

- 3.7. Au vu des conclusions, quel serait l'intérêt de la méthode utilisée au 3.6.b. ?
- 3.8. Calculer m_0 , toujours pour la technique de la question 3.6.b., si toute la puissance émise est concentrée sur l'écran.
- 3.9. Proposer un système optique donnant une image de la source sur l'écran permettant ainsi de réaliser la concentration évoquée en 3.8. Où faut-il placer la source par rapport au foyer du système ? Illustrer votre réponse par un schéma simple sur lequel on indiquera les positions respectives du système, de son foyer, de la source et de l'écran.
- 3.10. L'image de la source formée sur l'écran associé à l'aéronef (un disque circulaire de diamètre d) est affectée par la diffraction. Soit δ le diamètre de la tache d'Airy dans le plan de l'écran. Quelle condition doit remplir δ par rapport à d pour pouvoir recueillir la fraction la plus importante de la puissance émise ?
- 3.11. Le diamètre de la tache d'Airy étant donné par $\theta = 1,22 \lambda/D$, où λ est la longueur d'onde électromagnétique et D le diamètre de la *pupille d'entrée* du système, quelle doit être la valeur minimale de D , si la fréquence de l'émetteur est de 35 GHz ? ... de 10 GHz ? ... de 900 MHz ? Quels commentaires suggèrent les résultats de ces calculs ?

CALORIMETRE, VARIATION D'ENTROPIE, ECHANGES DE CHALEUR.

Les parties A, B, C et D sont indépendantes. On y admettra que les chaleurs massiques et les capacités calorifiques sont indépendantes de la température, donc constantes.

A. CALORIMETRIE

On dispose d'un calorimètre, parfaitement isolé, rempli d'un mélange eau-glace en équilibre thermique (à 0°C). Le calorimètre comporte un thermomètre, un agitateur et une résistance chauffante immergés dans le mélange eau-glace. La capacité calorifique totale du calorimètre avec ses accessoires est $\mu.J$; ici μ est sa valeur en eau et J la chaleur massique de l'eau. A l'instant initial t_0 , la masse de glace est m_g et la masse totale (eau + glace) est M . La résistance chauffante est alors alimentée avec une puissance constante P . Le thermomètre indique une température constante jusqu'à l'instant t_1 qui correspond à la fin de la fusion de la glace. Ensuite la température augmentant jusqu'à la température d'ébullition de l'eau (100°C) qui se produit à l'instant t_2 .

- A.1. Soit alors L_F la chaleur latente massique de fusion de la glace. On admettra que pour l'eau, les chaleurs massiques, entre 0 et 100°C , restent constantes : $C_p = C_v = J$. En déduire L_F en fonction de J , M , μ , m_g et des instants t_0 , t_1 et t_3 .
- A.2. Une fois la température d'ébullition atteinte (à l'instant t_2), la puissance de chauffage restant constante (toujours égale à P), l'ensemble du dispositif ayant été placé sur une balance, on suit l'évolution de la masse du calorimètre avec son contenu et ses accessoires jusqu'à ce que la masse totale soit réduite de $M/2$; soit alors t_3 l'instant correspondant à cette perte de masse. Soit alors L_v la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau, exprimer L_v en fonction de J , M , μ , t_1 , t_2 et t_3 .
- A.3. Application numérique : $M/m_g = 10$; $m_g = 100\text{g}$; $\mu = 200\text{g}$; $t_1 - t_0 = 2$ minutes ; $t_2 - t_1 = 30$ minutes ; $t_3 - t_2 = 67.5$ minutes. On donne $J = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Donner les valeurs de L_F et L_v , et la valeur de P .

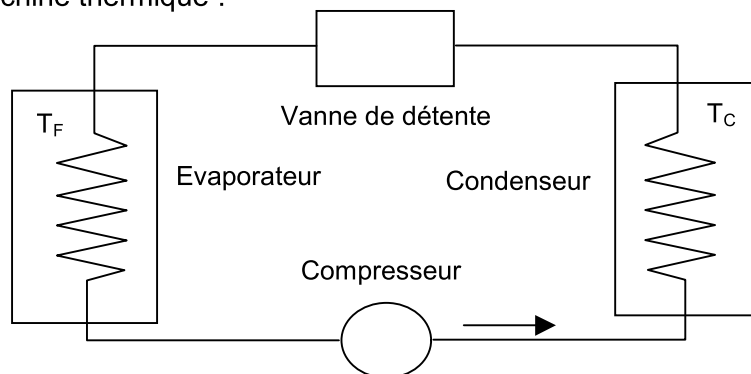
B. VARIATION D'ENTROPIE

Soient deux masses de même valeur m constituées du même matériau de capacité calorifique C_p ; l'une est à température absolue T_1 et l'autre à T_2 . On les met en contact ; elles échangent de la chaleur sans perte avec l'extérieur.

