• les lignes de champ : $\vec{dl} \wedge \vec{E} = \vec{0}$ faute graves $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$

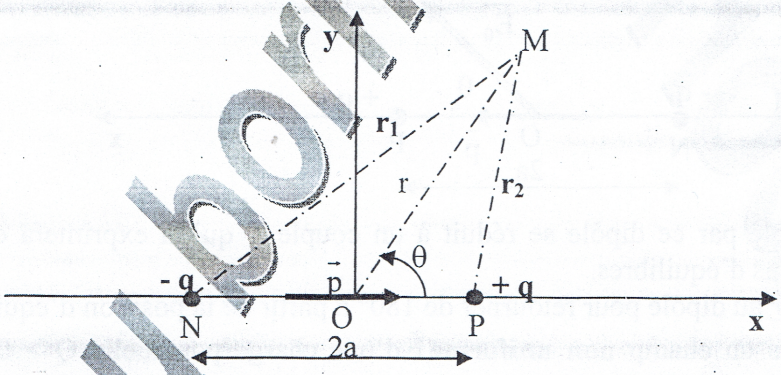
Dr Kchaou borhen

Section MP2-PT2-PC2

SERIE RAPPEL
DIPOLE ELECTROSTATIQUE

Exercice 1 :

1-Soient deux charges ponctuelles (-q) et (+q) placées dans le vide aux points **N** (x = -a, 0, 0) et **P** (x = +a, 0, 0) du plan x O y. Un point M éloigné des charges est repéré par ses coordonnées polaires **r = OM** et $\theta = (\vec{e}_x, \overrightarrow{OM})$. On désignera par $\vec{u}$ un vecteur unitaire dans la direction $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.



a- Donner l'expression du moment dipolaire $\vec{p}$ de ce doublet de charges. Préciser son unité, et donner l'approximation dipolaire.

b- En utilisant un développent limité a l'ordre 2 de r ; déterminer les expression de $1/r_1$ et $1/r_2$ en fonction de **r** et θ.

c- Mettre l'expression du potentiel électrique au point M sous la forme suivante : $V(M) = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\,\vec{r}}{r^3}$.

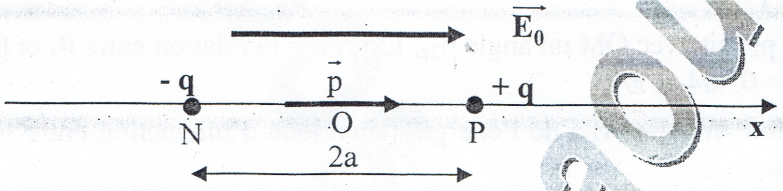
d- Déterminer les expressions des composantes $(E_r ; E_\theta)$ du champ électrique $\vec{E}$ en M(r,θ).
En déduire le module et l'orientation du champ $\vec{E}$. On appellera E_1 le champ dans la direction θ = 0

e- Indiquer l'orientation et le module de $\vec{E}$ et **V** pour les 4 postions de Gauss : $\theta = 0, \pi ; \theta = \pm\frac{\pi}{2}$

2- Montrer que le champ électrique en M peut s'écrire sous la forme suivante : $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left[3\frac{(\vec{p}.\vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}\right]$;On rappelle que $\overrightarrow{grad}(m\,n) = m\,\overrightarrow{grad}\,n + n\,\overrightarrow{grad}\,m$ et $\overrightarrow{grad}\left[\frac{1}{r^n}\right] = -\frac{n\,\vec{r}}{r^{n+2}}$

3- Déterminer l'équations et allure des surfaces équipotentielles (V_1) et des lignes de champ $\vec{E}$ du dipôle.

4- Ce dipôle se trouve plongé dans un champ électrique uniforme $\vec{E_0}$ parallèle au moment dipolaire et de même sens. Le potentiel V_0 de ce champ électrostatique extérieur est nul au point O.



a- Déterminer l'expression du potentiel $V_0(M)$ en fonction r et θ .

b- Donner l'expression du potentiel total $V_T(M)$, pour l'ensemble constitué par le dipôle et le champ extérieur $\vec{E_0}$

c- Montrer que l'équipotentielle $V_T(M) = 0$ comporte un plan et une sphère dont on exprimera le rayon r_0 en fonction des donner, E_0 , p, ε_0 .

d- Exprimer alors le potentiel $V_T(M)$ en fonction de r_0 et des autres données du problème.

