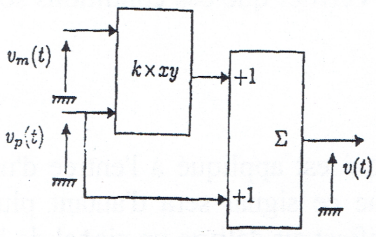
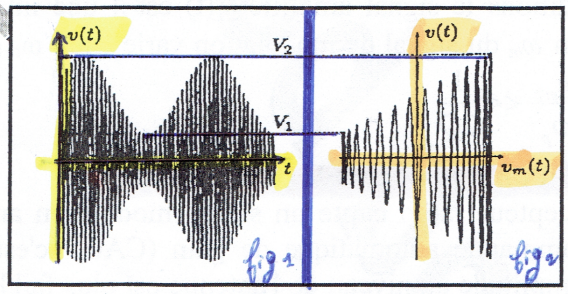
150

EXERCICE N° 5: Modulation d'amplitude

1. Un signal, que nous supposons d'abord sinusoïdal $v_m(t) = V_m \cdot \cos(\omega_m t)$, module la porteuse $v_p(t) = V_p \cos(\omega_p t)$, fournie par un oscillateur sinusoïdal de haute fréquence dont la fréquence d'oscillation $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ $\left(f_p >> f_m = \frac{\omega_m}{2\pi}\right)$ est particulièrement stable. La modulation s'effectue à l'aide d'un circuit comprenant un multiplieur de constante multiplicative k et un additionneur.

a) Montrer que le signal modulé peut se mettre sous la forme : $\mathbf{v(t) = V_p\left(1 + m\cos(\omega_m t)\right)\cos(\omega_p t)}$ où m est l'indice de modulation que l'on explicitera. $m = k V_m$

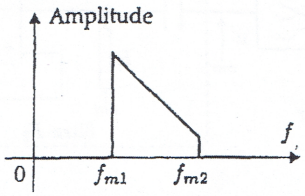




b) Afin de mesurer l'indice de modulation **m** du signal porteur, on réalise les deux oscillogrammes représentés ci-dessus.
Quels sont les modes de l'oscilloscope utilisés pour la réalisation de chacun ces oscillogrammes ? Exprimer l'indice de modulation en fonction des tensions $V_1 = 2V$, $V_2 = 18V$ et le calculer numériquement.

c) Déterminer le spectre de fréquences du signal modulé *v(t)* et le représenter. En déduire, pour ce type de modulation, la largeur du spectre de fréquence nécessaire à la transmission d'un signal sinusoïdal de fréquence f_m.

d) Plus généralement, le signal de modulation occupe une plage de fréquence $[f_{m1}, f_{m2}]$

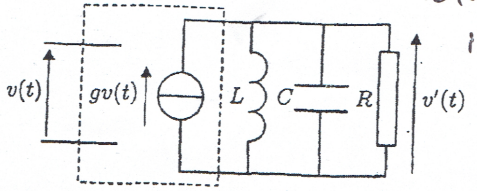


Représenter le spectre de fréquences du signal modulé **v**(t). En radiodiffusion $f_{m1} = 300$ Hz et $f_{m2} = 4{,}5$ kHz, quelle est la largeur de la plage de fréquences occupée par le signal modulé ? Quel écart minimal de fréquence Δf_{min} doit-il exister entre les fréquences des porteuses de deux émetteurs pour que leurs émissions ne soient pas mutuellement brouillées ?

2. Amplification du signal

Le signal modulé doit être amplifié avant d'être appliqué à l'antenne émettrice. Pour cela, on intercale entre la sortie du modulateur délivrant le signal **v**(t) et l'antenne, un amplificateur sélectif dont le circuit équivalent est donné ci-dessous. La transconductance (conductance) g de l'amplificateur est une constante réelle dans la bande de fréquences utilisée et le circuit *(R, L, C)* est accordé sur la fréquence f_p du signal porteur $(\mathbf{LC\omega_p^2 = 1})$. Le facteur de qualité du circuit est $\mathbf{Q = \frac{R}{L\omega_P}}$ où la résistance *R* représente l'antenne.

le générateur ici est représenté comme étant générateur de courant mais il donne un signal sinusoïdal de fréquences (celles de v(t)) ω.



© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

a) Calculer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit *(R, L, C)* et montrer que pour des pulsations ω telles que $\Delta\omega = \omega - \omega_p << \omega_p$, elle peut s'écrire $\underline{Z}(j\omega) = \dfrac{R}{1 + 2j\,Q\,\dfrac{\Delta\omega}{\omega_p}}$. En déduire les expressions du module $Z = |\underline{Z}|$ de l'argument $\varphi = \arg(\underline{Z})$

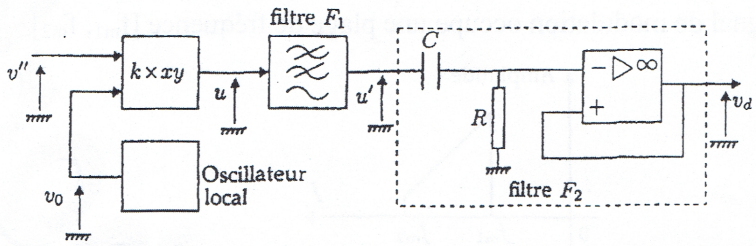
b) En déduire, que la tension **v'(t)** à la sortie de l'amplificateur est de la forme $\mathbf{v'(t) = V'_p\,[1 + m'\cos(\omega_m t + \varphi')]\cos\omega_p t}$, expression dans laquelle on explicitera V'_p, φ' et le nouvel indice de modulation m'. Commenter l'expression de v'(t) obtenue.

c) À quelles conditions le signal amplifié v'(t) est-il une image non déformée du signal modulé *v(t)*, lorsque la pulsation ω_m du signal de modulation varie entre ω_{m1} et ω_{m2} ? Vérifier que ces conditions sont réalisées lorsque $\dfrac{\omega_{m2}}{\omega_p} << \dfrac{1}{2Q}$

3. Démodulation d'un signal modulé en amplitude,

L'antenne d'un récepteur radio capte un signal modulé en amplitude qui est appliqué à l'entrée d'un amplificateur à commande automatique de gain (CAG), c'est-à-dire que ce signal sera d'autant plus amplifié que son amplitude au niveau de l'antenne est plus faible. L'amplificateur délivre un signal de la forme $\mathbf{v''(t) = V_p''(1 + m'cos(\omega_m t))\cos(\omega_p t)}$ avec V_p'' constante par CAG.

Ce dernier signal est ensuite appliqué à l'entrée d'un démodulateur dont le rôle est de fournir un signal $\mathbf{v_d(t)}$ image du signal de modulation $\mathbf{v_m(t) = V_m\cos(\omega_m t)}$ (voir partie 1 et 2). Le démodulateur comprend un oscillateur local délivrant un signal $\mathbf{v_0(t) = V_0\cos(\omega_p t)}$, synchrone de la porteuse, un multiplieur de constante multiplicative *k*, un filtre passe-bas F_1, idéal d'amplification $K_1 = 1$ pour $f \leq f_p$, et un filtre F_2 dont l'amplificateur opérationnel est idéal.



a) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H_2}(j\omega)$ du filtre F_2. Quel est le type de ce filtre ? Quelle est l'amplification K_2 de ce filtre en bande passante ? Calculer R pour avoir une fréquence de coupure à $\dfrac{f_{m1}}{10}$ sachant que C = 100 nF. Quel est le rôle de l'amplificateur opérationnel ?

b) Représenter en le justifiant le spectre du signal **u(t)** en sortie du multiplieur en indiquant l'amplitude des différentes composantes spectrales

c) Établir l'expression du signal démodulé $\mathbf{v_d(t)}$ à la sortie du filtre *F2*.

d) On isole à l'aide d'un soustracteur la composante continue *U* du signal u(t) en utilisant les signaux délivrés par les filtres F_1 et F_2. Exprimer *U*. Quel renseignement nous fournit cette composante continue et à quoi peut-on l'utiliser ?

