac{\lambda^2}{4m^2}}$. On

aura ainsi $\tau = \frac{2m}{\lambda}$ (1 point) et $\Omega = \sqrt{\frac{g}{R} - \frac{\lambda^2}{4m^2}}$. (1 point)

On cherche alors la solution sous la forme $\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)[c \cos(\Omega t) + d \sin(\Omega t)]$. À l'aide des conditions ini-

tiales, on obtient bien la forme annoncée avec : $A = \frac{V_0}{\sqrt{gR - \frac{\lambda^2 R^2}{4m^2}}}$. (2 points)

A.1.7.

$$\delta = \ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right) = \ln\left(\frac{\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\sin(\Omega t)}{\exp\left(-\frac{(t+T)}{\tau}\right)\sin(\Omega(t+T))}\right) = \frac{T}{\tau} = \frac{\lambda T}{2m}. \text{ On en tire } \lambda = \frac{2m\delta}{T}. \quad (2 \text{ points})$$

On lit graphiquement $T = 4,0 \text{ ms}$ et $\delta = \ln 2$ (1 point pour les deux lectures graphiques).

D'où $\lambda = 50 \ln(2) \approx 35 \text{ N.s.m}^{-1}$ avec l'aide au calcul. (1 point, 0 si pas d'unité ou unité fausse)

A.1.8. Seuls les référentiels en translation rectiligne uniforme par rapport à $\mathcal{R}$ galiléen restent galiléen. Ce n'est pas le cas de $\mathcal{R}'$. (1 point)

A.1.9. La relation fondamentale de la dynamique dans un référentiel non galiléen $\mathcal{R}'$ s'écrit :

$$m\vec{a}(M)/\mathcal{R}' = \sum \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c \quad (1 \text{ point})$$

Avec : (1 point)

- $\vec{a}(M)/\mathcal{R}'$: l'accélération du point matériel calculée par rapport au référentiel non galiléen ;
- $\sum \vec{F}$: la résultante des forces appliquées ;
- $\vec{a}_e$: l'accélération d'entraînement de $\mathcal{R}'$ par rapport au référentiel galiléen, $-m\vec{a}_e$: force d'inertie d'entraînement ;
- $\vec{a}_c$: l'accélération de Coriolis, $-m\vec{a}_c$: force d'inertie de Coriolis

A.1.10.i. On étudie un équilibre relatif : la vitesse relative est nulle, donc l'accélération de Coriolis $\vec{a}_C = 2\vec{\Omega} \wedge \vec{v}(M)/\mathcal{R}'$ est nulle (1 point). La force d'inertie d'entraînement, dans le cas d'un mouvement relatif de rotation uniforme s'écrit $m\omega^2 \overrightarrow{HM}$, avec H le projeté orthogonal de M sur l'axe (Oz). (1 point, on acceptera aussi la réponse si cette dernière force est exprimée par ses composantes dans la base locale)

A.1.10.ii.

En projetant la somme des forces nulles sur la direction orthoradiale, on obtient :

$$-mg \sin \theta_{eq} + m\omega^2 R \sin \theta_{eq} \cos \theta_{eq} = 0, \text{ qui se simplifie en :}$$

$$g = \omega^2 R \cos \theta_{eq}, \text{ d'où :}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos \theta_{eq}}} = 10 \text{ rad.s}^{-1}. \text{ (1 point pour la formule littérale, 1 point pour l'application numérique accompagnée de son unité).}$$

A.2. Mouvement d'un proton dans un cyclotron (27 points)

A.2.1. Étude du mouvement dans les Dees

A.2.1.1. Le proton ne subit que la partie magnétique de la force de Lorentz, dont la puissance est nulle. D'après le théorème de l'énergie cinétique, il n'y a pas de variation d'énergie cinétique. Le mouvement est donc uniforme. (2 points)

A.2.1.2. Voir feuille annexe, la trajectoire orientée donne la direction des vecteurs vitesse, la concavité celle des forces et le champ magnétique s'en déduit. (3 points : 0,5 par élément représenté)

A.2.1.3. Par application de la relation fondamentale de la dynamique à un proton, dans le référentiel

galiléen du laboratoire, on obtient : $m \frac{d\vec{V}}{dt} = e\vec{V} \wedge \vec{B}$ qui se projette en :

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \omega_c V_y \\ \dot{V}_y = -\omega_c V_x \end{cases} \text{ (2 points)}$$

A.2.1.4. Il s'agit d'intégrer le système d'équation différentielles couplées. Aucune méthode n'est exigée. Les candidats pourront se servir d'une variable auxiliaire complexe ou intégrer l'une des équations et reporter dans l'autre.

En fin de calcul, on aboutit à :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{V_1}{\omega_c} \sin(\omega_c t) \\ y(t) = \frac{V_1}{\omega_c} [\cos(\omega_c t) - 1] \end{cases} \text{ (4 points)}$$

En éliminant le temps entre les deux, on aboutit à l'équation d'un cercle de rayon R_1 :

$$x^2 + \left(y + \frac{V_1}{\omega_c}\right)^2 = \left(\frac{V_1}{\omega_c}\right)^2. \text{ (2 points)}$$

A.2.1.5. On a immédiatement : $d = \pi R_n$. (2 points)

A.2.1.6. Le mouvement étant uniforme, $\Delta t = \frac{d}{V_n} = \frac{d}{R_n \omega_c} = \frac{m\pi}{eB}$, indépendante de la vitesse du proton. (2 points)