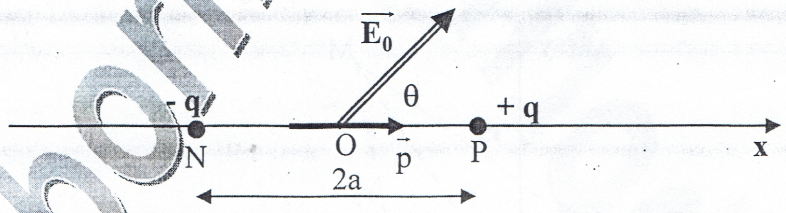
5- Déterminer l'expression du champ électrostatique total et indiquer les points où le champ est nul.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Exercice 2 :

On considère un dipôle formé de deux charges –q et +q placées respectivement aux points N et P de distances invariable (**NP = 2a**). $\vec{p}$ moment dipolaire de ce doublet de charges, et on désigne par O le milieu de **NP**.

1- Le dipôle est placé dans un champ électrique $\vec{E}_0$ **uniforme** faisant l'angle θ avec $\vec{p}$.



a- Montrer que l'action subie par ce dipôle se réduit à un couple Γ qu'on exprimera en fonction des données. Préciser les positions d'équilibres.

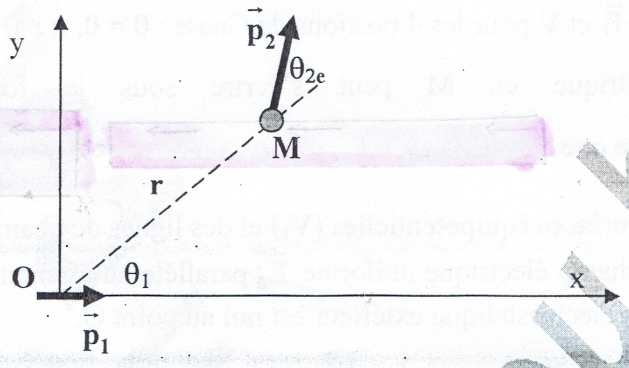
b- Quel travail faut-il *fournir* au dipôle pour retourner de 180° à partir de la position d'équilibre stable ?

2- Le dipôle est placé dans un champ **non uniforme** $\vec{E}$ d'une charge ponctuelle Q > 0 placée en M (r = **OM**, θ = ($\vec{p}$, **OM**)) éloigné du dipôle.

Déterminer la force résultante $\vec{F}$ et le couple $\vec{\Gamma}$ agissant sur le dipôle, On admettra que le système de force agissant sur le dipôle de moment $\vec{p}$, placé dans $\vec{E}$, se réduit à : une force $\vec{F} = \overrightarrow{\mathbf{grad}_O}\left(\vec{p}.\vec{E}_{ext}\right)$ et un couple $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}$

Exercice 3 :

Un dipôle électrique de moment $\mathbf{p_1}$ est placé en O. Ce dipôle est fixe et $\mathbf{p_1}$ est orienté dans la direction de l'axe x'Ox. Un deuxième dipôle électrique, de moment $\mathbf{p_2}$ placé au point M de coordonnées (r,θ_1), ne peut que pivoter autour de M.



1- En position d'équilibre, $\mathbf{p_2}$ fait avec OM un angle θ_{2e}. Exprimer la relation entre θ_1 et θ_{2e}.
AN : calculer θ_{2e}, pour $\theta_1 = 0$, $\pi/4$ et $\pi/2$.

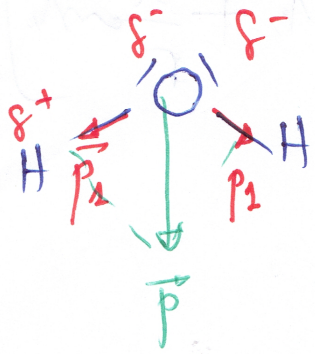
2- a- Démontrer l'expression $\mathbf{W = -\vec{p}.\vec{E}_{ext}}$ de l'énergie potentielle d'interaction entre le dipôle rigide et le champ appliqué extérieur

