

## **EXERCICE 2 : MOTEUR DE STIRLING, ETUDE THERMODYNAMIQUE.**

*(Les parties A, B, et C peuvent être traitées indépendamment les unes des autres)*

### **PARTIE A : Généralités sur les moteurs dithermes**

1. Que veut-dire moteur ditherme ?
2. Représenter par un schéma de principe un moteur ditherme en faisant apparaître le moteur, les sources de chaleur et, à l'aide de flèches, le sens des échanges d'énergie. On notera :
  - $W$  : l'énergie échangée sous forme de travail (énergie mécanique) ;
  - $Q_c$  : l'énergie thermique échangée par chaleur avec la source chaude à la température  $T_c$  ;
  - $Q_f$  : l'énergie thermique échangée par chaleur avec la source froide à la température  $T_f$ .
3. L'efficacité énergétique d'une machine thermodynamique est le rapport entre l'énergie qui est récupérée utilement et celle qui a été dépensée pour la faire fonctionner. Exprimer l'efficacité énergétique d'un moteur ditherme en fonction de  $Q_c$  et de  $Q_f$ .
4. Quelle est l'expression de l'efficacité énergétique maximale  $\eta_{\max}$  du moteur ditherme dont le fonctionnement est décrit par un cycle de Carnot?
5. Le cycle d'une machine thermodynamique est généralement modélisé par des transformations élémentaires. Donner une définition succincte des expressions suivantes :
  - a. transformation isochore ;
  - b. transformation isobare ;
  - c. transformation isotherme ;
  - d. transformation isentropique ;
  - e. transformation adiabatique.

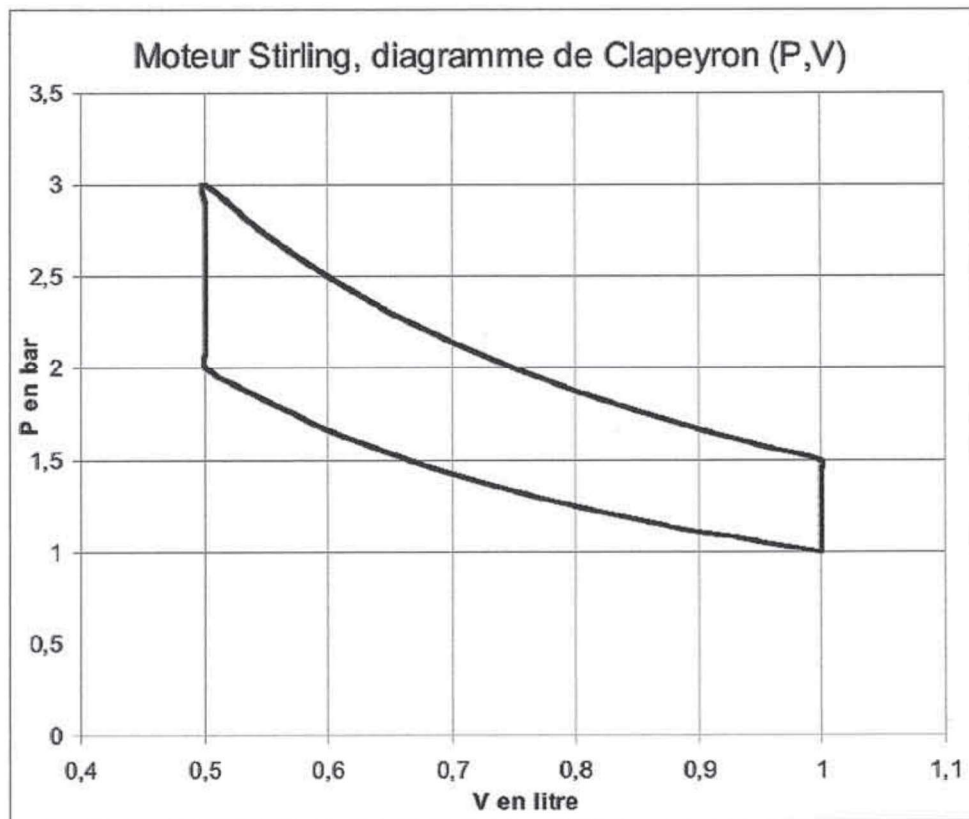
### **PARTIE B : Étude d'un moteur de Stirling**

Le moteur de Stirling est un système fermé : le gaz est confiné dans le système et aucune combustion n'a lieu à l'intérieur du moteur. Le moteur échange du travail  $W$  avec l'extérieur et, par conduction thermique, de l'énergie thermique avec les sources chaudes et froides.

**On suppose que le gaz contenu dans la machine peut-être considéré comme parfait.**

Le fonctionnement du moteur de Stirling est généralement modélisé par un cycle comportant quatre transformations supposées réversibles représentées dans le diagramme ( $P, V$ ) ci-dessous :

- **Compression isotherme** ( $1 \rightarrow 2$ ) à la température  $T_f$  de la source froide. On passe du volume  $V_1$  au volume  $V_2$  tel que  $V_1 > V_2$ . Dans cette transformation, le gaz échange de l'énergie thermique par chaleur avec la source froide.
- **Chauffage isochore** ( $2 \rightarrow 3$ ) jusqu'à la température  $T_c$  de la source chaude.
- **Détente isotherme** ( $3 \rightarrow 4$ ) à la température  $T_c$ , jusqu'au volume initial. Dans cette transformation, le gaz échange de l'énergie thermique par chaleur avec la source chaude.
- **Refroidissement isochore** ( $4 \rightarrow 1$ ) jusqu'à la température  $T_f$ .



