Dr Kchaou borhen

SERIE N°2
INDUCTION

Exercice 1 : Roue de Barlow

1- La roue de Barlow

Un disque métallique de rayon **OA = a** peut tourner sans frottement dans le plan vertical autour de l'axe Oz. Il est alimenté sur son axe, au point O, par un générateur de tension **E**, le circuit étant fermé au point A, où la circonférence trempe dans un bain de mercure ; la résistance totale du circuit est **R**.

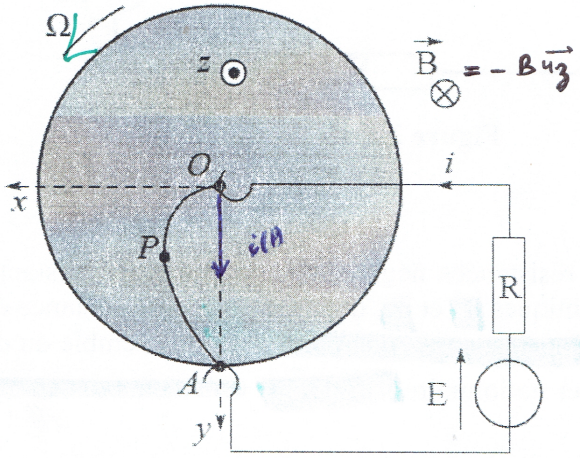


Figure 1

a- Prévoir le sens de rotation de la roue, initialement immobile, puis choisir les vecteurs unitaires $\vec{u}_\theta$ et $\vec{u}_z$ en conséquence, sachant que l'orientation positive du circuit est prise selon $\vec{u}_r$ dirigé de O vers A.

b- Evaluer d'abord la force électromotrice e_{OA} et le moment $\vec{M}_L^O$ en O de la force de Laplace.

On note **i(t)** l'intensité du courant qui circule dans ce circuit.

c- Ecrire les équations mécanique et électrique du système sachant que le moment d'inertie **J** du disque de masse **m** par à rapport à l'axe de rotation Oz est **J = ma²/2** et en déduire l'équation d'évolution de la vitesse **ω(t)** sous la forme : $\tau \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_\ell$.

Donner la solution ω(t) avec ω(0) = 0, Interpréter les expressions de τ et ω_ℓ.

d- Ecrire et commenter le bilan de puissance.

2- Deux roues de Barlow couplées

Deux disques identiques au précédent peuvent tourner librement autour d'un axe horizontal commun OO'z, qui est aussi l'axe du champ uniforme qui règne dans l'espace considéré ; **ω(0) = ω₀** et ω'(0) = 0 (figure 2) Le circuit est fermé sur lui-même sur l'axe OO' d'une part, à l'extrémité AA' d'autre part et les frottements sont négligeables ; la résistance totale du circuit est R.

a- Prévoir dans quel sens va se mettre à tourner le disque (D').

b- Ecrire la loi des mailles.

c- Ecrire les deux équations différentielles qui relient d'une part ω(t) et i(t) et d'autre part ω'(t) et i(t).

d- Donner les solutions de i(t), ω(t) et ω'(t)

e- Toute l'énergie cinétique perdue par (D) est-elle récupérée par (D')

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

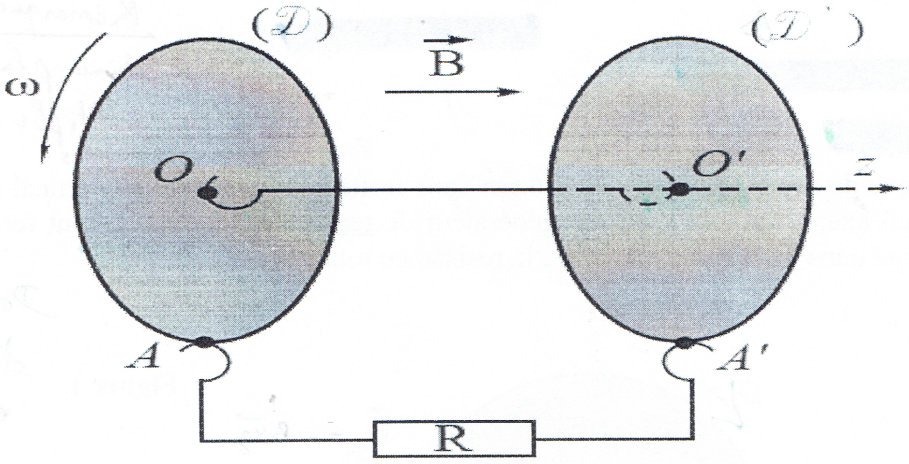


Figure 2

Exercice 2 :