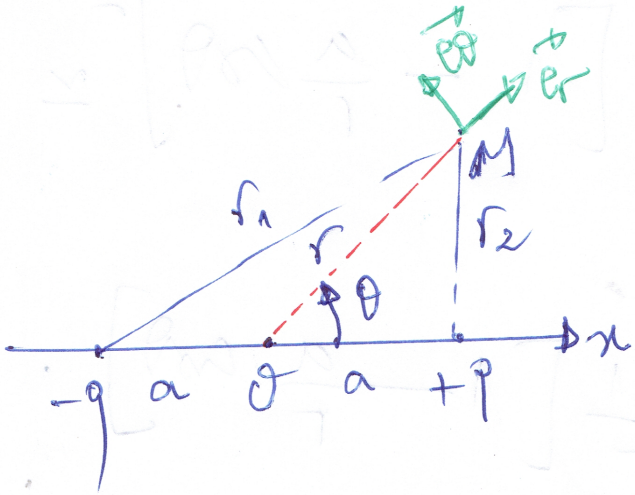
b- Déterminer l'expression l'énergie potentielle d'interaction entre le dipôle $\vec{p_2}$ et le champ appliqué extérieur $\vec{E}_{ext}$ en fonction des données du problème

c- Pour quelle valeur de θ_1 cette énergie est elle minimale ? Quelle est alors la force attractive entre ces deux dipôles ?

3- Calculer cette énergie minimale et la force attractive si les dipôles sont deux molécules d'eau distantes de 3A°, dont les deux liaisons O-H, de moment électrique $p = 4.10^{-30}$ C.m font entre elle un angle $\alpha = 105°$.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.





1)

a) $\vec{p} = q\,\overrightarrow{NP} = q\,2a\,\vec{e_x} \Rightarrow \|\vec{p}\| = 2a\,q$: C.m

1 Debye $= \frac{1}{3} 10^{-29}$ C.m.

Approximation dipolaire $2a \ll OM = r$

$2a \simeq 10^{-6}$ m

b) $r_2^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta$

$r_1^2 = a^2 + r^2 + 2ar\cos\theta$, $(\pi - \theta)$

$r_2^2 = r^2\left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]$; $\frac{a}{r} \ll 1$

$r_2 = r\left[1 + \frac{a^2}{2r^2} - \frac{a}{r}\cos\theta\right]$; $(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$

$r_2 \simeq r\left[1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right]$ (1)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right]^{-1} \simeq \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right]$$

de même

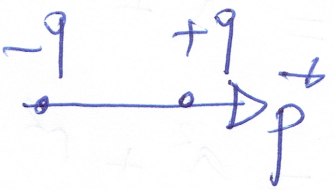
$$\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right].$$

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{2a\cos\theta}{r^2}\right] = \frac{(2aq)\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$\boxed{V(M) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}}$$

$\vec{p}$: dipôle



$$\vec{p}\cdot\vec{r} = pr\cos\theta$$

$$V = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon r^3}$$

; $\varepsilon_0 \Rightarrow F.m^{-1}$

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

d) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{e_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e_\theta}$$

(2)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Serie N°2

Ex1

1) $M(r,\theta,z)$: axe de révolution

$(M\,\vec{u}_r\,\vec{u}_\theta)$ PSP $\quad \vec{E} \in$

$(M\,\vec{u}_r\,\vec{u}_z)$ PSP



$\vec{E} = E_r\,\vec{u}_r$: rotation + trash

θ $\quad$ z axe de révolut

2) 

cylindrique.

tout plan contenant l'axe (Oz) PSP $\Rightarrow$

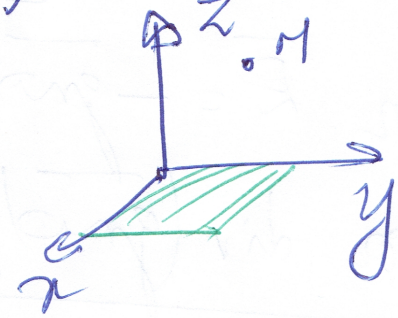
$\vec{E} = E_z(0,z)\,\vec{e}_z$

• $M \in (Oz)$: $\vec{E} = E_r\,\vec{e}_r + E_z\,\vec{e}_z$

$(M\,\vec{u}_r\,\vec{u}_z)$ PSP $\quad \vec{E}(r,z)$

3) Plan infini

toute translation (Ox) (Oy) ...



