

EXERCICE 1

- Q1) a) * Il s'agit d'une division de front d'onde. Les 2 trous sont éclairés par 2 faisceaux $\neq$.
* Les interférences ne sont pas localisées. Les franges sont observées sur un écran placé à la distance $z = D$ (variable).

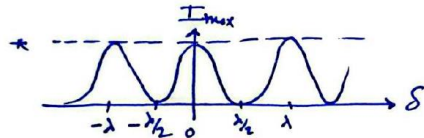
b) * $S(M) = [E_{O_2 M}] - [E_{O_1 M}]$
 $= [O_2 M] - [O_1 M]$ $Q_1 \begin{pmatrix} a/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} x \\ y \\ D \end{pmatrix}$

$Q_1 M = \sqrt{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2} = D \sqrt{1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2}{D^2}} \approx D \left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2}{2 D^2}\right)$

donc $O_2 M = D \left(1 + \frac{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2}{2 D^2}\right)$

$\Rightarrow S(M) = \frac{ax}{D} \rightarrow \varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda D}$

* $I(M) = 2 I_0 (1 + \cos \varphi) = \frac{I_{\max}}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D}\right)$ avec $I_{\max} = 4 I_0$



- c) * On observe des franges rectilignes // à yy'

* $i = \frac{\lambda D}{a} = x_{k+1} - x_k \xrightarrow{\lambda = \frac{c}{\nu}}$ $i = \frac{c D}{a \nu}$

- d) * On peut remplacer les trous par des fentes car cela augmente la luminosité des franges sans changer la figure d'interférence (donc facile à observer et à exploiter).
* la figure reste invariante par translation des fentes dans leur plan

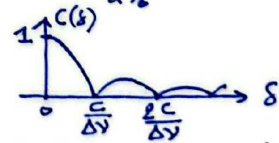
Q2) a) Soit $dI(M) = 2 I_0 d\varphi (1 + \cos \frac{2\pi \delta \nu}{c}) \rightarrow I(M) = \frac{2 I_0}{\Delta \nu} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (1 + \cos \frac{2\pi \delta \nu}{c}) d\varphi$

$\Rightarrow I(M) = I_{\max} \left(1 + \text{sinc} \left(\frac{\pi \delta \Delta \nu}{c}\right) \cos \frac{2\pi x}{i}\right)$ avec $i = \frac{c D}{a \nu_0}$

b) $V(M) = \text{sinc} \left(\frac{\pi \delta \Delta \nu}{c}\right) \rightarrow C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |V(\delta)|$

$C(\delta) = 0 \rightarrow \frac{\pi \delta \Delta \nu}{c} = k\pi, k \neq 0$

$\rightarrow \delta = k \frac{c}{\Delta \nu}$



c) * $L_t = \frac{c}{\Delta \nu}$; $\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow \Delta \nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda \rightarrow L_t = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

* Pour que les franges soient visibles il faut $\Delta p \ll 1$

d) Soit $L_t = c \cdot \tau \rightarrow \tau = \frac{L_t}{c} = \frac{1}{\Delta \nu} = \frac{\lambda^2}{c \Delta \lambda}$

f)

λ_0	$\Delta \lambda$	τ	L
632,99	0,001	$433 \cdot 10^{-2}$	0,4 m
656,2	0,1	$1,43 \cdot 10^{-3}$	4,3 mm
500	20	$4,17 \cdot 10^{-6}$	12,5 μ m

Plus la largeur spectrale est faible, plus le temps et la longueur de cohérence sont faibles.

- Q3) a) Avec une seule étoile (E'), on obtient la même figure d'interférence mais décalée vers le bas. Les franges sont centrées sur la direction de l'optique géométrique.

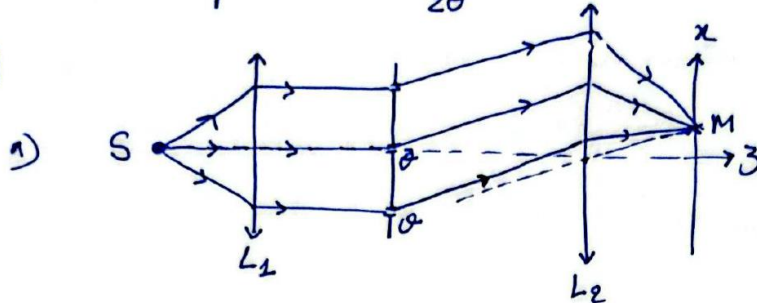
b) $I_E = 2 I_0 (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{f'})$ / $I_{E'} = 2 I_0 (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\frac{ax}{f'} + a\theta))$