Soient deux rails métalliques de résistances négligeables, parallèles et distants de a dans un même plan horizontal. Deux tiges métalliques identiques T_1 et T_2, de masse m et de résistance électrique R, peuvent glisser sans frottement sur ces deux rails, en leur restant perpendiculaires. L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique vertical, uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\,\vec{u}_z$. On néglige le champ propre du système.

effet de bords

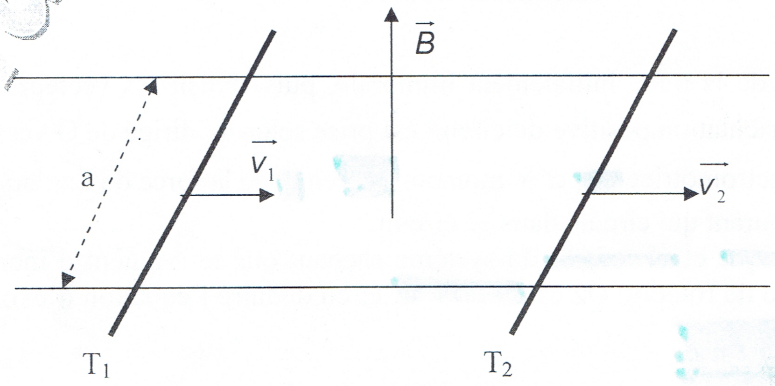


Figure3

On note respectivement $\vec{v_1}$ et $\vec{v_2}$ les vitesses de chacune des tiges. A la date t = 0, la tige T_1 est lancée avec une vitesse V_0 vers la droite alors que la tige T_2 est immobile.

1- Prévoir qualitativement le comportement du système.

2- Ecrire les équations électriques et mécaniques du système.

3- Etudier les vitesses des tiges en fonction du temps et commenter les résultats obtenus .

4- Etablir la relation entre la puissance des forces de Laplace et celle de la force électromotrice induite dans le circuit.

5- Montrer que la diminution de l'énergie mécanique du système est égale à l'énergie dissipée par effet joule. Etablir l'expression de cette dernière.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Exercice 3: *Création d'un champ tournant*

A- On considère le circuit électrique de la figure suivante qui comporte un générateur idéal de tension sinusoïdale $\mathbf{u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0)}$, ou encore $\mathbf{u(t) = U_{eff}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi_0)}$, un condensateur de capacité C et deux bobines identiques (b_1) et (b_2), d'inductance propre L et de résistance R. (on néglige l'inductance mutuelle entre les deux bobines).

Les bobines (b_1) et (b_2) sont disposées de manière à ce que leurs axe soient perpendiculaires en O : (b_1) crée ainsi en O un champ magnétique colinéaire à l'axe Ox , soit $\vec{B}_1 = B_1\,\vec{u}_x$, et (b_2) crée ainsi en O un champ magnétique colinéaire à l'axe Oy, soit $\vec{B}_2 = B_2\,\vec{u}_y$ (voir Figure 4). Les mesures algébriques des champs sont proportionnelles aux intensités qui traversent chaque bobine : $\mathbf{B_1(t) = k\,i_1(t)}$ et $\mathbf{B_2(t) = k\,i_2(t)}$ (k constante positive donnée).

1- On utilsant la notation complexe, déterminer les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ les mettre sous la forme :
$\mathbf{i_1(t) = I_{01}\cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_1)}$ et $\mathbf{i_2(t) = I_{02}\cos(\omega t + \varphi_0 - \varphi_2)}$.
Exprimer $I_{01}, I_{02}, \varphi_1, \varphi_2$ en fonction de R, L, C et ω (on suppose $\varphi_1, \varphi_2 \in [-\pi/2; +\pi/2]$) .