$\vec{E}(M) = \vec{E}(z)$

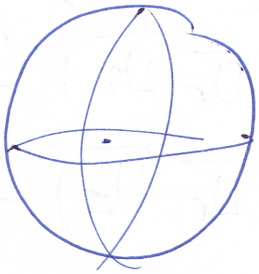
$(M\,\vec{u}_x\,\vec{u}_z)$ et $(M\,\vec{u}_y\,\vec{u}_z)$ PSP

(1)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$\vec{E} = E(z)\vec{e}_z \rightarrow \vec{E}_{plan} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{e}_z \quad z>0$

d) Sphérique



tout plan passant par O est
PSP $\Rightarrow \vec{E} = E\vec{e}_r$
rotation $(\theta, \varphi) \Rightarrow \vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

$$\oiint \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} = \iiint \operatorname{div}\vec{E}\,d\tau$$

$$= \frac{\iiint \rho\,d\tau}{\varepsilon_0} = \iiint_V \operatorname{div}\vec{E}\,d\tau$$

$\forall V \Rightarrow \boxed{\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ 1ère relation de Gauss.

or $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \Rightarrow \operatorname{div}(-\overrightarrow{grad}V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

or $\operatorname{div}(\overrightarrow{grad}) = \Delta$ le Laplacien

$$\boxed{\Delta V + \frac{\rho}{\varepsilon_0} = 0}$$ Equation de Poisson

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$E_r = -\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_\theta = + \frac{2P\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^3}$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_r = + \frac{P\sin\theta}{4\pi\varepsilon r^3}$$

$$\vec{E} = \frac{P}{4\pi\varepsilon r^3}\left[2\cos\theta\,\vec{e_r} + \sin\theta\,\vec{e_\theta}\right]$$

$\|\vec{E}\| \longrightarrow V/m$

$$\|\vec{E}\| = \frac{P}{4\pi\varepsilon r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$\theta = 0$,

$$\|\vec{E}\| = \frac{P}{4\pi\varepsilon r^3}\left(3\cos^2\theta + 1\right)^{1/2}$$

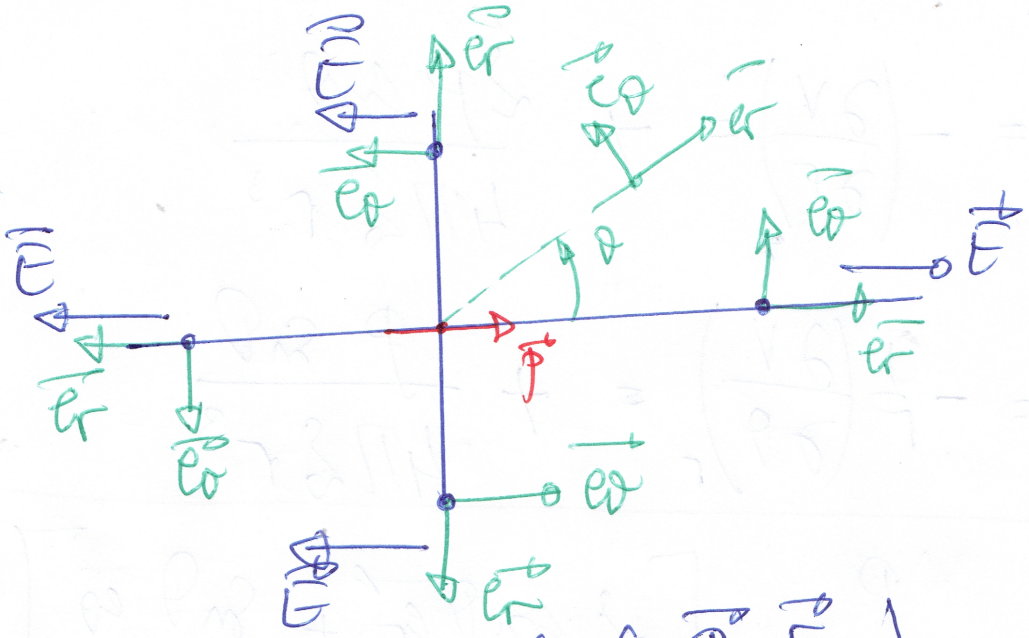
$$= 2\frac{P}{4\pi\varepsilon r^3} = E_1$$

$$\vec{E} = \frac{E_1}{2}\left(2\cos\theta\,\vec{e_r} + \sin\theta\,\vec{e_\theta}\right)$$

