

Moteur de Stirling, étude thermodynamique : concours Caplp maths sciences 2011

En poursuivant votre navigation sur ce site, vous acceptez l'utilisation de Cookies vous proposant des publicités adaptées à vos centres d'intérêts.

Généralités sur les moteurs dithermes.

Que veut dire moteur ditherme ?

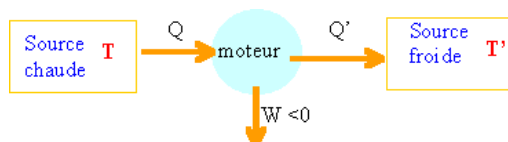
Un moteur ditherme échange de la chaleur avec deux sources.

Représenter par un schéma de principe un moteur ditherme en faisant apparaître, les sources de chaleur, et le sens des échanges d'énergie.

W : énergie échangée sous forme de travail (énergie mécanique)

Q_c ou Q : énergie thermique échangée par chaleur avec la source chaude à la température T_c (ou T)

Q_f ou Q' : énergie thermique échangée par chaleur avec la source froide à la température T_f (ou T')



L'efficacité énergétique d'une machine thermodynamique est le rapport entre l'énergie qui est récupérée utilement et celle qui a été dépensée pour la faire fonctionner.

Exprimer l'efficacité énergétique d'un moteur ditherme en fonction de Q_c et Q_f .

Au cours d'un cycle le fluide reçoit le travail W , cède la chaleur Q_f à la source froide et prend la chaleur Q_c à la source chaude. Au cours de ce cycle l'énergie interne du fluide est nulle :

$$W + Q_f + Q_c = 0 \text{ avec } Q_c > 0 ; W \text{ et } Q_f < 0 ; \mathbf{W = - Q_f - Q_c (1)}$$

$$\text{efficacité énergétique } \eta = |W| / Q_c = - Q_f - Q_c / Q_c.$$

Quelle est l'expression de l'efficacité énergétique maximale $\eta_{\max}$ du moteur ditherme dont le fonctionnement est décrit par le cycle de Carnot.

Le second principe s'écrit : $Q_f / T_f + Q_c / T_c = 0$ dans le cas de la réversibilité.

$$Q_f = -Q_c T_f / T_c. \text{ Report dans (1) : } W = Q_c [T_f / T_c - 1]$$

$$\eta_{\max} = 1 - T_f / T_c.$$

Le cycle d'une machine thermodynamique est généralement modélisé par des transformations élémentaires.

Donner les définitions succinctes des expressions suivantes :

isochore : transformation s'effectuant à volume constant.

isobare : transformation s'effectuant à pression constante.

isotherme : transformation s'effectuant à température constante.

isentropique : pas de variation d'entropie du système.

adiabatique : pas d'échange thermique entre le système et le milieu extérieur.

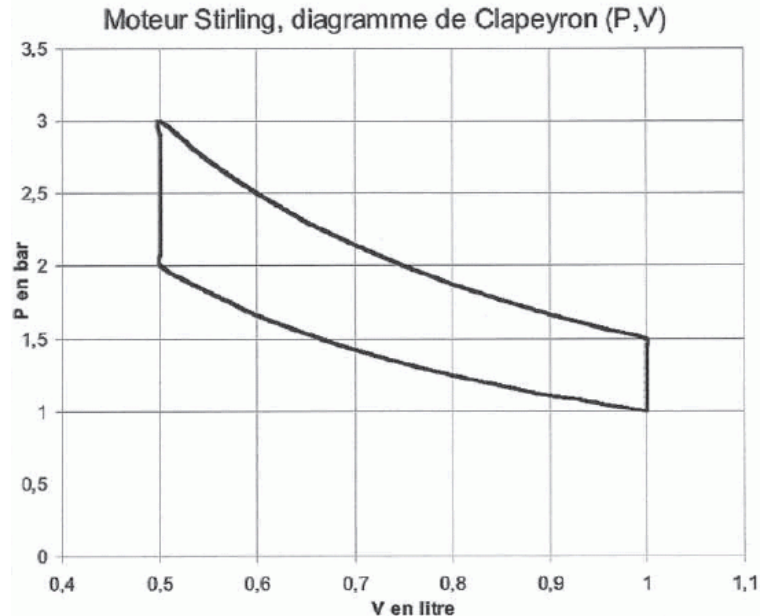
Etude d'un moteur de Stirling.

