
● étude de la troposphère

● ascension d'un ballon sonde

● étude de la troposphère

On note (Oz) l'axe vertical ascendant, $z=0$ au niveau du sol. $\mathbf{g} = -g\mathbf{u}_z$.

On considère la troposphère (altitude inférieure à 10 km) comme un gaz parfait. On note $p(z)$ la pression, $T(z)$ la température et $v(z)$ le volume massique, p_0 la pression au sol et T_0 la température au sol. La troposphère est en équilibre ; elle obéit à la loi polytropique (1) : $p^{-k}(z) T(z) = p_0^{-k} T_0$ avec $k = 0,15$.

1. Comment qualifie-t-on la transformation correspondant à $k=0$?
 - La troposphère est-elle homogène et isotrope
 - Ecrire l'équation d'état d'un gaz parfait à l'aide des paramètres $p(z)$, $v(z)$, R , M_{air} et $T(z)$. loi notée (2)
 - Ecrire la loi fondamentale de la statique des fluides avec $g, dp/dz$ et $v(z)$. loi notée (3)
2. Le gradient thermique est $\text{grad}(T(z)) = -\delta \mathbf{u}_z$. Exprimer δ en fonction de k , M_{air} , g et R . Calculer δ .
 - Ecrire la loi de variation de $T(z)$ en fonction de δ , T_0 et z .
3. Soit n moles de gaz parfait à l'altitude z . On note $v(z)$ le volume à l'altitude z et v_0 son volume au sol. Ecrire une relation entre $v(z)$ et v_0 en fonction de δ , z , T_0 et k .

corrigé

$$k=0 : p^0(z) T(z) = p_0^0 T_0 \rightarrow T(z) = T_0 \text{ transformation isotherme.}$$

Un milieu est homogène par rapport à une grandeur si celle-ci garde la même valeur en tous points du milieu.

Dans un milieu est isotrope, toutes les directions sont équivalentes.

La troposphère n'est pas homogène, pas isotrope du fait de la gravitation.

Equation d'état de l'air considéré comme un gaz parfait :

$$p(z) v(z) = RT(z) / M_{\text{air}} \text{ loi (2)}$$

relation fondamentale de la statique des fluides :

$$\text{grad } p = \rho \mathbf{g} = -\rho g \mathbf{u}_z$$

dans le cas d'un gaz compressible le volume massique dépend de la pression : $v(z) \text{ grad } p = -g$;

$$\text{en projection sur l'axe (Oz) : } v(z) dp/dz = -g \text{ loi (3).}$$

gradient thermique :

la loi (1) donne : $-k \ln p(z) + \ln T(z) = \ln(\text{constante})$ et en dérivant : soit $dT/dz = k T(z) / p(z) dp/dz$

$$\text{la loi (3) donne : } dT/dz = -kgT(z) / [p(z) v(z)]$$

la loi (2) donne : $dT/dz = -kgM_{\text{air}}/R$

gradient thermique : $\delta = kgM_{\text{air}}/R = 9,81 \cdot 0,15 \cdot 29 \cdot 10^{-3} / 8,31 = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ K m}^{-1}$.

ce gradient ne dépend pas de l'altitude z : la température diminue linéairement.

$$T = T_0 - \delta z.$$

volume d'une quantité de gaz constante :

la loi (1) donne : $p(z) = p_0 [T(z)/T_0]^{1/k} = p_0 [1 - \delta z / T_0]^{1/k} \rightarrow p_0 / p(z) = [1 - \delta z / T_0]^{-1/k}$

la loi (2) donne : $v(z) p(z) / T(z) = p_0 v_0 / T_0 \rightarrow v(z) / v_0 = p_0 / p(z) \cdot T(z) / T_0$

$$v(z) / v_0 = [1 - \delta z / T_0]^{-1/k} \cdot T(z) / T_0$$

$$\text{or } T(z) / T_0 = 1 - \delta z / T_0 \text{ d'où : } v(z) / v_0 = [1 - \delta z / T_0]^{1-1/k}.$$

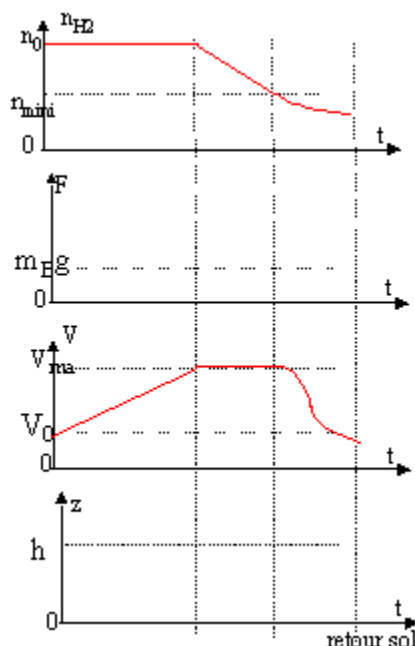
● ascension d'un ballon sonde

on écrit les vecteurs en gras et en bleu.

