

gaz parfait : isotherme, adiabatique, isochore, travail, entropie

Recherche personnalisée

Rechercher

Une enceinte cylindrique fermée par un piston, mobile sans frottement, contient 500 g d'hélium gazeux, monoatomique, de masse molaire $M=4$ g/mol.

Dans l'état (1) initial, le volume de l'enceinte est $V_1=100$ litres, et le gaz, supposé parfait, est à la température $T_1=600$ K. On rappelle que l'énergie interne de n mole de gaz parfait monoatomique à la température T s'écrit $U=3/2nRT$ où $R=8,31$ J mol⁻¹ K⁻¹. R désigne la constante des gaz parfaits.

Capacité thermique massique à volume constant C_v de l'Hélium (en kJ K⁻¹ kg⁻¹).

$$C_v = 1,5R = 1,5 \cdot 8,31 = 12,46 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1} ; C_v = 12,46 / 0,004 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} = 3116 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1} = \mathbf{3,12 \text{ kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}}.$$

Par déplacement du piston, le gaz subit une détente isotherme, supposée réversible, qui le conduit à l'état (2) caractérisé par un volume $V_2=250$ litres.

Calcul de la pression P_2 du gaz dans l'état (2).

$$P_1 V_1 = nRT_1 ; n = 500/4 = 125 \text{ mol} ; V_1 = 0,1 \text{ m}^3.$$

$$P_1 = nRT_1 / V_1 = 125 \cdot 8,31 \cdot 600 / 0,1 = 6,23 \cdot 10^6 \text{ Pa}.$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 ; P_2 = P_1 V_1 / V_2 = 6,23 \cdot 10^6 \cdot 0,1 / 0,25 = \mathbf{2,50 \cdot 10^6 \text{ Pa}}.$$

Travail $W_{1,2}$ reçu par ce gaz au cours de cette évolution isotherme.

travail élémentaire des forces de pression $-pdV = -nRT/V dV = -nRT d(\ln V)$

intégrer entre v_1 et v_2 .

$$W = -nRT \int_1^2 d(\ln V) = -nRT [\ln V]_1^2 = -nRT (\ln V_2 - \ln V_1) = -nRT \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

avec $nRT = p_1 v_1 = p_2 v_2 = 6,23 \cdot 10^6 \cdot 0,1 = 6,23 \cdot 10^5$; $v_2/v_1 = 250/100 = 2,5$

$$W = -6,23 \cdot 10^5 \ln 2,5 = \mathbf{-5,71 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

On envisage une nouvelle évolution réversible, constituée d'une détente adiabatique entre l'état (1) et un état intermédiaire (3) de volume $V_2 = V_3$, suivie d'un chauffage isochore entre l'état (3) et l'état final (2), défini précédemment.

Température T_3 l'état intermédiaire.

$$PV^\gamma = \text{cste et } P = nRT/V \text{ d'où } V^{\gamma-1} T = \text{cste}$$

$$V_1^{\gamma-1} T_1 = V_3^{\gamma-1} T_3 = V_2^{\gamma-1} T_3 ; T_3 = T_1 (V_1/V_2)^{\gamma-1} \text{ avec } \gamma = 1,67$$

$$T_3 = 600 (100/250)^{0,67} = \mathbf{326 \text{ K.}}$$

Calculer le travail W reçu par le gaz au cours des évolutions successives.

adiabatique 1-->3 : travail élémentaire des forces de pression $-pdV$ avec $p = \text{Cte} / V^\gamma$

intégrer entre V_1 et V_2 .

$$W = -\text{Cte} \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} = -\frac{\text{Cte}}{1-\gamma} [V^{1-\gamma}]_1^2 = \frac{\text{Cte}}{\gamma-1} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \frac{p_2 V_2^\gamma V_2^{1-\gamma} - p_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma}}{\gamma-1} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma-1}$$

soit dans ce cas : $W_{13} = (p_3 V_3 - p_1 V_1) / (\gamma - 1) = nR(T_3 - T_1) / (\gamma - 1)$

$$W_{13} = 125 \cdot 8,31 (326 - 600) / 0,67 = \mathbf{-4,27 \cdot 10^5 \text{ J.}}$$

Autre méthode : adiabatique donc $Q_{13} = 0$, par suite $\Delta U_{13} = W_{13} + Q_{13} = W_{13}$.

$$\Delta U_{13} = 1,5 n R (T_3 - T_1) = 1,5 \cdot 125 \cdot 8,31 \cdot (-276) = \mathbf{-4,3 \cdot 10^5 \text{ J.}}$$

Le travail des forces de pression est nul au cours d'une transformation isochore.

Variation d'entropie du gaz entre l'état (1) et l'état (2).

L'entropie est une fonction d'état ; sa variation ne dépend que des états initial et final, pas du chemin suivi.

