

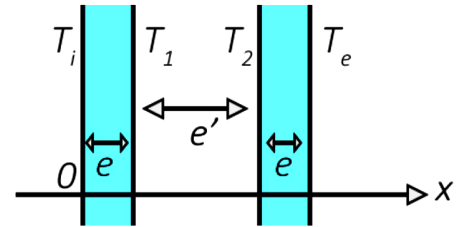
Transferts thermiques

Exercice 1 : Double vitrage

On ne considère que des régimes permanents, indépendants du temps. L'intérieur d'une pièce est séparé de l'extérieur par une paroi vitrée de surface S , orthogonale à l'axe (Ox) , et dont le verre a une conductivité thermique λ . Ses faces interne et externe sont respectivement aux températures $T_i = T(0)$ et T_e avec $T_e < T_i$.

1- La paroi est une vitre simple d'épaisseur e . Évaluer le flux thermique Φ_1 sortant de la pièce à travers cette paroi en fonction de λ , S , e , T_i et T_e . Calculer la résistance thermique R_{th} de la paroi vitrée.

2- La paroi est un ensemble de deux vitres de même épaisseur e , séparées par une épaisseur e' d'air, de conductivité thermique λ' . On ne tient compte que de la conduction.



a) Évaluer le flux thermique Φ_2 sortant de la pièce, puis le rapport $\frac{\Phi_2}{\Phi_1}$.

b) On donne : $T_e = 270K$; $T_i = 292K$; $e' = e = 3mm$; $\lambda = 1,2 Wm^{-1}K^{-1}$ et $\lambda' = 0,025 Wm^{-1}K^{-1}$.

Calculer $\frac{\Phi_2}{\Phi_1}$ et les températures T_1 et T_2 des faces en regard des deux vitres.

Représenter graphiquement les variations de la température en fonction de x dans le double vitrage.

3- En plus de la conduction étudiée ci-dessus, on doit tenir compte des échanges thermiques superficiels entre le verre et l'air. Une surface de verre d'aire S , à la température T_s , échange avec l'air, à la température T_f , le flux thermique :

$$\Phi = hS(T_s - T_f) \quad \text{où } h > 0$$

a) Quelle valeur implicite donnait-on précédemment à h lorsqu'on confondait T_s et T_f ?

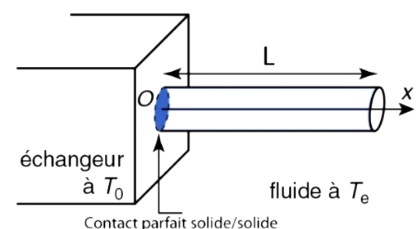
b) Montrer que ces échanges superficiels introduisent une résistance thermique R_{th} . Donner l'expression de R_{th} .

c) Dans cette question, on notera les températures de l'air à l'intérieur et à l'extérieur de la pièce T'_i et T'_e et celle du verre, au contact de l'air extérieur T_i et T_e . Soit h_e le coefficient d'échange entre le verre et l'air extérieur et h_i celui relatif aux autres contacts verre-air. Les flux Φ_1 et Φ_2 des questions 1- et 2- deviennent respectivement Φ'_1 et Φ'_2 . Exprimer Φ'_1 et Φ'_2 en fonction de T'_i , T'_e , h_i , h_e et des paramètres e , λ , λ' et S .

d) On donne : $h_i = 10 Wm^{-2}K^{-1}$ et $h_e = 14 Wm^{-2}K^{-1}$. Calculer le rapport $\frac{\Phi'_2}{\Phi'_1}$. Conclure.

Exercice 2 : Ailette de refroidissement

On considère une barre de cuivre cylindrique de rayon $a = 5mm$, de longueur L . En $x = 0$, la barre de cuivre est en contact avec un milieu à la température $T_0 = 330K$. Tout le reste de la tige est en contact avec l'air ambiant de température uniforme $T_e = 300K$. On appelle :



- $\lambda = 400 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ la conductivité thermique du cuivre
- $h = 12 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ le coefficient de transfert conducto-convectif entre la barre de cuivre et l'air tel que le transfert thermique conducto-convectif puisse se mettre sous la forme : $\delta Q = hS(T_S - T_f) dt$ avec T_S la température du solide et T_f la température du fluide.

