

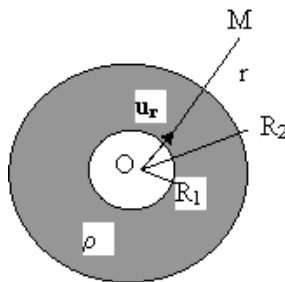
Chapitre 1 : Electrostatique

Distribution de charges de densité volumique uniforme (ICAR 99) énoncé

Q1

[Voir vidéo](#)

$$Q = \int_D \rho d\tau = \rho 4\pi \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr = \frac{4}{3} \pi \rho (R_2^3 - R_1^3)$$



La charge totale de la distribution D est donnée par:

$$Q = 1.10^{-13} \text{ C}$$

$$\underline{\text{AN}} : Q = \frac{4}{3} \pi * 3,4.10^{30} (2^3 - 1).10^{-45} = 9,97.10^{-14} \text{ C}$$

Q2

[Voir vidéo](#)

La distribution de charge étant à symétrie sphérique on en déduit que $E(M) = E(r) u_r$.

On détermine le champ créé par cette distribution en appliquant le théorème de Gauss.

La surface de Gauss est une sphère de centre O et de rayon r.

$$\oint_{S_{\text{Gauss}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \text{ où } Q_{\text{int}} \text{ est la charge contenue à l'intérieur de la surface de Gauss.}$$

Si $r < R_1$ $Q_{\text{int}} = 0$ d'où $E_1(r) = 0$

$$\text{Si } R_1 < r < R_2 \quad Q_{\text{int}} = \frac{4}{3} \pi \rho (r^3 - R_1^3) \text{ et } E_2(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(r - \frac{R_1^3}{r^2} \right) u_r$$

Si $r > R_2$ $Q_{int} = Q$ et $E_3(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ur.

Q3

[Voir vidéo](#)

$$\text{Pour } r > R_2 \quad V_3(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Le potentiel se déduit du champ par le relation $E = -\text{grad } V$, soit $V(r) = -\int E(r)dr + \text{const.}$

la constante étant prise égale à zéro par hypothèse, puisque le potentiel est nul à l'infini, absence de charges.

$$\text{Pour } R_1 < r < R_2 \quad V_2(r) = -\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{R_1^3}{r} \right) + C.$$

C est une constante déterminée en utilisant la propriété de continuité du potentiel à la traversée d'une surface chargée, donc $V_3(R_2) = V_2(R_2)$.

$$-\frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{R_2^2}{2} + \frac{R_1^3}{R_2} \right) + C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_2} \frac{4}{3} \pi \rho (R_2^3 - R_1^3) \quad \text{d'où } C = \frac{\rho R_2^2}{2\epsilon_0} \quad \text{et donc}$$

$$\text{pour } R_1 < r < R_2 \quad V_2(r) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{r^2}{6} - \frac{R_1^3}{3r} \right)$$

$$\text{Pour } r < R_1 \quad V_1(r) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R_2^2 - R_1^2)$$

Pour $r < R_1$ $V_1(r) = V_2(R_1) =$

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} \left(\frac{R_2^2}{2} - \frac{R_1^2}{6} - \frac{R_1^3}{3R_1} \right) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} (R_2^2 - R_1^2)$$