Le moteur de Stirling est un système fermé : le gaz est confiné dans le système et aucune combustion n'a lieu à l'intérieur du moteur. Le moteur échange du travail W avec le milieu extérieur et, par conduction thermique, de l'énergie thermique avec les sources chaude et froide.

On suppose que le gaz contenu dans la machine peut être considéré comme parfait.

Le fonctionnement du moteur de Stirling est généralement modélisé par un cycle comportant quatre

transformations supposées réversibles représentées dans le diagramme (P, V) ci-dessous.



Compression isotherme 1 --> 2 à la température T_f de la source froide. On passe du volume V_1 au volume V_2 tel que $V_1 > V_2$. Le gaz échange de l'énergie thermique par chaleur avec la source froide.

Chauffage isochore 2--> 3 jusqu'à la température T_c de la source chaude.

Détente isotherme 3 --> 4 à la température T_c jusqu'au volume initial. Le gaz échange de l'énergie thermique par chaleur avec la source chaude.

Refroidissement isochore 4 --> 1 jusqu'à la température T_f .

On notera :

n : quantité de matière en mole du gaz parfait. $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

C_v : capacité thermique molaire à volume constant du gaz ; $C_v = 21 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

$W_{12}, W_{23}, W_{34}, W_{41}$: les échanges d'énergie par travail au cours des transformations 1-->2, 2-->3, 3-->4 et 4-->1.

$Q_{12}, Q_{23}, Q_{34}, Q_{41}$: les échanges d'énergie par chaleur au cours de ces mêmes transformations.

A quoi correspond l'aire du cycle dans les coordonnées de Clapeyron ?

L'aire du cycle correspond au travail (en valeur absolue) échangé par le système avec le milieu extérieur.

Donner l'expression de la relation $P=f(V)$ en fonction de T_f , n et R au cours de la compression isotherme 1--> 2.

$P V = P_1 V_1 = P_2 V_2 = nRT_f = \text{constante}$.

Compléter le tableau ci-dessous en explicitant les calculs.

	état 1	état 2	état 3	état 4
T(K)	300	300	450	450
V (m ³)	1,00 10 ⁻³	5,0 10 ⁻⁴	5,0 10 ⁻⁴	1,00 10 ⁻³
P(Pa)	100 10 ³	200 10 ³	300 10 ³	150 10 ³

Compression isotherme 1-->2 ; détente isotherme 3-->4.

Chauffage isochore 2-->3 ; refroidissement isochore 4 --> 1.

$$n = P_1 V_1 / (RT_1) = 100 \cdot 10^3 \cdot 1,00 \cdot 10^{-3} / (8,31 \cdot 300) = 4,0112 \cdot 10^{-2} \text{ mol.}$$

$$P_2 = nRT_2 / V_2 = 4,0112 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 300 / 5,0 \cdot 10^{-4} = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

$$P_3 = nRT_3 / V_3 = 4,0112 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 450 / 5,0 \cdot 10^{-4} = 3,0 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

$$P_4 = nRT_4 / V_4 = 4,0112 \cdot 10^{-2} \cdot 8,31 \cdot 450 / 1,0 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Déterminer pour la compression isotherme, l'expression du travail W_{12} en fonction de V_1 , V_2 , T_f , n et R .

$$W_{12} = - \int_1^2 P dV = - nRT_f \int_1^2 \frac{dV}{V} = - nRT_f \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT_f \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Quelle est la variation d'énergie interne ΔU_{12} pour cette dernière transformation ? En déduire l'expression de la quantité d'énergie échangée par chaleur Q_{12} avec la source froide en fonction de V_1 , V_2 , T_f , n et R .

L'énergie d'un gaz parfait ne dépend que de la température. Au cours d'une transformation isotherme, l'énergie interne du gaz parfait ne varie pas.

$$\Delta U_{12} = 0 ; \Delta U_{12} = W_{12} + Q_{12} \text{ d'où } Q_{12} = -W_{12}.$$

Calculer les travaux W_{23} et W_{41} effectués pendant les transformations isochores.

Ces travaux sont nuls, les transformations étant isochores.

