

Modèle de Drude

On considère un métal parcouru par un courant électrique permanent. Le passage du courant est assuré par un déplacement d'électrons. Qualifiés d'électrons libres de charge $q = -e$, de masse m et de concentration n . Le métal contient en outre des charges fixes positives. Si ρ_m désigne la densité volumique des charges mobiles et ρ_r celle des charges fixes, alors $\rho_m + \rho_r = 0$

Pour rendre compte de la conductivité du métal, on considère que les électrons assurant la conduction se déplacent avec une vitesse $\vec{v}$ et subissant une force $\vec{f} = -\lambda \vec{v} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$. Cette force modélise leurs interactions avec l'environnement. Le métal est plongé dans un champ électrique extérieur $\vec{E}$.

a- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron et en déduire en régime permanent, une relation entre $\vec{v}$ et $\vec{E}$.

b- Au mouvement de ces électrons, on associe une densité volumique de courant $\vec{j}$. Exprimer $\vec{j}$ et en déduire la conductivité γ du conducteur en fonction de n , λ et e .

c- Exprimer la puissance volumique cédée aux électrons par le champ électrique.

d- Calculer la puissance totale reçue par un parallélépipède métallique, de section S et de longueur L tel que le champ électrique appliqué soit parallèle aux cotés de longueur L .

e- Déduire de ce calcul l'expression de la résistance R de cette portion de métal en fonction de γ , S et L .

f- Trouver une autre méthode pour déterminer la résistance électrique R

g- Un échantillon parallélépipédique de dimension L (Ox) ; ℓ (Oy) ; a (Oz) ; $a \ll L$; $a \ll \ell$; parcouru par le courant volumique $\vec{j}_0$;

- Écrire l'équation locale du théorème d'Ampère, et déterminer le champ propre $\vec{B}_p$ créé par l'échantillon dans la région $-a/2 < z < a/2$.
- Calculer sa valeur en $z = -a/2$ pour $a = 10 \mu\text{m}$ et $j_0 = 10^6 \text{ A.m}^{-2}$

Effet Hall

On considère un métal parcouru par un courant électrique permanent. Le passage du courant est assuré par un déplacement d'électrons. Qualifiés d'électrons libres de charge $q = -e$, de masse m et de concentration n . Le métal contient en outre des charges fixes positives. Si ρ_m désigne la densité volumique des charges mobiles et ρ_r celle des charges fixes, alors $\rho_m + \rho_r = 0$

Pour rendre compte de la conductivité du métal, on considère que les électrons assurant la conduction se déplacent avec une vitesse $\vec{v}$ et subissant une force $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$. Cette force modélise leurs interactions avec l'environnement.

Dans cette partie l'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et le métal est soumis à un champ électrique $\vec{E} = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z$ et à un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$.

1- a- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron et en déduire en régime permanent, une relation entre $\vec{j}$ et $\vec{E}$ du type :

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Où les coefficients γ_{ik} s'expriment en fonction de la conductivité γ , n , e et B .

b- A l'aide d'une construction graphique entre les trois vecteurs $\vec{E}$, $\vec{j}$, $\vec{B}$, montrer que les lignes de courant font un angle θ_h avec les lignes du champ $\vec{E}$ exprimer $\tan \theta_h$ en fonction de γ , B et la constante de Hall $R_h = 1/nq$

2- On étudie les effets du champ magnétique sur le conducteur métallique dans le cadre de la géométrie d'un barreau de Hall. Dans cette géométrie le courant circule à l'intérieur d'un barreau infiniment long, de section rectangulaire S (figure 1). Les lignes de courant sont parallèles à Ox.

a- Montrer que pour $\vec{j} = j \vec{u}_x$, on observe la présence d'un champ électrique $\vec{E}_H = E_y \vec{u}_y$, nommé champ de Hall, que l'on exprimera en fonction de j , n , e et B . Comment peut-on mesurer ce champ électrique ?

AN : dans un métal n est de l'ordre de 10^{24} cm^{-3} . Calculer l'ordre de grandeur du champ de Hall pour $B = 1 \text{ T}$ et $j = 1 \text{ A.m}^{-2}$.

b- Que peut-on conclure ? Dans quel type de matériau ce phénomène est-il observable et pourquoi ?

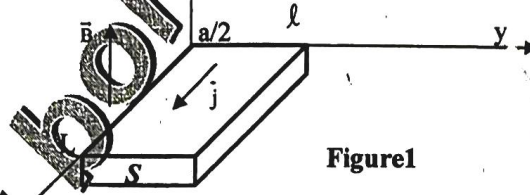


Figure 1

- 3- L'échantillon a la forme d'un ruban allongé selon Oy : $a \ll L \ll l$. On applique une différence de potentiel V entre les plans $x = 0$ et $x = L$ métallisés. Le champ électrique $\vec{E} = E \vec{u}_x$ est supposé uniforme.
- Donner l'expression de la résistance R_0 d'un tel échantillon en l'absence de champ magnétique.
 - Quelle est la modification relative $\Delta R / R_0$ induite par le champ magnétique ? $\Delta R = R_B - R_0$
 - Calculer cette modification pour $B = 1 \text{ T}$, $\gamma = 100 \text{ S.m}^{-1}$, $n = 10^{24} \text{ m}^{-3}$

Magnétorésistance

On considère un métal parcouru par un courant électrique permanent. Le passage du courant est assuré par un déplacement d'électrons. Qualifiés d'électrons libres de charge $q = -e$, de masse m et de concentration n . Pour rendre compte de la conductivité du métal, on considère que les électrons assurant la conduction se déplacent avec une vitesse $\vec{v}$ et subissant une force $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$. Cette force modélise leurs interactions avec l'environnement.

On s'intéresse à un conducteur constitué d'un cylindre métallique de rayon b , percé en son centre d'une cavité cylindrique de rayon a (figure 3).

L'espace est ici rapporté à un repère cylindrique $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Les cylindres de rayon a et b sont

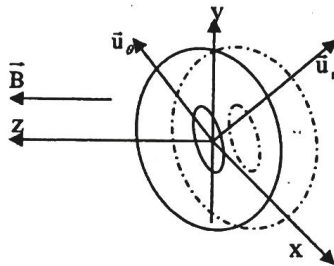


Figure 2

respectivement maintenus aux potentiels constants V_a et V_b . On impose ainsi un champ électrique radial est en outre soumis à un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$.

- 1- En utilisant la base cylindrique, appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron et en déduire en régime permanent, une relation matricielle liant $\vec{j}$ et $\vec{E}$.
- 2- Montrer que le champ électrique radial impose une relation entre j_r et j_θ . En déduire l'équation $r(\theta)$ des lignes de champ de $\vec{j}$. Quelles est l'allure des ces lignes de champ ?
- 3- Exprimer E_r en fonction de j_r et en déduire la résistance par unité de longueur du conducteur métallique compris entre les deux cylindres de rayon a et b .
- 4- Calculer cette même résistance en l'absence de champ magnétique et en déduire la variation relative de la résistance lorsqu'on applique un champ magnétique sur $\vec{u}_z$. AN : $B = 1 \text{ T}$, $\gamma = 5.8 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$.