La transformation (1) -->(2) isotherme est réversible.

transformation élémentaire : $dS = dQ/T = (dU - dW)/T = nC_v / T dT + PdV/T = nR/(\gamma-1) / T dT + nRdV/V$

intégrer entre l'état 1 et l'état 2 : $\Delta S = nC_v \ln(T_2 / T_1) + nR \ln(V_2 / V_1) = nR \ln(V_2 / V_1)$.

$$\Delta S = 125 \cdot 8,31 \ln(250/100) = \mathbf{951 \text{ J K}^{-1}}.$$

De l'air considéré comme gaz parfait subit une détente de 10 atm à 1 atm à la température de 25°C.

Calculer le travail fourni par le gaz si :

a) La détente est effectuée de manière réversible :

La pression extérieure est toujours égale à la pression du gaz : $dW = -P_{\text{ext}} dV$ avec $P = nRT/V$; $dW = -nRT \frac{dV}{V} = -nRT d(\ln V)$.

Intégrer entre l'état 2 (final) et l'état 1 (initial) : $W_{\text{rév}} = -nRT \ln (V_2/V_1) = -nRT \ln (P_1/P_2)$

Pour $n = 1$ mole : $W_{\text{rév}} = -8,31 \cdot 298 \ln(10) = -5,7 \cdot 10^3 \text{ kJ mol}^{-1}$.

b) La détente est effectuée de manière irréversible.

$$W_{\text{irr}} = -P(V_2 - V_1) = nRT(V_1/V_2 - 1) = nRT(P_2/P_1 - 1)$$

Pour $n = 1$ mole : $W_{\text{irr}} = 8,31 \cdot 298 (0,1 - 1) = -2,2 \cdot 10^3 \text{ kJ mol}^{-1}$.

Cette valeur est inférieure à celle du cas réversible.



On considère un gaz parfait dans la condition initiales ($P_A = 3 \text{ atm}$, $T_A = 300 \text{ K}$, $V_A = 16,4 \text{ L}$) auquel on fait subir de transformations réversibles suivantes : (on donne $\gamma = 1,66$)

Etat A --> Etat B ; compression adiabatique jusqu' à $T_B = 450 \text{ K}$.

État B --> Etat C : refroidissement isochore jusqu'à $P_C = 4,05 \text{ atm}$.

État --> Etat D : détente isotherme jusqu' à $P_D = 3 \text{ atm}$.

État D --> Etat A : isobare.

Déterminer les variable d'état (P, V, T) de chaque étape.

A-->B : adiabatique réversible $P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{Cste}$; $P_A^{1-\gamma} T_A^\gamma = P_B^{1-\gamma} T_B^\gamma$;

$$P_B = P_A (T_A / T_B)^{\gamma / (1-\gamma)} = 3(300/450)^{-2,52} ; \mathbf{P_B = 8,3 \text{ atm.}}$$

Loi des gaz parfaits : $V_B = V_A P_A T_B / (P_B T_A) = 16,4 \cdot 3 \cdot 450 / (8,3 \cdot 300)$; $\mathbf{V_B = 8,9 \text{ L.}}$

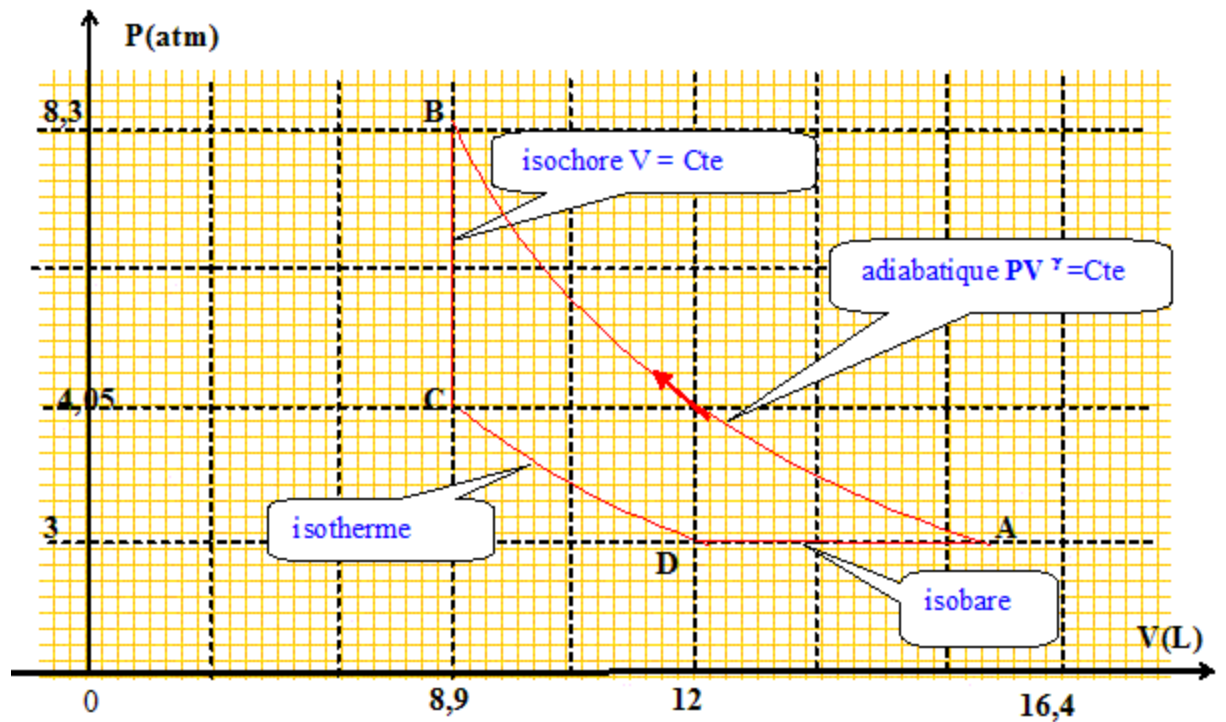
B-->C : ioschore réversible $\mathbf{V_C = 8,9 \text{ L.}}$