$\rightarrow I(n) = I_E + I_{E'} = 4 I_0 (1 + \cos \left(\frac{\pi a \theta}{\lambda} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda f'} \right))$

c) * les franges disparaissent : $\frac{\pi a \theta}{\lambda} = \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow a = \frac{\lambda}{2\theta} + k \frac{\lambda}{\theta}$

* 1^{re} disparaitre $a = \frac{\lambda}{2\theta}$

Q4)



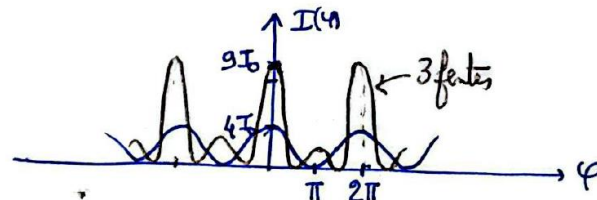
b) soit $\underline{A} = \underline{A}_0 + \underline{A}_0 e^{i\varphi} + \underline{A}_0 e^{i2\varphi}$ la vibration résultante avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{2f'}$
 $= \underline{A}_0 (1 + e^{i\varphi} + e^{i2\varphi}) = \underline{A}_0 e^{i\varphi} (1 + e^{-i\varphi} + e^{i\varphi}) = \underline{A}_0 e^{i\varphi} (1 + 2\cos\varphi)$

$I = \underline{A} \cdot \underline{A}^* = |\underline{A}|^2 (1 + 2\cos\varphi)^2 = I_0 (1 + 2\cos\varphi)^2$

c) avec 2 fentes : $I_{max} = 4 I_0$ / avec 3 fentes $I_{max} = 9 I_0$

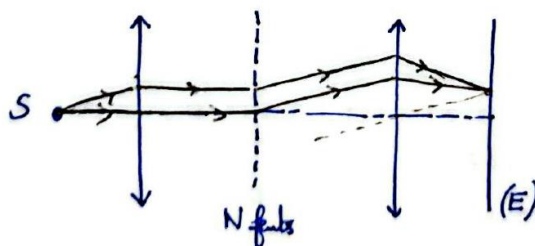
$\Rightarrow$ les maxima principaux sont plus intenses pour 3 fentes.

* Entre deux maxima principaux, on a 1 maximum secondaire et 2 minima pour le cas de 3 fentes et 1 seul minimum pour le cas de 2 fentes.



Q5)

a)



b) soit $\underline{A} = \underline{A}_0 + \underline{A}_0 e^{i\varphi} + \underline{A}_0 e^{i2\varphi} + \dots + \underline{A}_0 e^{i(N-1)\varphi} = \underline{A}_0 \frac{1 - e^{iN\varphi}}{1 - e^{i\varphi}}$
 vibration diffractée par la 1^{re} fente (origine des phases)

$\Rightarrow \underline{A} = \underline{A}_0 e^{i(N-1)\varphi/2} \left(\frac{\sin N\varphi/2}{\sin \varphi/2} \right)$ avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$

$\Rightarrow I(n) = \underline{A} \cdot \underline{A}^* = I_0 N^2 \left(\frac{\sin N\varphi/2}{N \sin \varphi/2} \right)^2$ avec $I_{max} = I_0 N^2$ et $I_0 = \underline{A}_0 \cdot \underline{A}_0^*$

c) * Maxima principaux : $\varphi = 2k\pi \rightarrow I = I_{max}$

* Minima nuls : $\sin \frac{N\varphi}{2} = 0 \rightarrow N\frac{\varphi}{2} = k\pi \rightarrow \varphi = \frac{2k\pi}{N}$ avec $k \neq mN$

* Entre 2 maxima principaux, il y a $N-1$ minima et $N-2$ maxima secondaires.

d) $H_1 = \frac{I_{\max 1}}{I_{\max}} = (0,21)^2 = 0,045$ et $H_2 = \frac{I_{\max 2}}{I_{\max}} = (0,12)^2$

e) ok $\delta\varphi$ le déphasage entre un max principal et le 1^{er} minimum qui le suit : $\delta\varphi = \frac{2\pi}{N}$

f) on a $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta = 2k\pi$ pour un maximum $\rightarrow d\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda^2} a \sin \theta d\lambda \rightarrow d\varphi = 2k\pi \frac{d\lambda}{\lambda}$

g) * On doit utiliser le critère de Rayleigh : $d\varphi \geq \delta\varphi$

$$\rightarrow 2k\pi \frac{d\lambda}{\lambda} \geq \frac{2\pi}{N} \rightarrow \Delta\lambda \geq \frac{\lambda}{kN} \Rightarrow \Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{kN}$$

* $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} = kN$.