1- On considère que la longueur de la tige est quasi-infinie et on se place en régime permanent. Démontrer que l'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{T}{\delta^2} = -\frac{T_e}{\delta^2}$$

où $\delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}$.

Déterminer numériquement le profil de température $T(x)$ en tout point de la barre de cuivre.

2- On remplace la tige précédente par une tige de longueur $L = 20 \text{ cm}$. Déterminer numériquement $T(x)$. Calculer $T(L)$.

Exercice 3 : Un pas vers la thermique des bâtiments (MP 2020)

1- Citer et définir les différents modes de transfert thermique.

2- Dans un premier temps, nous considérons un barreau cylindrique parfaitement isolé sur sa surface latérale, de section S , de longueur L ; de masse volumique ρ , de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ . On suppose qu'il n'y a aucune source d'énergie dans le barreau. La distribution de la température à l'intérieur de ce barreau n'est pas uniforme et évolue au cours du temps. On suppose que la température du barreau ne dépend que de l'abscisse z et du temps t , elle sera notée $T(z, t)$. Soit $\vec{j}(z, t) = j(z, t)\vec{e}_z$ le vecteur densité de courant thermique.

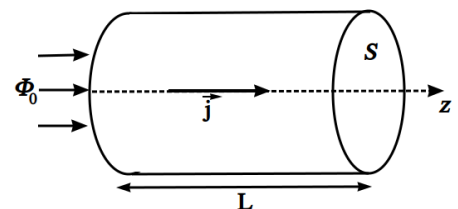
a) Quelle est l'unité de $j(z, t)$? Énoncer la loi de Fourier.

b) À partir d'un bilan énergétique effectué sur le volume de barreau compris entre z et $z + dz$, déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $T(z, t)$.

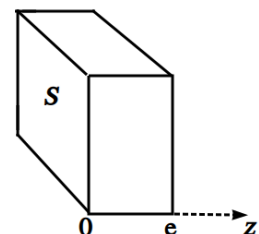
3- Ce barreau est chauffé à l'une de ses extrémités et est refroidi à l'autre extrémité en faisant circuler un liquide de refroidissement : on impose en $z = 0$, un flux thermique Φ_0 et en $z = L$ on impose la température T_L . On suppose que le régime stationnaire est atteint (Figure 1).

a) Déterminer l'expression de $T(z)$ en fonction de Φ_0 , L , T_L , λ et S .

b) Tracer un graphique contenant deux profils de température $T(z)$ correspondant à deux flux thermiques différents : $\Phi_{01} > \Phi_{02}$ pour T_L fixe.



4- **Conduction dans un mur :** On considère un mur tel que sa hauteur et sa profondeur sont supposées très grandes devant son épaisseur e . Le mur est constitué d'un matériau homogène et indéformable de conductivité thermique λ constante (Figure 2). On note $T(z = 0) = T_0$ et $T(z = e) = T_e$. Déterminer la densité de courant thermique $\vec{j}(z)$ et le flux correspondant qui traversent la surface S du mur en z quelconque. Interpréter.



5- On reprend le même mur précédent, mais cette fois-ci la frontière en $z = 0$ est maintenue à une température constante T_0 , alors que la frontière en $z = e$ est soumise à un flux conservatif dû à l'écoulement d'un fluide, caractérisé par le coefficient d'échange convectif h . La température du fluide loin du mur est égale à T_∞ .