Rechercher

Etude de l'efficacité énergétique du moteur de Stirling.

On montre que l'énergie fournie sous forme de travail lors d'un cycle a pour expression :

$$W_{\text{mec}} = nR(T_c - T_f) \ln(V_2/V_1).$$

Dans le cas d'un fonctionnement idéal, l'énergie thermique transférée par chaleur au système pendant la phase de chauffage isochore 2 → 3 est entièrement récupérée durant la phase de refroidissement isochore 4 → 1 grâce à un échangeur thermique appelé régénérateur ou économiseur. On peut alors considérer que l'énergie thermique échangée par chaleur Q_c n'est apportée au moteur que pendant la transformation 3 → 4 et donc que $Q_c = Q_{34} = nRT_c \ln(V_1/V_2)$.

Montrer que le rendement du moteur Stirling peut se mettre sous la forme $\eta = 1 - T_f/T_c$.

$$W_{\text{mec}} = -nR(T_c - T_f) \ln(V_1/V_2); h = |W_{\text{mec}}| / Q_c = (T_c - T_f) / T_c = 1 - T_f / T_c.$$

Dans ce cas, calculer :

$$W_{\text{mec}} = 0,040 * 8,31 * (450 - 300) \ln 0,5 = -34,56 \sim \mathbf{-35 \text{ J}}.$$

$$h = 1 - 300 / 450 = \mathbf{0,33}.$$

$$Q_{34} = nRT_c \ln(V_1/V_2) = 0,040 * 8,31 * 450 \ln 2 = 103,68 \sim \mathbf{1,0 \cdot 10^2 \text{ J}}.$$

$$Q_{12} = -W_{12} = nRT_f \ln(V_2/V_1) = 0,040 * 8,31 * 300 \ln 0,5 = -69,12 \sim \mathbf{-69 \text{ J}}.$$

Déterminer N, la fréquence de rotation du moteur en tr/s qui correspond à une puissance mécanique $P_{\text{mec}} = 100 \text{ W}$.

n cycles par seconde soit un travail égal à 34,56 N joules par seconde.

$$34,56 \text{ N} = 100; N = 100/34,56 = 2,89 \sim \mathbf{3 \text{ tr/s}}.$$

Pour cette même puissance mécanique fournie, donner l'expression de la puissance thermique P_{the} qui doit traverser l'échangeur thermique entre le moteur et la source froide en fonction de N et Q_{41} , puis en fonction de n, C_v , T_0 et T_f .

$$P_{\text{the}} = N Q_{41}; \Delta U_{41} = W_{41} + Q_{41} = n C_v (T_1 - T_4); \text{ or } W_{41} = 0; T_1 = T_f \text{ et } T_4 = T_c.$$

$$Q_{41} = n C_v (T_f - T_c); P_{\text{the}} = N n C_v (T_f - T_c).$$

$$P_{\text{the}} = 2,89 * 0,04 * 21 * (-150) = 364 \text{ W} \sim \mathbf{-3,6 \cdot 10^2 \text{ W}}.$$

Dans la réalité, l'hypothèse faite "récupérer totalement la quantité d'énergie échangée par chaleur lors du refroidissement isochore pour la restituer au cours du chauffage isochore", est en réalité impossible à réaliser sur le plan pratique. Il faudrait pour cela que le régénérateur ait une efficacité de 100 %. Certains moteurs de Stirling comme celui représenté sur la figure ci dessous, ne possèdent pas de régénérateur et ne récupèrent donc rien.

Calculer l'efficacité énergétique d'un moteur sans régénérateur dont le fonctionnement est modélisé par le même diagramme PV que précédemment. On prendra $Q_{41} = 125 \text{ J}$.

$$\Delta U_{23} = W_{23} + Q_{23} = n C_v (T_3 - T_2); \text{ or } W_{23} = 0; T_2 = T_f \text{ et } T_3 = T_c.$$

$$Q_{23} = n C_v (T_c - T_f) = 0,04 * 21 * 150 = 126 \text{ J}.$$

$$Q_c = Q_{23} + Q_{34} = 126 + 103,68 = 229,68 \text{ J}; W_{\text{mec}} = -34,56 \text{ J}$$

$$\eta = |W| / Q_c = \mathbf{34,56 / 229,68 = 0,15}.$$

[menu](#)