

EXAMEN
DE MECANIQUE DU POINT
(Durée : 1h30)

*Aucun document personnel, ni calculatrice ne sont autorisés.
Les deux exercices sont indépendants.*

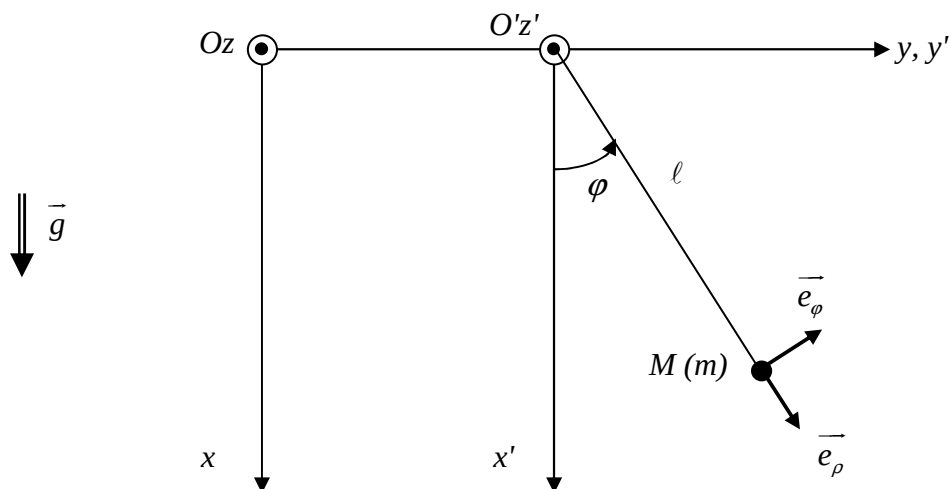
Exercice 1 : Pendule simple dans un référentiel en mouvement

On considère un pendule simple, de longueur $O'M = \ell = \text{cte}$, et de masse m fixée en M . A l'aide d'un vibreur, on impose à O' un mouvement oscillatoire suivant l'axe Oy du référentiel galiléen lié au laboratoire $\mathcal{R} = (O, xyz)$, dont Ox est la verticale descendante (Figure). On définit le repère $\mathcal{R}' = (O', x'yz')$, en translation rectiligne suivant Oy par rapport à $\mathcal{R}$. Le pendule tourne sans frottement autour de l'axe $O'z'$.

A l'instant $t = 0$, les origines des deux repères sont confondues. La position de O' est définie par $\overrightarrow{OO'} = a \sin(\omega t) \overrightarrow{e_y}$, où a est l'amplitude du mouvement de O' , et ω est la pulsation de l'oscillation.

On note $\vec{g}$ le champ de pesanteur terrestre, et $\varphi(t)$ l'angle que fait le pendule avec la verticale descendante.

Toutes les expressions des vecteurs seront données dans la base $\mathcal{B}_c = (\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_z})$ liée à $\mathcal{R}'$, en fonction de $\varphi(t)$ et de ses dérivées temporelles.



1- Vitesse et accélération par rapport à $\mathcal{R}'$

Déterminer la vitesse $\vec{V}(M/\mathcal{R}')$ et l'accélération $\vec{a}(M/\mathcal{R}')$ de M dans $\mathcal{R}'$.

2- Vitesses et accélérations dans $\mathcal{R}$

- Le référentiel $\mathcal{R}'$ est-il galiléen ? Justifier.
- Déterminer la vitesse d'entraînement $\vec{V}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$ de M dans le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.
- Déterminer l'accélération d'entraînement $\vec{a}_e(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$ de M dans le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.
- Déterminer l'accélération de Coriolis $\vec{a}_c(M, \mathcal{R}'/\mathcal{R})$ de M dans le mouvement de $\mathcal{R}'$ par rapport à $\mathcal{R}$.
- Déduire des lois de composition des vitesses et des accélérations, la vitesse $\vec{V}(M/\mathcal{R})$ et l'accélération $\vec{a}(M/\mathcal{R})$ de M dans $\mathcal{R}$.

3- Equation du mouvement dans $\mathcal{R}'$.

- Réaliser le bilan des forces dans $\mathcal{R}'$. On notera $\vec{T} = T \vec{e}_\rho (T < 0)$, la tension du fil.
- Appliquer la relation fondamentale de la dynamique dans $\mathcal{R}'$, et déduire l'équation différentielle du mouvement de M dans $\mathcal{R}'$.
- Déterminer l'expression de T .

4- Bilan énergétique

- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique E_c de M dans $\mathcal{R}'$..
- Quelles sont les forces s'exerçant sur M et dérivant d'une énergie potentielle ? Peut-on donner leur expression ? Justifier.