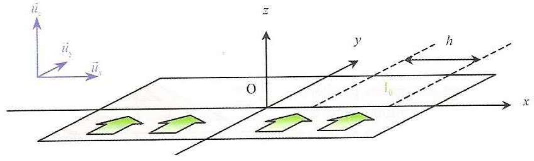
Exercice 3 : Théorème d'Ampère

On se propose dans cet exercice de calculer le champ créé par une nappe de courant.



Un plan conducteur supposé infini Oxy est parcouru par un courant surfacique dirigé selon le vecteur unitaire $\vec{u_y}$. L'intensité de ce courant est répartie uniformément sur le plan. On trouve ainsi un courant $I_0 > 0$ sur un segment de longueur h selon Ox.

1) Définir le vecteur densité de courant surfacique en fonction des données du problème.
2) Déterminer l'intensité B champ magnétostatique en un point quelconque de l'espace à l'aide du théorème d'Ampère.
3) Tracer la fonction $B(z)$ et apprécier la discontinuité du champ magnétostatique pour cette distribution idéalisée.
4) Un second plan parallèle au premier se trouve à la cote d selon Oz. Il est parcouru par un courant de même intensité mais circulant dans l'autre sens. Exprimer le champ magnétostatique engendré par la distribution.

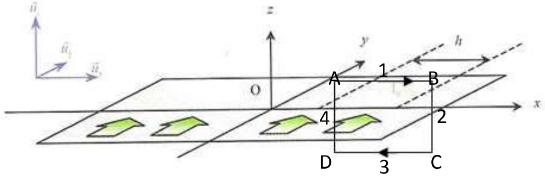
L'uniformité du courant permet alors d'écrire : $I = \iint \vec{j}dxdz\vec{u_y} = \iint \vec{j_s}dx\vec{u_y}$

Et sur une longueur h : $I_0 = j_s h$ donc $\vec{j_s} = \frac{I_0}{h}\vec{u_y}$

On a le plan zOy qui est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc le champ magnétostatique est tel que : $\vec{B} = B(x,y,z)\vec{e_x}$

Le caractère infini de la distribution entraîne une invariance de la distribution par translation suivant Oy et Ox, donc $\vec{B} = B(z)\vec{e_x}$.

On peut proposer un contour rectangulaire tel que AB = h



Donc, le théorème d'Ampère donne :

$$\oint \vec{B}d\overrightarrow{OM} = \int_{1(A\to B)} \vec{B_1}d\overrightarrow{OM_1} + \int_{2(B\to C)} \vec{B_2}d\overrightarrow{OM_2} + \int_{3(C\to D)} \vec{B_3}d\overrightarrow{OM_3} + \int_{4(D\to A)} \vec{B_4}d\overrightarrow{OM_4}$$

$\oint \vec{B}d\overrightarrow{OM} = \int_{1(A\to B)} \vec{B_1}d\overrightarrow{OM_1} + \int_{3(C\to D)} \vec{B_3}d\overrightarrow{OM_3} = 2Bh = \mu_0 I_{enlace}$.

Avec $I_{enlace} = I_0$ alors $B(z) = \frac{\mu_0 I_0}{2h}$. Donc : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2h}\vec{e_x}$ pour z>0 et $\vec{B} = -\frac{\mu_0 I_0}{2h}\vec{e_x}$ pour z<0.

On trouve donc une discontinuité du champ au passage de cette nappe donnée par $\Delta\vec{B} = \mu_0\vec{j_s} \wedge \vec{u_z}$.

Si on rajoute un deuxième plan parcouru par un courant le traversant en sens inverse par rapport au 1^e alors les champs vont s'additionner et on va avoir un champ total donné par $\frac{\mu_0 I_0}{h}\vec{e_x}$ entre les deux plans