$\theta = 0$ $\qquad \vec{E} = 2\frac{P}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{e_r}$

$\theta = \pi$ $\qquad \vec{E} = -2\frac{P}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{e_r}$ (3)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



2) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V = -\overrightarrow{grad}\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon r^3}\right)$

$\overrightarrow{grad}\ \frac{1}{r^n} = -\frac{n\,\vec{r}}{r^{n+2}}$

$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\overrightarrow{grad}(\vec{p}\cdot\vec{r})\ \frac{1}{r^3} + (\vec{p}\cdot\vec{r})\ \overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{r^3}\right)\right]$

* $\overrightarrow{grad}\left[\vec{p}\cdot\vec{r}\right] = \overrightarrow{grad}\left[x p_x + y p_y + z p_z\right]$

$= p_x \vec{e}_x + p_y \vec{e}_y + p_z \vec{e}_z = \vec{p}$

* $\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{r^3}\right) = -\frac{3\vec{r}}{r^5}$, $\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}$

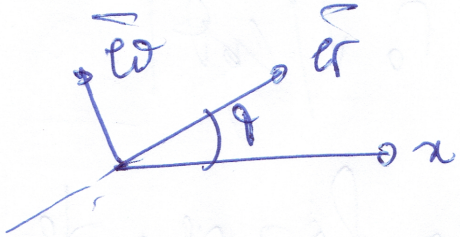
$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{\vec{p}}{r^3} + (\vec{p}\cdot\vec{r})\left(-\frac{3\vec{r}}{r^5}\right)\right]$ (4)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3}\right]$$

or $\vec{u} = \vec{e_r} = \frac{\vec{r}}{r}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon r^3}\left[3(\vec{p}\cdot\vec{e_r})\cdot\vec{e_r} - \vec{p}\right]$$



* $\vec{p} = p_x \vec{e_x}$

$\vec{e_x} = \cos\theta\,\vec{e_r} - \sin\theta\,\vec{e_\theta}$;

$\sin\theta\,\vec{e_\theta} = \cos\theta\,\vec{e_r} - \vec{e_x}$

donc $\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon r^3}\left(2\cos\theta\,\vec{e_r} + \cos\theta\,\vec{e_r} - \vec{e_x}\right)$

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon r^3}\left(3\cos\theta\,\vec{e_r} - \vec{e_x}\right)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon r^3}\left[3\frac{(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r}\frac{\vec{r}}{r} - \vec{p}\right)$$

(5)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

3) $V = cte = \dfrac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = V_1$

$r^2 = \dfrac{P\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 V_1}$, $V_1 \neq 0$.

$r = r_0\sqrt{|\cos\theta|}$, $r_0 = \left(\dfrac{P}{4\pi\varepsilon_0 V_1}\right)^{1/2}$

* les lignes de $\vec{E}$: $d\vec{l} \wedge \vec{E} = \vec{0}$

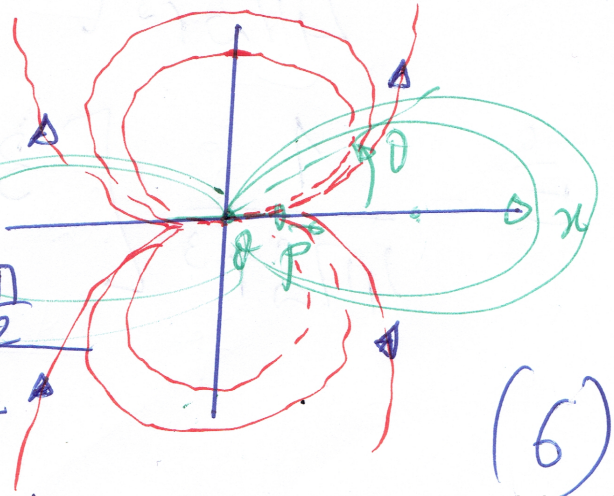
$$\frac{dr}{E_r} = \frac{r\,d\theta}{E_\theta} \Rightarrow \frac{dr}{r} = \frac{E_r}{E_\theta}\,d\theta$$

$$\frac{dr}{r} = \frac{2\cos\theta}{\sin\theta}\,d\theta = \frac{2\,d(\sin\theta)}{\sin\theta}$$

$$\ln r = \ln(\sin^2\theta) + cte$$

$$\boxed{r = r_1 \sin^2\theta}$$

θ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin^2\theta$	0	1/4	1/2	3/4	1