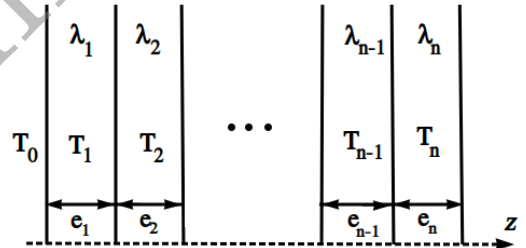
- a) Montrer que T_e est donnée par la relation suivante : $\left(h + \frac{\lambda}{e}\right) T_e = \frac{\lambda}{e} T_0 + h T_\infty$
- b) En remplaçant T_e par son expression, déterminer le flux thermique Φ traversant la surface S du mur en fonction de T_0 , T_∞ , e , h , λ et S . Retrouver Φ par une autre méthode sans Calculer explicitement T_e .
- c) Établir que la distribution de température dans le mur est donnée par :

$$T(z) = -\frac{T_0 - T_\infty}{(e + \lambda/h)} \cdot z + T_0$$

6- Considérons maintenant une succession de n murs constitués par des matériaux différents, de conductivité λ_i et d'épaisseur e_i ($i = 1$ à n). On se place dans le cas où tous les murs ont la même hauteur et la même profondeur (Figure 3).

- a) Montrer que le flux thermique qui traverse la surface S du système des n murs est donné par :

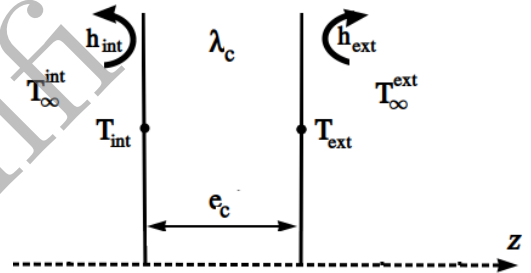
$$\Phi = \frac{T_0 - T_N}{\sum_{i=1}^n \frac{e_i}{\lambda_i S}}$$



- a) Déterminer la distribution de température $T_i(z)$ dans chaque tronçon de mur.
- b) À l'aide d'un schéma illustrant la variation de la température dans une succession de murs, prouver que les bons conducteurs ont tendance à uniformiser la température.

7- Par analogie avec l'électricité, on définit la résistance thermique d'un conducteur soumis à une différence de température ΔT et parcouru par un flux Φ par : $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$. Donner l'expression de la résistance thermique du système étudié dans la question 5) et tracer son schéma électrique équivalent.

8- **Isolation d'un mur :** On considère un mur d'une cabane de conductivité thermique λ_c et d'épaisseur e_c , échangeant de la chaleur par convection avec l'extérieur qui est à une température T_∞^{ext} , et échangeant de la même façon e la chaleur avec l'intérieur de la pièce qui est à une température T_∞^{int} . La température de la face interne du mur est T_{int} et celle de la face externe est T_{ext} . Soient h_{int} le coefficient d'échange convectif avec la pièce et h_{ext} le coefficient d'échange convectif avec l'extérieur.



- a) Calculer le flux thermique qui traverse une surface de $1m^2$ du mur de l'intérieur vers l'extérieur.
Données : $T_\infty^{ext} = -2^\circ C$, $T_\infty^{int} = 26^\circ C$, $h_{int} = 5 Wm^{-2}K^{-1}$, $h_{ext} = 10 Wm^{-2}K^{-1}$, $e_c = 10 cm$ et $\lambda_c = 2 Wm^{-1}K^{-1}$
- b) Calculer la température de la face interne du mur T_{int} . Conclure.
- c) Pour tenter d'isoler d'avantage la cabane, on colle une couche d'isolant sur la face interne du mur, de conductivité thermique $\lambda_{iso} = 0,04 Wm^{-1}K^{-1}$ et d'épaisseur $e_{iso} = 10 cm$.
Calculer la résistance thermique équivalente de ce système. En déduire le nouveau flux thermique Φ' qui traverse une surface de $1m^2$ du mur.
- d) Quelle serait la température de la face interne du mur T_{int} dans ces conditions ? Commenter.