* la résolution est d'autant meilleure que N est grand

EXERCICE 2

Q1) a) $\delta = 2ne$ + figure $\rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2ne = \frac{4\pi ne}{\lambda}$
 b) On veut avoir des interférences constructives: $\varphi = 2k\pi = \frac{4\pi ne}{\lambda}$
 $\lambda = \frac{2ne}{k} \Rightarrow e = \frac{k\lambda}{2n}$
 $e = \frac{1.546 \cdot 10^{-9}}{2 \times 1.5} = 0.182 \text{ nm}$

D'autre part, il faut que cette radiation soit la seule.
 Si λ' une autre radiation transmise, il faut qu'elle vérifie: $\lambda' = \frac{2ne}{k'}$

$\rightarrow \lambda' = \frac{2ne}{k'} = \frac{k}{k'} \lambda$
 $0.14 \mu\text{m} < \lambda' < 0.175 \mu\text{m} \rightarrow \frac{0.14}{0.546} < \frac{k}{k'} < \frac{0.175}{0.546} \rightarrow 0.73 < \frac{k}{k'} < 1.37$

Pour $k=1 \rightarrow 0.73 < \frac{1}{k'} < 1.37 \rightarrow 0.73 < k' < 1.37 \Rightarrow k'=1 \rightarrow 1 \text{ seule radiation}$
 $k=2 \rightarrow \frac{0.73}{2} < \frac{2}{k'} < \frac{1.37}{2} \rightarrow 1.45 < k' < 2.74 \Rightarrow k'=2 \rightarrow 1 \text{ seule radiation}$
 $k=3 \rightarrow \frac{0.73}{3} < \frac{3}{k'} < \frac{1.37}{3} \rightarrow 2.73 < k' < 4.11 \Rightarrow k'=3 \text{ ou } 4 \rightarrow 2 \text{ radiations.}$

c) Pour que la seule radiation visible soit la raie verte du mercure il faut que
 $\begin{cases} e = 0.182 \mu\text{m} (k=1) \text{ ou } e = 0.364 \mu\text{m} (k=2) \\ e_{\text{minimale}} \end{cases}$

Q2) a) $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \rightarrow \delta = 2ne \cos r \Rightarrow \varphi = \frac{4\pi ne \cos r}{\lambda}$

b) Pour $\delta = k\lambda' = 2ne \cos r \rightarrow \lambda' = \frac{2ne \cos r}{k} = \lambda \cos r$
 ou $\cos r = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 i} = \sqrt{1 - \left(\frac{0.60}{1.5}\right)^2} \Rightarrow \lambda' = 0.446 \mu\text{m} \text{ (bleu)}$

c) - Soit A_0 l'amplitude complexe du rayon incident

- pour $p=0 \rightarrow A_1 = A_0 t_1^2$
 - pour $p=1 \rightarrow A_2 = A_0 t_1^2 r_1^2 e^{i\varphi}$
 $\vdots$
 - pour $p=2 \rightarrow A_3 = A_0 t_1^2 r_1^4 e^{i2\varphi}$
 $\rightarrow \vdots$
 $p \rightarrow A_p = A_0 t_1^2 r_1^{2p} e^{ip\varphi}$

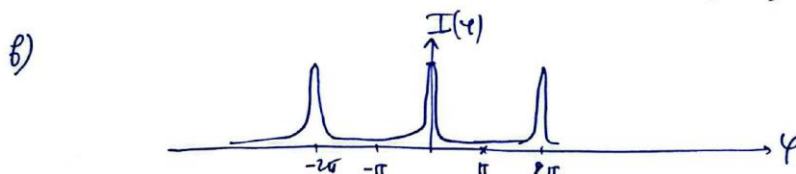
d) Soit A l'amplitude complexe de la vibration résultante

$A = A_0 t_1^2 \sum_{p=0}^{\infty} (r_1^2 e^{i\varphi})^p = A_0 t_1^2 \frac{1}{1 - r_1^2 e^{i\varphi}}$

$\rightarrow I_t = A \cdot A^* = I_0 t_1^4 \frac{1}{(1 - r_1^2 e^{i\varphi})(1 - r_1^2 e^{-i\varphi})} = I_0 t_1^4 \frac{1}{1 + r_1^4 - 2r_1^2 \cos \varphi}$

e) * Pour $\varphi=0$; $\cos 0=1 \rightarrow I_t(0) = I_0 t_1^4 \frac{1}{(1 - r_1^2)^2} \quad \frac{I_t}{I_0 t_1^4} = 2.525$

* Pour $\varphi=\pi$; $\cos \pi=-1 \rightarrow I_t(\pi) = I_0 t_1^4 \frac{1}{(1 + r_1^2)^2} \quad \frac{I_t}{I_0 t_1^4} = 0.255$



Il s'agit d'un filtre sélectif. Il est dit interférentiel car il se base sur le phénomène d'interférences.