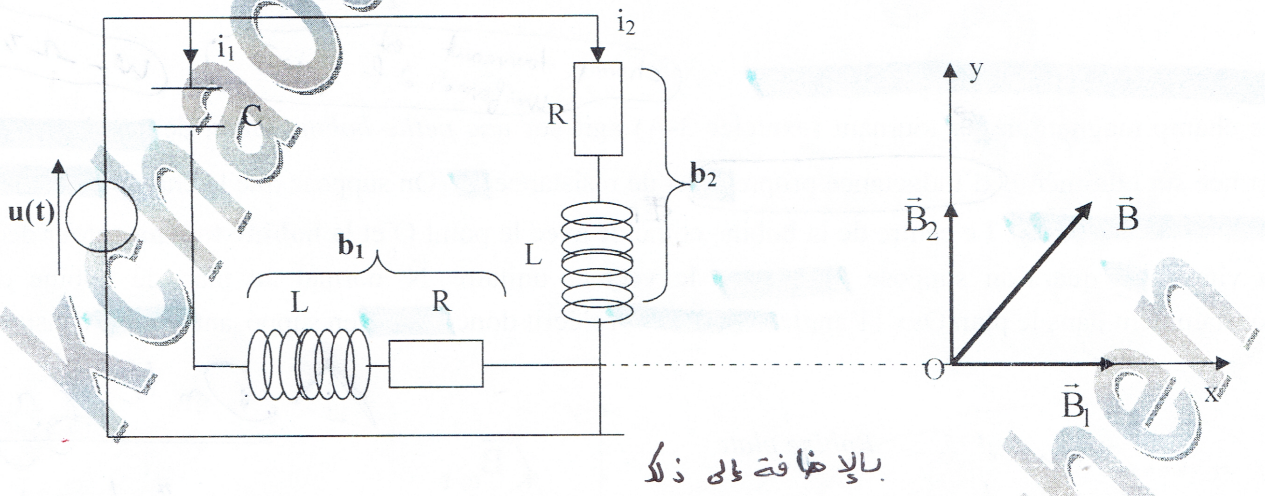


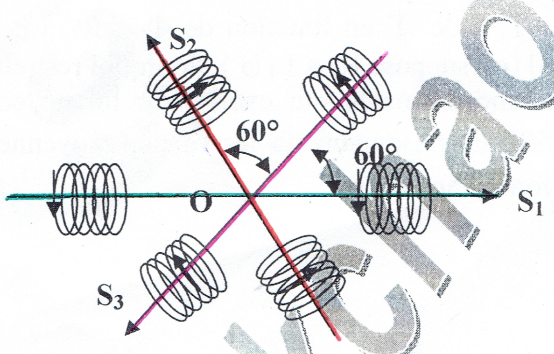
Figure 4

2- Quelle doit être la relation entre C, L et ω et pour que les amplitudes I_{01}, I_{02}, des courants soient égales ? Quelle relation lie alors les déphasages φ_1 et φ_2 ? Quel est le signe de φ_1 ? et φ_2 ?

3- Quelle doit être la relation entre R, L et ω si l'on souhaite *en outre* $\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2$?

4- Les deux conditions précédentes étant réunies, montrer que par un choix judicieux de φ_0 que l'on précisera, B_1 et B_2 peuvent se mettre sous la forme $B_1(t) = B_0\cos(\omega t)$ et $B_2(t) = B_0\sin(\omega t)$. Exprimer B_0 en fonction de k, U_0 et R. Préciser les caractéristiques du champ total $\vec{B}$ créé par les deux bobines en O.

B- Trois systèmes de solénoïdes (S_1) (S_2) et (S_3) identiques sont disposés de telle sorte que leur centre soit confondu en O et que leurs axes orientés soient disposées à 120° les unes des autres



© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés. mahdystudies.tn

1- Ces solénoïdes sont alimentés en série, en respectant les sens indiqués sur la figure par un courant sinusoïdal de valeur efficace I et de pulsation ω. Que vaut alors le champ magnétique en O, centre du système ?

