

Exercices sur les équations d'état

1 - Soient deux ballons B_1 et B_2 .

B_1 , de volume V_1 , contient du dioxyde de carbone sous la pression p_1 .

B_2 , de volume V_2 , contient du dioxygène sous la pression p_2 .

1) Dans tout l'exercice, les deux gaz seront considérés comme parfaits. Expliquer ce propos.

La température est $t = 0^\circ \text{C}$. On relie B_1 et B_2 par un tube très fin.

2) L'équilibre étant établi, la température étant toujours 0°C , calculer les pressions partielles p_{p1} de dioxyde de carbone et p_{p2} de dioxygène dans le mélange.

3) Quelle est la pression totale p_T et quelle est la masse volumique μ_0 du mélange ?

4) On porte la température de l'ensemble de 0°C à 15°C . La dilatation des ballons étant négligeable, que deviennent la pression totale et la masse volumique du mélange ?

Application numérique : $V_1 = 3 \text{ litres}$; $V_2 = 1 \text{ litre}$; $p_1 = 4 \text{ atm}$; $p_2 = 6 \text{ atm}$
 $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ g}$; $M_{\text{O}_2} = 32 \text{ g}$

| [Méthodologie](#) | [Réponse 1](#) | [Réponse 2](#) | [Réponse 3](#) | [Réponse 4](#) |

2 - La température de Mariotte est la température pour laquelle le comportement d'un gaz réel se rapproche au mieux du comportement du " gaz parfait ".

L'équation d'état d'un gaz parfait s'écrit $pV = nRT$. On calcule la température de Mariotte en développant, à partir de l'équation d'état du gaz réel considéré, la quantité $\frac{pV}{nRT}$ suivant les puissances croissantes de p ou $\frac{1}{V}$.

Trouver la température de Mariotte pour :

- l'équation d'état de Van der Waals $(p + \frac{n^2 a}{V^2})(V - nb) = nRT$

- celle de Berthelot $(p + \frac{n^2 a}{TV^2})(V - nb) = nRT$

- celle de Diétérici $p(V - nb) \exp(\frac{na}{RTV}) = nRT$

| [Méthodologie](#) | [Réponse 1](#) | [Réponse 2](#) | [Réponse 3](#) |

[Méthodologie](#) commune aux exercices ci-après

3 - Coefficients thermoélastiques

Calculer les coefficients thermoélastiques :

$\alpha = \frac{1}{V} (\frac{\partial V}{\partial T})_p$ coefficient de dilatation à pression constante

$\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$ coefficient d'augmentation de pression à volume constant

$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ coefficient de compressibilité isotherme

1) pour le gaz parfait

2) pour le gaz d'équation d'état $p(V - nb) = nRT$

3) pour le gaz de Van der Waals d'équation d'état $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$

| [Réponse 1](#) | [Réponse 2](#) | [Réponse 3](#) |

4 - Pression p , température T et volume V représentent les variables d'état du système étudié. Elles sont reliées par une équation d'état $f(p, V, T) = 0$.

1) Trouver la relation liant les coefficients thermoélastiques, c'est à dire le coefficient de dilatation à pression

constante $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$, le coefficient d'augmentation de pression à volume constant $\beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$ et le

coefficient de compressibilité isotherme $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$

2) Calculer l'accroissement de pression subi par une masse donnée de mercure lorsqu'on la chauffe de 0°C à 1°C à volume constant en supposant $\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$ indépendant de T .

Application numérique : $\alpha = 18 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $\chi_T = 3 \cdot 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$

3) Montrer que la température du maximum de densité de l'eau sous pression donnée est celle pour laquelle

$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = 0$ ($\chi_T \neq 0$ pour l'eau)

| [Réponse 1](#) | [Réponse 2](#) | [Réponse 3](#) |

5 - Soit un fil élastique de longueur "au repos" L_0 à la température T_0 . Lorsqu'on exerce sur ce fil une traction F , l'expérience montre que la longueur change et devient L et que la température T varie.

1) Justifier la relation $dL = \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_F dT + \left(\frac{\partial L}{\partial F} \right)_T dF$.

2) On définit le coefficient de dilatation linéaire à force constante par $\lambda = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_F$ et le module d'Young par

$E = \frac{L}{s} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)_T$ où s est la section du fil.

Exprimer $\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_L$ et dF .

3) Pour la substance parfaitement élastique constituant le fil, l'équation d'état s'écrit $F = AT \left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2} \right)$ où A est une constante.

Calculer E et E_0 (valeur de E à traction nulle).

Calculer λ et λ_0 (valeur de λ à traction nulle)

| [Réponse 1](#) | [Réponse 2](#) | [Réponse 3](#) |

6 - Le coefficient de dilatation à pression constante d'une substance est $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{3aT^3}{V}$; son coefficient de compressibilité isotherme est $\chi_r = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{b}{V}$ où a et b sont des constantes. Trouver l'équation d'état $f(p, V, T) = 0$ de la substance.

| [Réponse](#) |

7 - Un gaz obéit à l'équation de Van der Waals $\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$

1) Calculer son coefficient de compressibilité isotherme χ_r , son coefficient de dilatation à pression constante α et son coefficient d'augmentation de pression à volume constant β .

2) Des mesures ont montré que, pour un gaz réel, les coefficients de dilatation à pression constante et de compressibilité isotherme peuvent s'écrire :

$$\alpha = \frac{A}{AT + Bp} ; \chi_r = \frac{1}{p} - \frac{B}{AT + Bp}$$

où A et B sont des constantes. En déduire l'équation d'état. Comparer à celle de Van der Waals.

| [Réponse 1](#)) | [Réponse 2](#)) |