- B.1. Au bout d'un temps suffisamment long, le système atteint l'équilibre thermique ; quelle est alors la température des deux masses ?
- B.2. La transformation est-elle réversible ou irréversible ? Expliquer.
- B.3. Calculer la variation d'entropie du système constitué par les deux masses au cours de cette transformation.
- B.4. Montrer que cette variation d'entropie est strictement positive.

C. ENTROPIE DANS UNE POMPE A CHALEUR

On envisage une machine thermique :



Dans les échangeurs (évaporateur et condenseur), il y a des masses d'eau identiques (M), elles échangent de la chaleur avec le fluide frigorigène qui est propulsé par le compresseur. Au départ, le compresseur étant arrêté, les deux masses d'eau ont des températures identiques et homogènes (T_0 en K). Après un certain temps de fonctionnement, les sources ont d'autres températures homogènes (T_C pour la source chaude et T_F pour la source froide). On admet que les capacités calorifiques des parois et des serpentins des échangeurs sont négligeables par rapport à celle de l'eau qu'ils contiennent.

- C.1. Calculer la variation d'entropie de l'ensemble des deux sources en fonction de T_C , T_F , T_0 , M et J . Ici J est la chaleur massique de l'eau ; sa valeur ne dépend pas de la température.
- C.2. Quelle relation devraient suivre les températures pour qu'il n'y ait pas de variation d'entropie ?
- C.3. En admettant que la relation de C.2. puisse être vérifiée, exprimer T_C en fonction de l'abaissement de la température ΔT de la source froide ($T_F = T_0 - \Delta T$) et de T_0 ; on effectuera un développement au second ordre en fonction de $\Delta T/T_0$.
- C.4. Quelle serait la variation de la température moyenne des deux échangeurs $T_M = (T_C + T_F)/2$ si la variation d'entropie était nulle ?
- C.5. Le sens de variation de T_M était-il prévisible sans faire de calcul ?
- C.6. On considère le fonctionnement de la machine thermique en tant que pompe à chaleur et on s'intéresse à l'évolution de la température de l'eau du condenseur T_C . Le compresseur ayant été mis en marche, consomme une puissance constante ($P_0 = 400W$) ; on constate alors que la température de l'eau du condenseur s'élève à la vitesse de 2K par minute. L'efficacité ε (ou coefficient de performance) de cette pompe à chaleur, dont on donnera la définition, est de 2,5 ; sa valeur reste constante quand la température du condenseur varie. En déduire la capacité calorifique du condenseur Λ_C (supposée indépendante de la température).

C.7. Calculer alors la masse d'eau **M** du condenseur (On donne $J = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$).

D. ETUDE D'UNE MACHINE FRIGORIFIQUE.

On envisage une nouvelle machine thermique dont le principe est comparable à celle de la partie **C**, avec quelques modifications qui nous permettent d'étudier son comportement en machine frigorifique : une résistance chauffante est immergée dans l'évaporateur pour permettre d'y apporter une certaine puissance thermique. Par ailleurs la température étant susceptible de descendre en dessous de 0°C , l'eau de l'évaporateur a été remplacée par un liquide antigel. Un agitateur permet d'égaler la température dans la masse liquide sans y apporter de chaleur. Comme dans la partie **C**, les capacités thermiques de la résistance chauffante et de l'agitateur sont négligeables devant celle du liquide de l'évaporateur. Dans la suite, même si la température du liquide de l'évaporateur n'est pas constante, on parlera de source froide.

D.1. La machine étant en fonctionnement depuis quelque temps, on note l'évolution de la température de la source froide ; la résistance n'étant pas alimentée, on constate que la température baisse. **Sur un petit intervalle de température**, la vitesse de refroidissement est constante, elle sera caractérisée par une pente $-a$ ($=d\theta/dt$ où θ est la température et t le temps). Lorsque la résistance est alimentée avec une puissance P_C , la machine restant en marche, le fluide frigorigène continuant à extraire de la chaleur, on constate que la température de la source froide augmente. **Sur le même intervalle de température que celui du refroidissement**, on constate que la vitesse de réchauffement est également constante, la pente est maintenant $+b$. La source froide échange de la chaleur avec l'extérieur qui est à la température ambiante ; soit P_A la puissance correspondant à cet échange. La source froide échange aussi de la chaleur avec le fluide frigorigène ; soit P_F la puissance correspondante. Pour chacune des pentes ($-a$ et $+b$), établir, en fonction de P_A , P_F et P_C , le bilan des puissances échangées avec la source froide. Au vu de ces bilans, déterminer la puissance P_E que devrait fournir la résistance chauffante pour stabiliser, **toujours sur ce même intervalle restreint**, la température de la source froide à une valeur constante. Dans un premier temps donner la valeur de P_E en fonction des autres puissances. On admettra que la relation, entre les pentes et les bilans des puissances, est linéaire ; exprimer alors P_E en fonction des valeurs de a , b et P_C .