2- A présent, les trois paires de solénoïdes sont alimentées respectivement par trois courants alternatifs mais déphasés les uns par rapport aux autres d'une quantité $\frac{2\pi}{3}$:

$i_1(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$; $i_2(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$; $i_3(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$

Les mesures des champs sont proportionnelles aux intensités qui traversent chaque bobine : $B_j = k\, i(t)$

On associe à chaque vecteur son affixe dans le plan polaire complexe associé. Montrer que le champ magnétique total s'écrit sous la forme : $\vec{B} = \frac{3}{2} k I \left[\cos\omega t\, \vec{e_x} + \sin\omega t\, \vec{e_y}\right]$.

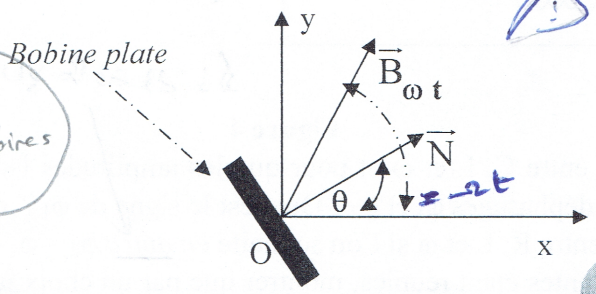
3- A présent, on a **n** bobines sont alimentées respectivement par : $i_0(t) = I_m \cos(\omega t)$;

$i_\alpha(t) = I_m \cos(\omega t - \alpha\frac{2\pi}{n})$; $i_{n-1}(t) = I_m \cos(\omega t - (n-1)\frac{2\pi}{n})$; $\alpha \in [0, n-1]$

Montrer que le champ magnétique total s'écrit sous la forme : $\vec{B_{tot}} = \frac{n}{2} B_m \left[\cos\omega t\, \vec{e_x} + \sin\omega t\, \vec{e_y}\right]$.

Exercice 4 : Moteur asynchrone

Le champ magnétique $\vec{B}$ tournant (exercice 3-A) agit sur *une petite bobine plate*, de **n** spires de section S, fermée sur elle-même, d'inductance propre L_1 et de résistance R_1 (On suppose que le champ $\vec{B}$ est uniforme sur toute la bobine plate). Le centre de la bobine coïncide avec le point O et la **bobine tourne** autour de l'axe Oz à la vitesse Ω que l'on suppose constante ; le vecteur unitaire $\vec{N}$ normal au plan de bobine en O reste constamment dans le plan Oxy ; l'angle $\theta = (\vec{u_x}, \vec{N})$ s'écrit donc $\theta = \Omega t$ en supposant $\theta = 0$ à l'instant initial.



1- Déterminer la f.e.m induite par le champ $\vec{B}$ dans la petite bobine et en déduire que cette bobine est parcourue par un courant i de la forme : $i(t) = I_0 \sin(\omega - \Omega)t - \psi)$. Exprimer I_0 et ψ en fonction de la constante $\Phi_0 = n\, S\, B_0$ et de R_1, L_1, ω, Ω.

2- Exprimer le moment $\vec{\Gamma} = \Gamma \vec{u_z}$, du couple électromagnétique subi par la petite bobine en fonction de Φ_0 , R_1, L_1, ω, Ω et t.

3- Calculer la valeur moyenne $\langle\Gamma\rangle$ de Γ en fonction de Φ_0 , R_1, L_1, ω, Ω ; tracer le graphe de $\langle\Gamma\rangle$ en fonction de Ω pour $\Omega \in [0, \omega]$ (on suppose $R_1 < L_1\omega$). Pourquoi restreint-on l'étude à l'intervalle [0, ω] ?

4- Le moteur entraine une machine tournante qui exerce sur lui un couple résistant de valeur moyenne constante $-\Gamma_0 \vec{u_z}$ avec Γ_0 positif. En raisonnant sur les valeurs moyennes, discuter le démarrage du moteur et la stabilité des régimes de fonctionnement.