**Dans la suite du sujet on notera :**

$n$  : quantité de matière en mole du gaz parfait.

$R$  : la constante des gaz parfaits,  $R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

$C_V$  : la capacité thermique molaire à volume constant du gaz :  $C_V = 21 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

$W_{12}$ ,  $W_{23}$ ,  $W_{34}$  et  $W_{41}$  : les échanges d'énergie par travail au cours des transformations  $(1 \rightarrow 2)$ ,  $(2 \rightarrow 3)$ ,  $(3 \rightarrow 4)$ ,  $(4 \rightarrow 1)$

$Q_{12}$ ,  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$  et  $Q_{41}$  : les échanges d'énergie thermique par chaleur au cours des mêmes transformations.

1. A quoi correspond l'aire du cycle en coordonnées de Clapeyron ?
2. Donner l'expression de la relation  $P = f(V)$  en fonction de  $T_f$ ,  $n$  et  $R$  au cours de la compression isotherme  $(1 \rightarrow 2)$ .
3. Recopier et compléter le tableau ci dessous en explicitant les calculs éventuellement effectués.

**Tableau :**

|                          | Etat 1         | Etat 2        | Etat 3 | Etat 4 |
|--------------------------|----------------|---------------|--------|--------|
| $T \text{ (K)}$          | 300            |               | 450    |        |
| $V \text{ (m}^3\text{)}$ | $1,00.10^{-3}$ | $5,0.10^{-4}$ |        |        |
| $P \text{ (Pa)}$         | $100.10^3$     |               |        |        |

4. Déterminer, pour la compression isotherme, l'expression du travail  $W_{12}$  en fonction de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $T_f$ ,  $n$  et  $R$ .

5. Quelle est la variation d'énergie interne  $\Delta U_{12}$  pour cette dernière transformation ? En déduire l'expression de la quantité d'énergie échangée par chaleur  $Q_{12}$  avec la source froide, en fonction de  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $T_f$ ,  $n$  et  $R$ .
6. Calculer les travaux  $W_{23}$  et  $W_{41}$  effectués pendant les transformations isochores.

### **PARTIE C : Étude de l'efficacité énergétique du moteur de Stirling**

Les données numériques de la partie B de cet exercice seront reprises pour traiter cette partie et on posera  $n = 0,04$  mol.

On montre que l'énergie fournie sous forme de travail lors d'un cycle a pour expression :

$$W_{\text{mec}} = nR(T_c - T_f) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Dans le cas d'un fonctionnement idéal, l'énergie thermique transférée par chaleur au système pendant la phase de chauffage isochore ( $2 \rightarrow 3$ ) est entièrement récupérée durant la phase de refroidissement isochore ( $4 \rightarrow 1$ ) grâce à un échangeur thermique appelé "régénérateur" ou "économiseur". On peut alors considérer que l'énergie thermique échangée par chaleur  $Q_c$  n'est apportée au moteur que pendant la transformation ( $3 \rightarrow 4$ ), et donc, que  $Q_c = Q_{34} = nRT_c \ln \frac{V_2}{V_1}$ .

1. Démontrer que le rendement du moteur de Stirling peut se mettre alors sous la forme  $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c}$ .
2. Dans ce cas, calculer :
  - a. la valeur numérique en joule du travail mécanique fourni  $W_{\text{mec}}$  ;
  - b. l'efficacité énergétique du moteur de Stirling ;
  - c. les valeurs numériques en joule des énergies thermiques  $Q_{34}$  et  $Q_{12}$  échangées respectivement avec la source chaude et la source froide au cours d'un cycle.
3. Déterminer  $n$ , la fréquence de rotation du moteur en  $\text{tr.s}^{-1}$  qui correspond à une puissance mécanique  $P_{\text{mec}}$  égale à 100 W.
4. Pour cette même puissance mécanique fournie, donner l'expression de la puissance thermique notée  $P_{\text{th(M} \rightarrow \text{F)}}$  qui doit traverser l'échangeur thermique entre le moteur et la source froide en fonction de  $n$  et  $Q_{41}$ .
5. Donner l'expression de  $P_{\text{th(M} \rightarrow \text{F)}}$  en fonction de  $n$ ,  $C_V$ ,  $T_c$  et  $T_f$ , puis calculer cette valeur. Que se passerait-il si cet échangeur n'était pas en mesure d'évacuer cette puissance thermique ?
6. Dans la réalité, l'hypothèse faite : « récupérer **totale**ment la quantité d'énergie échangée par chaleur lors du refroidissement isochore pour la restituer au cours du chauffage isochore », est en réalité impossible à réaliser sur un plan pratique. Il faudrait pour cela que le régénérateur ait une efficacité de 100%. Certains moteurs de Stirling comme celui représenté sur la figure ci dessous, ne possèdent pas de régénérateur et ne récupèrent donc rien.

Calculer l'efficacité énergétique d'un moteur sans régénérateur dont le fonctionnement est modélisé par le même diagramme  $PV$  que précédemment. On prendra  $Q_{41} = 125$  J.