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Modulation d'amplitude :

- Mahdy Studies -

1) ⓐ

$k V_m(t) V_p(t) = k V_m V_p \cos(\omega_m t)\cos(\omega_p t)$

$+ V_p(t)$

$k V_m(t) V_p(t) + V_p(t)$

$= V_p(t)\left[1 + k V_m(t)\right]$

$= V_p\left[1 + k V_m \cos(\omega_m t)\right]\cos(\omega_p t)$

$\Rightarrow \boxed{v(t) = V_p\left(1 + k V_m \cos(\omega_m t)\right)\cos(\omega_p t)}$

On pose $m = k V_m$: indice de modulation

d'où $\boxed{v(t) = V_p\left(1 + m\cos(\omega_m t)\right)\cos(\omega_p t)}$

ⓑ • figure 1 est effectuée par le mode balayage ou le mode normal

• figure 2 est effectuée par le mode X-Y.

$V_2 = V_p\,(1+m)$

$V_1 = V_p\,(1-m)$

$\frac{V_2}{V_p} = \frac{1-m}{1+m}$

$\Rightarrow V_1(1+m) = V_2(1-m)$

$\Rightarrow V_1 + V_1 m = V_2 - V_2 m$

$\Rightarrow (V_1 + V_2)\,m = V_2 - V_1$

$\Rightarrow \boxed{m = \frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}}$

A.N : $m = \frac{16}{20} = 0{,}8$

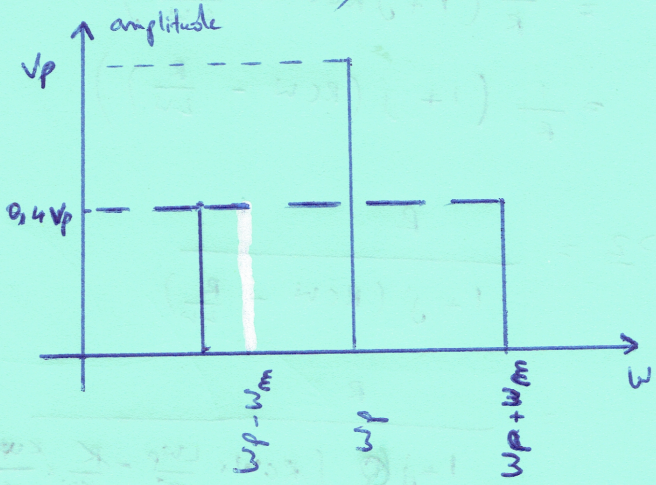
$\Rightarrow \boxed{m = 0{,}8}$

ⓒ

$v(t) = k V_m V_p \cos(\omega_m t)\cos(\omega_p t) + V_p\cos(\omega_p t)$

$= \frac{k V_m V_p}{2}\left(\cos((\omega_p - \omega_m)t) + \cos((\omega_p + \omega_p)t)\right)$

$+ V_p\cos(\omega_p t)$



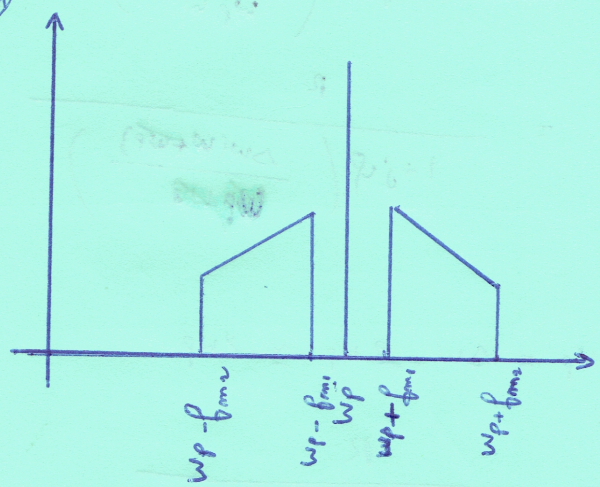
$\frac{k V_m V_p}{2} = \frac{m}{2} V_p = 0{,}4\,V_p$

Largeur du spectre nécessaire à la transmission :

$\omega_p + \omega_m - \omega_p + \omega_m = 2\omega_m = \Delta\omega$

$\Rightarrow \boxed{\Delta f = 2 f_m}$

ⓓ



$\boxed{\Delta f = 2 f_{m2}}$

Condition pour éviter le brouillage :

$\omega_{p1} + f_{m2} < \omega_{p2} - f_{m2}$

$\Rightarrow \boxed{2\Delta\omega_p > \Delta f_{min}}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2- Amplification du signal

(a)