(6)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

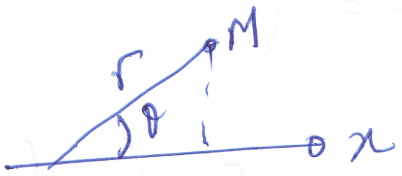
4) $\vec{E}_0 = -\overrightarrow{grad}\, V_0$ $\quad$ $\vec{E}_{dip} = -\overrightarrow{grad}\, V_{dip}$

$V(\theta) = 0$

a) $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_x = -\frac{dV_0}{dx}\vec{e}_x \Rightarrow dV_0 = -E_0\, dx$

$V_0 = -E_0 x + cts$, et $V_0(x=0) = 0$

$V_0 = -E_0 x = -E_0 r\cos\theta$



b) $V_T = V_0 + V_{dip}$

$= -E_0 r\cos\theta + \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}$

$V_T = \left(\frac{p}{4\pi\varepsilon r^2} - E_0 r\right)\cos\theta$

c) $V_T = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{p}{4\pi\varepsilon r^2} = E_0 r \quad \forall\theta \\ \cos\theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}, \quad \forall r \end{cases}$

$\theta \in [0, \pi]$

$\varphi \in [0, 2\pi]$, $r = \left(\frac{p}{4\pi\varepsilon E_0}\right)^{1/3} = r_0$

Sphère de rayon r_0 (7)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$V_T = -E_0 r\cos\theta + \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

or $r_0^3 = \dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 E_0}$

$$V_T = \left(-E_0 r + \frac{r_0^3 E_0}{r^2}\right)\cos\theta$$

$$V_T = E_0\left(\frac{r_0^3}{r^2} - r\right)\cos\theta$$

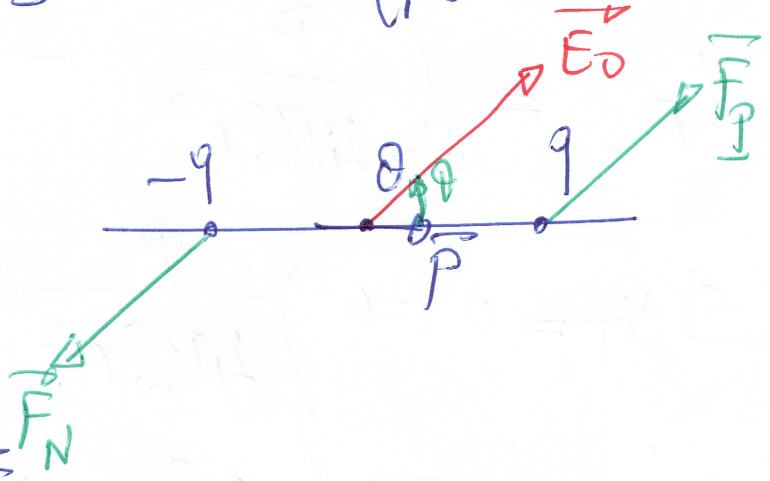
5) $\vec{E}_T = -\overrightarrow{grad}\, V_T = -\dfrac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial V}{\partial\theta}\vec{e}_\theta$

$$= E_0\left\{\left[\frac{2r_0^3}{r^3} - 1\right]\cos\theta\,\vec{e}_r + \left(\frac{r_0^3}{r^3} - 1\right)\sin\theta\,\vec{e}_\theta\right\}$$

Ex2

a)

$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}}(\vec{F}_P) + \vec{\mathcal{M}}(\vec{F}_N)$



$= \overrightarrow{OP} \wedge \vec{F}_P + \overrightarrow{ON} \wedge \vec{F}_N$

$= \overrightarrow{OP} \wedge q\vec{E}_0 + \overrightarrow{ON} \wedge (-q\vec{E}_0)$

(8)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$\vec{\Gamma} = q\left(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{ON}\right) \wedge \vec{E_0}$

$\vec{\Gamma} = (q\,\overrightarrow{NP}) \wedge \vec{E_0} = \vec{p} \wedge \vec{E_0}$

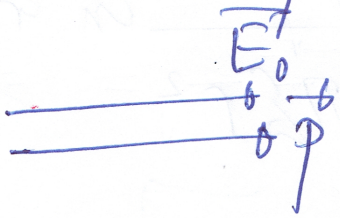
$\vec{p}$ dirigé vers N

$\vec{\Gamma} = \vec{0}$; $\|\vec{\Gamma}\| = p\,E_0 \sin\theta$

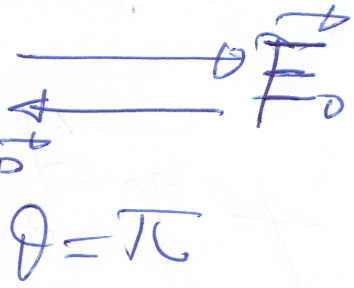
C_0 C_0 $C_0\,V.m^{-1}$

$N.m$ $C.m$

positions d'équilibre : $\theta = 0$, $\theta = \pi$



$\theta = 0$



$\theta = \pi$

Stable

instable

b) $\delta W = \vec{F}.\vec{dl} + \vec{\Gamma}.\vec{d\theta}$

$\delta W_{dip} = \vec{\Gamma}.\vec{d\theta} = p\,E_0 \sin\theta\, d\theta$

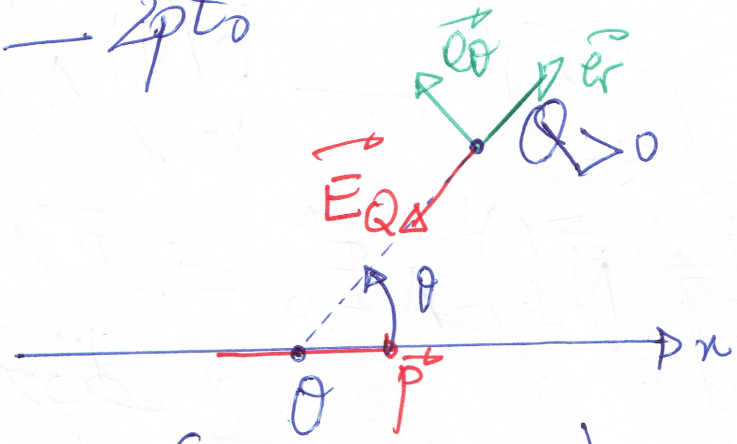
$W_{dipole} = -p\,E_0\left[\cos\theta\right]_0^{\pi} = 2pE_0$ (Joules)

(9)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$W_{fournir} = -2pE_0$$

2)



$\odot \vec{e_z}$

$$\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E_Q} = p\vec{e_x} \wedge \left(\frac{-Q\,\vec{e_r}}{4\pi\varepsilon r^2}\right)$$

$$\vec{\Gamma} = -\frac{pQ\sin\theta}{4\pi\varepsilon r^2}\,\vec{e_z}$$

$$\vec{F} = \overrightarrow{grad}_O(\vec{p}\cdot\vec{E_Q}) = \overrightarrow{grad}_O\left(\frac{-pQ}{4\pi\varepsilon r^2}\vec{e_x}\cdot\vec{e_r}\right)$$

$$= +\overrightarrow{grad}_O\left(\frac{pQ\cos\theta}{4\pi\varepsilon r^2}\right) ; \quad \overrightarrow{grad}_\theta = -\overrightarrow{grad}_M$$

$$= +\frac{pQ}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\cos\theta}{r^2}\right)\vec{e_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\cos\theta}{r^2}\right)\vec{e_\theta}\right]$$

$$= +\frac{pQ}{4\pi\varepsilon}\left[\frac{-2\cos\theta}{r^3}\vec{e_r} - \frac{\sin\theta\,\vec{e_\theta}}{r^3}\right]$$

(10)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\vec{F} = -\frac{p\,Q}{4\pi\varepsilon r^3}\left(2\cos\theta\,\vec{e}_r + \sin\theta\,\vec{e}_\theta\right)$$

$$\vec{F} = -Q\,\vec{E}_{dipole}$$

* énergie dipôle: $W = q\left[V(P) - V(N)\right]$

$$= q\,dV = q\left[(+\overrightarrow{grad}\,V)\cdot d\vec{l}\right]$$

$$\boxed{d\vec{l}\cdot\overrightarrow{grad}\,f = df} \quad ; \quad \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$$

$$W = -q\,(NP)\,\vec{E}_{ext} = -\vec{p}\cdot\vec{E}_{ext}$$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,W_p = +\overrightarrow{grad}\left(\vec{p}\cdot\vec{E}_{ext}\right).$$

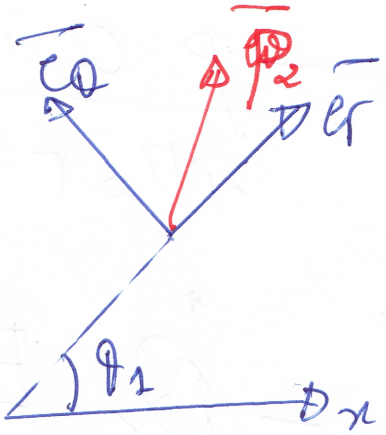
Exercice 3

$$\vec{F} = \vec{p}_2 \wedge \vec{E}_1 = \begin{vmatrix} p_{2r} \\ p_{2\theta} \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} E_{1r} \\ E_{1\theta} \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{1\theta}\,p_{2r} - E_{1r}\,p_{2\theta} \end{vmatrix}$$

(11)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\vec{p}_2 = \begin{vmatrix} p_2 \cos\theta_2 \\ p_2 \sin\theta_2 \end{vmatrix}$$



$$\vec{E}_1 = \begin{cases} E_{1r} = \dfrac{2p_1 \cos\theta_1}{4\pi\varepsilon r^3} \\ E_{1\theta} = \dfrac{p_1 \sin\theta_1}{4\pi\varepsilon r^3} \end{cases}$$

à l'équilibre $\vec{F} = \vec{0}$

$$E_{1\theta}\, p_{2r} = E_{1r} \cdot p_{2\theta} \Rightarrow$$

$$\sin\theta_1 \cos\theta_2 = 2\cos\theta_1 \sin\theta_2$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\operatorname{tg}\theta_1 = \operatorname{tg}\theta_{2e}}$$

2) a) $W = -\vec{p}\vec{E}_{ext} = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1$

b) $W = -\dfrac{p_1 p_2}{4\pi\varepsilon r^3}\left[2\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2\right]$

c) $\dfrac{dW}{d\theta_2} = 0 \Rightarrow -2\cos\theta_1 \sin\theta_2 + \sin\theta_1 \cos\theta_2 = 0$

$$2\cos\theta_1 \sin\theta_2 = \sin\theta_1 \cos\theta_2$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

c) $\frac{\partial W}{\partial \theta_1} = 0 \Rightarrow -2\sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2 = 0$

$2\sin\theta_1\cos\theta_2 = \cos\theta_1\sin\theta_2$

$2\times(2\cos\theta_1\sin\theta_2) = \cos\theta_1\sin\theta_2$; vérifié

$\cos\theta_1 = 0$ ou $\sin\theta_2 = 0$

$\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ ou $-\frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = 0$, $\theta_2 = \pi$

$\theta_{2e} = \frac{\pi}{2}$

$\theta_1 = 0$

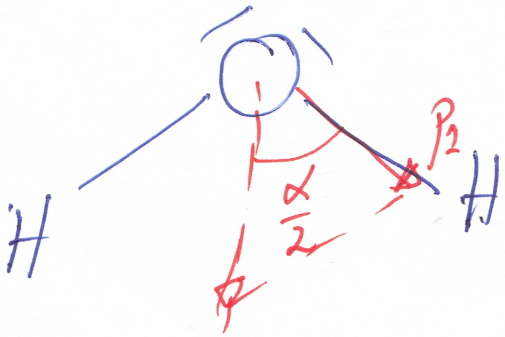
$W_1\left(\theta_1 = \frac{\pi}{2} ; \theta_2 = \frac{\pi}{2}\right)$

$W_2 = (\theta_2 = \theta_1 = 0)$

$W_1 = -\frac{p_1 p_2}{4\pi\varepsilon r^3}$

$= -\frac{2 p_1 p_2}{4\pi\varepsilon r^3}$

minimale



$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{p_2}{2p}$

$p_1 = 2p\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$. (13)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.