D.2. Préciser la valeur de la puissance qui provoque l'abaissement de température de la source froide avec la pente $d\theta/dt = -a$ et en déduire une relation permettant de calculer Λ (capacité totale de la source froide, supposée indépendante de la température).

Application numérique : $-a = -0,16 \text{ K/minute}$; $b = +0,08 \text{ K/minute}$; $P_C = 960 \text{ W}$.

Donner les valeurs de P_E et de Λ . Donner aussi le coefficient de performance de réfrigération C_F sachant que le compresseur consomme une puissance $P_M = 400 \text{ W}$.

Dans la suite de ce problème, la valeur de P_E ayant été déterminée, la résistance chauffante ne sera plus utilisée.

D.3. Lorsque la machine est arrêtée, la température de la source froide remonte lentement, la puissance correspondant à cet échange est proportionnelle à la différence des températures : $P_A = B(T_A - \theta)$ où T_A est la température ambiante et θ celle de la source froide. Ecrire l'équation différentielle régissant la remontée en température lorsque la machine est arrêtée et en donner la solution générale $\theta(t)$ en fonction de T_A , B et Λ .

D.4. Donner la solution particulière de cette équation lorsque la température de la source froide remonte à partir d'une température initiale θ_0 qui était celle atteinte à l'instant où l'on a arrêté la machine thermique ($t=0$).

D.5. Par analogie avec les équations régissant la décharge d'un condensateur, exprimer la constante de temps τ_R qui caractérise cette variation de la température et commenter son expression. Indiquer comment augmente la valeur de cette constante de temps.

- D.6.** La puissance thermique extraite par le fluide frigorigène à la source froide P_F est-elle aussi proportionnelle à la différence des températures ; celle du fluide circulant dans le serpentin T_{LV} est maintenue constante par les organes de régulation de la machine ; elle est inférieure à celle de la source froide. Pour cette puissance échangée P_F , on peut (comme en **d.3.**) écrire $P_F = -F (\theta - T_{LV})$. Le signe du coefficient d'échange F est positif (c'est aussi le cas pour B). A partir des expressions de P_F et P_A , déterminer la température la plus basse θ_m que peut atteindre la source froide.
- D.7.** On fait fonctionner cette machine entre deux températures de la source froide : θ_- , température à laquelle s'arrête le compresseur et θ_+ , température où le compresseur se remet en marche ; ces températures vérifient : $\theta_m < \theta_- < \theta < \theta_+ < T_A$. Ecrire l'équation qui permet de donner la variation de la température $\theta(t)$ dans la phase de fonctionnement du compresseur. Donner la solution complète de cette équation différentielle $\theta(t)$ en partant de la température θ_+ à l'instant $t = 0$. On donnera cette solution en fonction de θ_+ , θ_m et une nouvelle constante de temps τ_F que l'on précisera.
- D.8.** Exprimer la durée (t_F) de fonctionnement de la machine pour atteindre la température θ_- , en fonction de τ_F , θ_+ , θ_- et T_A .
- D.9.** Pour calculer la durée (t_R) de repos de la machine, lors de la remontée de la température de θ_- à θ_+ , utiliser les résultats de **D.4.** et **D.5.** et donner t_R en fonction de τ_R , θ_+ , θ_- et T_A .
- D.10.** En fonctionnement, le compresseur consomme une puissance P_M constante, déterminer la puissance moyenne effectivement consommée P_{eff} pour maintenir en permanence la source froide entre les températures θ_+ et θ_- . On exprimera P_{eff} en fonction de P_M , t_F et t_R .
- D.11.** La détermination expérimentale de la constante de temps τ_R donne 60 heures ; calculer B .
- D.12.** Sachant que les pentes, évoquées en **D.2.**, ont été mesurées la source froide étant à $\theta = -5^\circ\text{C}$ avec $T_{LV} = -20^\circ\text{C}$ et $T_A = 20^\circ\text{C}$, donner les valeurs de F , θ_m et, en heures, celle de τ_F .
- D.13.** Calculer t_F , t_R et la consommation journalière C en {kWh/24h}, de cette machine frigorifique fonctionnant entre les températures $\theta_+ = -2^\circ\text{C}$ et $\theta_- = -5^\circ\text{C}$ avec $P_M = 400\text{W}$.