Loi des gaz parfaits : $T_C = T_B P_C / P_B = 450 \cdot 4,05 / 8,3$; $\mathbf{T_C = 220 \text{ K.}}$

C-->D : iotherme réversible $\mathbf{T_D = 220 \text{ K.}}$

Loi des gaz parfaits : $V_D = V_C P_C / P_D = 8,9 \cdot 4,05 / 3$; $\mathbf{V_D = 12 \text{ L.}}$

Représenter les différentes transformations sur un diagramme de Clapeyron.



Calculer le travail, la chaleur, la variation d'énergie interne et d'enthalpie, pour chacune des transformations.

A-->B : adiabatique réversible $Q_{AB}=0$;

$$W = -Cte \int_1^2 \frac{dV}{V^\gamma} = -\frac{Cte}{1-\gamma} [V^{1-\gamma}]_1^2 = \frac{Cte}{\gamma-1} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}) = \frac{p_2 V_2^\gamma V_2^{1-\gamma} - p_1 V_1^\gamma V_1^{1-\gamma}}{\gamma-1} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\gamma-1}$$

$$W_{AB} = (8,3 \cdot 10^5 \cdot 8,9 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^5 \cdot 16,4 \cdot 10^{-3}) / 0,66 ; \mathbf{W_{AB} = 3,74 \text{ kJ}} ;$$

$$\Delta U_{AB} = \mathbf{3,74 \text{ kJ}} ; \Delta H_{AB} = n R \gamma / (\gamma - 1) \Delta T = 2 \cdot 8,31 \cdot 1,66 / 0,66 \cdot 150 ; \Delta H_{AB} = \mathbf{6,3 \text{ kJ}}.$$

B-->C : isochore réversible $W_{BC}=0$; $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n R / (\gamma - 1) \Delta T$; $n = P_A V_A / (R T_A) = 3 \cdot 10^5 \cdot 16,4 \cdot 10^{-3} / (8,31 \cdot 300) \sim 2 \text{ mol}$.

$$Q_{BC} = 2 \cdot 8,31 / 0,66 \cdot (220 - 450) ; \mathbf{Q_{BC} = -5,8 \text{ kJ}} ; \Delta U_{BC} = \mathbf{-5,8 \text{ kJ}} ;$$

$$\Delta H_{BC} = n R \gamma / (\gamma - 1) \Delta T = 2 \cdot 8,31 \cdot 1,66 / 0,66 \cdot (220 - 450) ; \Delta H_{BC} = \mathbf{-9,6 \text{ kJ}}.$$

C-->D : isotherme réversible $\Delta U_{CD}=0$; $\Delta H_{CD}=0$; $Q_{CD} = -W_{CD} = n R T \ln (V_D / V_C) = n R T \ln (P_C / P_D)$

$$Q_{CD} = 2 \cdot 8,31 \cdot 220 \ln (12 / 8,9) ; \mathbf{Q_{CD} = 1,1 \text{ kJ}} ; \mathbf{W_{CD} = -1,1 \text{ kJ}}$$

C-->D : isobare réversible.

$$\Delta H_{CD} = n R \gamma / (\gamma - 1) \Delta T = 2 \cdot 8,31 \cdot 1,66 / 0,66 \cdot (300 - 220) ; \Delta H_{BC} = \mathbf{3,3 \text{ kJ}}.$$

$$\Delta U_{CD} = n R / (\gamma - 1) \Delta T = 2 \cdot 8,31 / 0,66 \cdot (300 - 220) ; \Delta H_{BC} = \mathbf{2,0 \text{ kJ}}.$$

$$W_{DC}=P(V_D-V_C)=3 \cdot 10^5(16,4 \cdot 10^{-3}-12 \cdot 10^{-3}) ; \mathbf{W_{DC}= 1,3 \text{ kJ}} ; Q_{DC}= \Delta U_{CD}= - W_{DC}= 2,0-1,3 ; \mathbf{Q_{DC}=0,7 \text{ kJ}}.$$

Montrer que le premier principe est vérifié.

$$\mathbf{\Delta U_{cycle}=0} ; \mathbf{\Delta H_{cycle}=0} ;$$

$$\text{Somme de travaux } W_{\text{total}}= 3,7-1,1+1,3 \sim 3,9 \text{ kJ}$$

$$\text{Somme des quantités de chaleur } Q_{\text{total}}= -5,8+1,1+0,7 \sim -4 \text{ kJ} ; W_{\text{total}}+Q_{\text{total}} \sim 0.$$

[retour](#) - [menu](#)