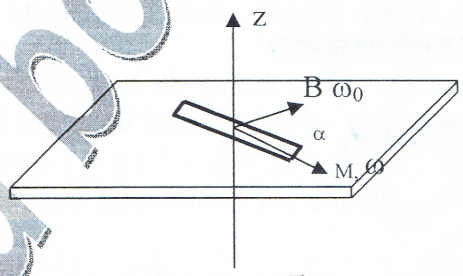
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés. 4 mahdystudies.tn

Exercice 5 : Moteur synchrone

Un montage convenable de bobines parcourus par des courants alternatifs de pulsation ω_0 produit dans un certain volume un champ magnétique $\vec{B}$, d'amplitude B_0, qui tourne dans un plan xOy autour d'un axe Oz avec la pulsation ω_0 constante.

D'autre part, une pièce mobile autour de l'axe Oz (le rotor) constituée d'un petit aimant permanent portant un dipôle $\vec{M}$, orthogonal à Oz, tourne dans le plan xOy avec un mouvement de rotation uniforme de pulsation ω.

La valeur de l'angle $(\vec{M}, \vec{B})$ à l'instant initial est notée α comme indique la figure.

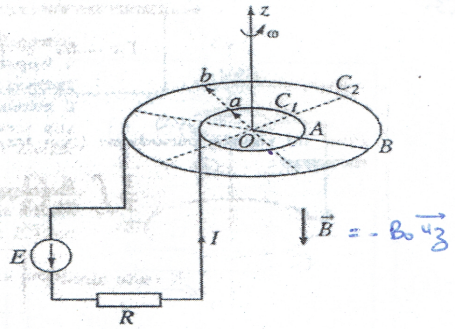


a- Calculer la valeur instantanée du couple magnétique $\vec{\Gamma}$ exercé par le champ sur la pièce mobile. En déduire sa valeur moyenne au cours du temps.

b- Pour quelles valeurs de ω et α ce dispositif fonctionne-t-il en moteur ? quelle est dans ce cas la puissance maximale P_M qu'il peut fournir ?

c- Un régime permanent de fonctionnement du moteur est dit stable si, lorsque le moteur prend accidentellement de l'avance (ou du retard) sur son régime permanent, le jeu des forces qu'il subit fait perdre cette avance (ou du retard) ; il est instable dans le cas contraire. À partir du graphe $\Gamma(\alpha)$, déterminer le domaine de α correspondant à un régime stable lorsque le moteur fournit un couple utile Γ_u.

Exercice 6 : Principe du moteur continu



Le rotor d'un moteur tournant à la vitesse ω autour de l'axe O_z est constitué de p tiges homogènes infiniment conductrices du type OB, toutes identiques, de masse m et de longueur ℓ, régulièrement réparties et rigidement liées les unes aux autres.

Elles tournent dans le plan perpendiculaire à Oz en s'appuyant sur deux conducteurs circulaires C_1 et C_2 de rayons respectifs a et b aux bornes desquels est branché un générateur de tension constante E ; la résistance ohmique du circuit est équivalente à une résistance unique R.

Le stator (non représenté sur la figure) est constitué d'un aimant permanent (dit inducteur) qui, dans l'espace où se trouve l'équipage mobile, établit un champ magnétique constant et pris uniforme $\vec{B} = -B_0\vec{u}_z$,

1. Étude d'une tige seule

Supposons pour l'instant que le rotor soit constitué d'une seule tige OB, le courant I parcourant la tige entre les points de contact A et B dans le sens de A vers B qui est celui de $\vec{u}_r$.

a) Calculer en fonction de B_0, a, b et ω, la force électromotrice e_{AB} en négligeant le champ magnétique propre.

b) Calculer en fonction de B_0, a, b et I, le moment par rapport à O, $\vec{M}^0$ des forces magnétiques exercées sur la tige.

c) Quelle relation permet de vérifier la cohérence des deux résultats précédents ?