Masse totale du ballon avec instruments $m_B = 1,2 \text{ kg}$. L'enveloppe est gonflée au sol avec n_0 moles d'hydrogène.

Son volume est v_0 . L'enveloppe se déchire et le ballon retombe si son volume dépasse la valeur $v_{\text{max}} = 10 v_0$.

1. Quels sont les avantages et les inconvénients du dihydrogène.
2. Ascension : une force de frottement F_{frot} s'exerce sur le ballon. La somme des forces s'exerçant sur le ballon s'écrit : $(F - m_B g) \mathbf{u}_z + F_{\text{frot}}$.
 - Exprimer F en fonction de n_0 , g , M_{H_2} et M_{air} .
 - Calculer la valeur minimale n_{min} de n_0 permettant d'obtenir le décollage.
 - Calculer l'altitude maximale atteinte si $T_0 = 239 \text{ K}$.
3. Le ballon s'étant déchiré (trou pas trop gros) ne retombe pas immédiatement au sol. Il se vide lentement de son gaz. La descente correspond au graphes suivants :- Compléter qualitativement les graphes $F(t)$ et $z(t)$.



corrigé

avantage de H_2 : c'est le gaz ayant la plus petite masse molaire ; la force ascensionnelle sera très grande.

inconvenient : gaz très inflammable.

ascension à enveloppe fermée :

F représente la poussée d'Archimède diminuée du poids du gaz H_2 contenu dans le ballon.

$$F = \mu_{\text{air}} Vg - \mu_{H_2} Vg ; \text{ or } \mu_{\text{air}} V = n_0 M_{\text{air}} ; \mu_{H_2} V = n_0 M_{H_2} ;$$

$$F = g n_0 (M_{\text{air}} - M_{H_2})$$

Le ballon décolle si la somme vectorielle des forces appliquées sur le ballon est dirigée vers le haut.

Dans le cas limite du décollage, la vitesse est nulle : donc la force de frottement fluide est nulle.

$$F = m_B g = g n_{\min} (M_{\text{air}} - M_{H_2}) \text{ soit } n_{\min} = m_B / (M_{\text{air}} - M_{H_2})$$

$$n_{\min} = 1,2 / [(29-2)10^{-3}] = \underline{44,44 \text{ mol.}}$$

l'altitude maximale est atteinte lorsque le volume maximal est atteint ; l'enveloppe se déchire.

$$\text{or } v(z) / v_0 = [1 - \delta z / T_0]^{1-1/k}.$$

$$v_{\max} / v_0 = 10 = [1 - \delta h / T_0]^{1-1/k}.$$

$$10^{k/(k-1)} = 1 - \delta h / T_0 \text{ soit } h = T_0 / \delta (1 - 10^{k/(k-1)})$$

$$h = 239 / 5,1 \cdot 10^{-3} (1 - 10^{-0,15 / 0,85}) = \underline{15,6 \text{ km.}}$$

ce ballon permet d'explorer toute la troposphère dont l'épaisseur n'exède pas 10 km.

cas d'une petite déchirure :

la pression reste pratiquement la même à l'extérieur et à l'intérieur de l'enveloppe. La force F reste proportionnelle à la quantité de H_2 enfermée.

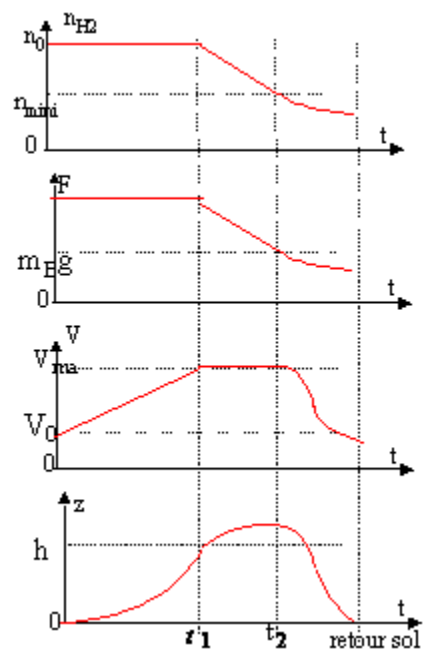
$$F(t) = g n_{H_2}(t) (M_{\text{air}} - M_{H_2})$$

les deux graphes $F(t)$ et $n_{H_2}(t)$ ont la même allure.

durant l'ascension, le mouvement du ballon est rectiligne accéléré : $z(t)$ est une courbe dont la concavité est dirigée vers le haut.

Entre t_1 et t_2 le volume de l'enveloppe reste constant et n_{H_2} diminue: le ballon continue à monter.

à $t > t_2$, $n_{H_2} < n_{\min}$: en conséquence la somme vectorielle des forces appliquées au ballon est dirigée vers le bas: le ballon descend. La pression extérieure augmente, n_{H_2} diminue donc le volume de l'enveloppe diminue. La vitesse d'arrivée au sol est différente de zéro.



[retour](#) - [menu](#)