

()

()

Ex-M1.17 Mouvement cycloïdal (**)

Une roue de rayon R et de centre C roule sans glisser sur l'axe (Ox) à vitesse angulaire ω constante tout en restant dans le plan (Oxz) . Soit M un point liée à la roue situé sur la circonférence. À l'instant $t = 0$, M se trouve en $M_0(x = 0, z = 2R)$. Les mouvements sont étudiés dans le référentiel Associé au repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

- 1) Comment exprimer la condition « la roue ne glisse pas » ?
- 2) Déterminer les coordonnées x_C et z_C de C à l'instant t .
- 3) Même question pour M .
- 4) Étudier la trajectoire définie par le système d'équations paramétriques $(x(\theta), z(\theta))$ avec $\theta = \omega t$. La tracer pour $\theta \in [-4\pi; 4\pi]$.
- 5) Calculer la vitesse $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ du point M à l'instant t . Exprimer sa norme v en fonction de $\left| \cos \frac{\theta}{2} \right|$. En déduire l'hodographe du mouvement.
- 6) Calculer l'accélération $\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}}$ du point M à l'instant t . Exprimer sa norme en fonction de R et v . Calculer numériquement cette norme de l'accélération dans le cas d'un point périphérique d'un pneu de voiture roulant à 130 km.h^{-1} sur une autoroute ($R = 35 \text{ cm}$).
- 7) Déterminer $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ et $\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}}$ lorsque M est en contact avec l'axe (Ox) .

Rép. : cf. p. 6.