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2. Mouvement du rotor complet

On revient au système à p tiges décrit dans l'introduction, parcouru par un courant total I.

a) Comment, d'un point de vue purement électrocinétique, sont disposés ces p conducteurs entre C_1 et C_2 ? Que devient alors la différence de potentiel $V_A - V_B$ issue de la question 1.a) et comment s'obtient le moment des forces sur l'ensemble du rotor en fonction du résultat de la question 1.b) ?

Quel intérêt y a-t-il à prendre p tiges ?

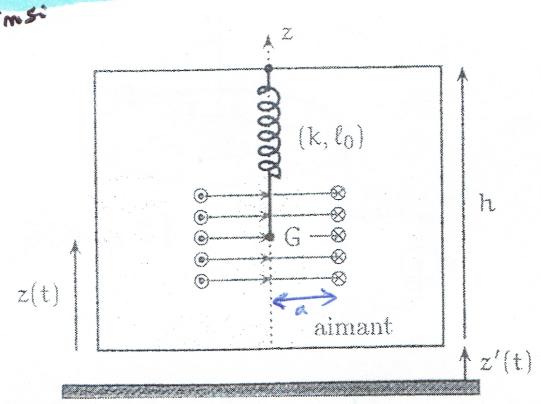
b) Écrire les équations mécanique et électrique du système donnant $I(t)$ et $\omega(t)$ sachant que :

- $J = m\ell^2/3$ est le moment d'inertie d'une tige par rapport à l'axe Oz
- on impose au moteur (c'est son rôle) de fournir sur son arbre un couple de moment égal à Γ_e, constant ;
- le phénomène d'auto-induction du circuit est négligé.

c) En déduire l'équation différentielle relative à l'évolution de la vitesse angulaire ω. Intégrer cette équation sachant qu'à l'instant initial le rotor est au repos, en introduisant un temps caractéristique τ et une valeur limite ω_l. AN : Calculer ω_l et τ pour E = 4 V ; R=1Ω ; B_0 = 0, 1 T ; a = 1 cm ; b = l = 5 cm ; m = 15 g ; p = 10 ; $\Gamma_e = 2.\ 10^{-4}$ N.m. Montrer que le couple Γ_e, fourni par le moteur à l'extérieur ne peut pas dépasser une valeur maximale Γ_{em}, à déterminer.

Exercice 6 : MOUVEMENT DE LABOBINE D'UN SEISMOGRAPHE

Un sismographe est constitué d'un bâti de hauteur interne **h**, auquel est fixé un aimant produisant un champ magnétique radial noté $\vec{B} = B\vec{e}_r$ en coordonnées cylindriques d'axe vertical. Une bobine d'axe vertical possédant N spires est suspendue par un ressort, de raideur **k** et de longueur à vide ℓ_0, à la partie supérieure du bâti. Elle est enroulée autour de l'aimant et peut coulisser sans frottement le long de l'axe vertical. On note **L** son inductance et **R** sa résistance. Elle est refermée sur elle-même (circuit électrique fermé). On note z(t) la position du centre de gravité de la bobine dans le référentiel lié au bâti du sismographe et z'(t) la grandeur qui décrit le mouvement du sol par rapport au référentiel géocentrique, supposé galiléen sur l'échelle de temps du séisme.



1. Pourquoi un courant se crée-t-il lors d'un séisme ?
2. Calculer la FEM : **e (t)** induite par le mouvement de la bobine en fonction de la longueur de bobinage ℓ_b, du champ magnétique permanent créé par l'aimant et de $z(t)$.
3. En déduire une première équation différentielle entre z(t) et i (t)
4. À l'aide de l'étude du mouvement de la bobine, trouver une deuxième équation différentielle liant i(t), z' (t) et $x(t) = z(t) - z_{eq}$, où z_{eq} est la position d'équilibre du bobinage en l'absence de séisme.
5. On suppose que l'onde sismique est sinusoïdale. On considère donc un mouvement forcé tel que z' (t) = $z_m \cos(\omega t)$ et on cherchera des solutions forcées sinusoïdalement.
   - **a.** Déterminer la fonction de transfert.
   - **b.** Que se passe-t-il quand ω —> 0 ? