

Chapitre 1 : Electrostatique

Système de 2 charges (ENSAIT 99) [énoncé](#)

Q1

[Voir vidéo](#)

Le potentiel électrostatique créé par les deux charges ponctuelles au point P est :

$$V(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{\lambda q}{4\pi\epsilon_0 r'}.$$

Q2

[Voir vidéo](#)

La surface équipotentielle de potentiel nul est telle que : $V(P) = 0$ i.e. $\lambda r = r'$. Dans un système de coordonnées cartésiennes d'origine A l'équation précédente devient :

$$\lambda^2 (x^2 + y^2 + z^2) = (x - d)^2 + y^2 + z^2 \text{ d'où après simplification :}$$

$$\left(x - \frac{d}{1 - \lambda^2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \left(\frac{\lambda d}{1 - \lambda^2}\right)^2. \text{ On reconnaît alors l'équation d'une sphère (S) de centre O de coordonnées}$$

$$\left(\frac{d}{1 - \lambda^2}, 0, 0\right) \text{ et de rayon } R = \frac{\lambda d}{1 - \lambda^2}.$$

$$\text{On a donc } a = \overline{AO} = \frac{d}{1 - \lambda^2} \text{ et } R = \lambda a.$$

Q3

[Voir vidéo](#)

Par définition le champ électrostatique $\vec{E}$ est perpendiculaire aux surfaces équipotentielles :

le vecteur $\vec{E}$ est donc perpendiculaire à la sphère (S).

De plus $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$, donc $\vec{E}$ est dirigé des forts potentiels vers les faibles potentiels. Comme le point B (potentiel négatif) est à l'intérieur de la sphère (S) et le point A (potentiel positif) à l'extérieur,

le champ $\vec{E}$ est dirigé vers l'intérieur de la sphère (S).

Enfin le champ électrostatique créé par deux charges ponctuelles est :

$$\vec{E}(P) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} - \frac{\lambda q}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \vec{r}'.$$

La norme de $\vec{E}$ sur la surface (S) est donc $\|\vec{E}(P)\| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\lambda^2 r^3} \|\lambda^2 \vec{r} - \vec{r}'\|$.

Or

$$\|\lambda^2 \vec{r} - \vec{r}'\| = (\lambda^2 - 1) \left(\left(x - \frac{d}{1 - \lambda^2} \right)^2 + y^2 + z^2 \right)^{1/2} = (\lambda^2 - 1) \frac{\lambda d}{1 - \lambda^2} = \lambda d \text{ d'où } \|\vec{E}(P)\| = \frac{q d}{4\pi\epsilon_0 \lambda r^3}.$$

En conclusion $\vec{E}$ est perpendiculaire à la sphère (S) dirigé vers l'intérieur de celle-ci et de norme

$$\|\vec{E}(P)\| = \frac{q d}{4\pi\epsilon_0 \lambda r^3}. \text{ A.N. } |\vec{E}| = 35,2 \text{ Vm}^{-1}.$$

Q4

[Voir vidéo](#)

D'après la question 1.2

$$\lambda = \frac{R}{a} \text{ et } d = \frac{1 - \lambda^2}{\lambda} R = \frac{a^2 - R^2}{a} \text{ d'où } \|\vec{E}(P)\| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \frac{a^2 - R^2}{R}.$$

Q5

[Voir vidéo](#)

Par définition l'énergie électrostatique d'interaction de deux particules ponctuelles chargées est

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 d} \text{ et donc ici on a } W = \frac{-\lambda q^2}{4\pi\epsilon_0 d}.$$

Q6

[Voir vidéo](#)

La surface équipotentielle reste un cercle.

On a alors $l = \overline{AL} = \overline{AO} + \overline{OL} = a - R = a(1 - \lambda)$ d'où $\lambda = \frac{a-l}{a}$, $R = a - l$ et $d = l(1 + \lambda)$.
Quand le point O s'éloigne de A,

$$a \longrightarrow \infty, \lambda \longrightarrow 1, R \longrightarrow \infty, d \longrightarrow 2l \text{ et } \|\vec{E}(P)\| \longrightarrow \frac{q d}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

On se retrouve dans le cas d'un dipôle électrostatique :

la surface de potentiel nul est donc bien le plan médiateur et on a bien $\|\vec{E}(P)\| = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$ où $p = qd$ est le moment dipolaire.