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R} + jC\omega + \frac{1}{jL\omega}$$

$$= \frac{1}{R}\left(1 + jRC\omega + \frac{jR}{L\omega}\right)$$

$$= \frac{1}{R}\left(1 + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \underline{Z} = \frac{R}{1 + j\left(RC\omega - \frac{R}{L\omega}\right)}$$

$$= \frac{R}{1 + j\varphi\left(RC\omega \times \frac{L\omega_p}{R} - \frac{R}{L\omega} \times \frac{L\omega_p}{R}\right)}$$

$$= \frac{R}{1 + j\varphi\left(\frac{\omega}{\omega_p} - \frac{\omega_p}{\omega}\right)}$$

Car $LC\omega_p = \frac{1}{\omega_p}$

$$\Rightarrow \underline{Z} = \frac{R}{1 + j\varphi\left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega_p \omega}\right)}$$

$$= \frac{R}{1 + j\varphi\left(\frac{\Delta\omega(\omega + \omega_p)}{\omega_p \cdot \omega}\right)}$$

$$\omega + \omega_p = \Delta\omega + 2\omega_p \simeq 2\omega_p$$

$$\Rightarrow \underline{Z} = \frac{R}{1 + j\varphi\left(\frac{\Delta\omega \, 2\omega_p}{\omega_p(\Delta\omega + \omega_p)}\right)}$$

$$= \frac{R}{1 + j\varphi \, \frac{\Delta\omega \, 2\omega_p}{\omega_p \omega}}$$

$$\underline{Z} = \frac{R}{1 + j\frac{2\Delta\omega}{\omega}}$$

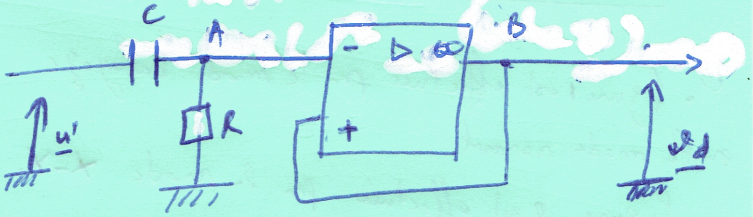
$$|\underline{Z}| = \frac{R}{\sqrt{1 + 4\varphi^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$

$$\varphi = \arg \underline{Z} = -\operatorname{arctg} 2\varphi \frac{\Delta\omega}{\omega_p}$$

Or $\frac{\Delta\omega}{\omega_p} \ll 1$

$$\Rightarrow \begin{cases} |\underline{Z}| \simeq R\left(1 - 2\varphi^2\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_p}\right)^2\right) \\ \varphi = -2\varphi \frac{\Delta\omega}{\omega_p} \end{cases}$$

3- démodulation d'un signal modulé en amplitude



Millmann au point A :

$$\vartheta_A = \frac{\frac{0}{R} + \underline{u} \times jC\omega + i^- \simeq 0}{\frac{1}{R} + jC\omega} = \vartheta^- = \vartheta^+ = \underline{\vartheta_d}$$

$$\Rightarrow \underline{u} \times jC\omega = \left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)\underline{\vartheta_d}$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{\vartheta_d}}{\underline{u}} = \frac{jC\omega}{\frac{1}{R} + jC\omega} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{RC\omega}}$$

Donc on a $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{\vartheta_d}}{\underline{u}} = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_0}{\omega}}$

C'est un filtre passe-haut, actif de premier ordre.

© Mahdy-Studies, 2023. Tous droits réservés.

la bande passante , $K_2 = 1$

$\omega_0 = \frac{1}{RC}$ $\Rightarrow$ AN : ☺

l'amplificateur sert à éviter la chute de tension à hautes - fréquence.

(b)

$u(t) = k V''(t) V_0(t)$

$= \frac{k V_0 V''_p}{2} \left[1 + m' \cos(\omega_m t) + \cos(2\omega_p t) + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p + \omega_m)t) + \frac{m'}{2} \cos((2\omega_p - \omega_m)t) \right]$.

après le filtre passe-bas F_1

$f_m < f_c < f_p$.

$v_d(t) = \frac{k V_0 V''_p}{2} \left(m' \cos(\omega_m t) \right)$

$U = \frac{k V_0 V''_p}{2}$ $\Rightarrow$ on peut connaître

$V''_p \Rightarrow V_m$

d'on retrouve le signal initial.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.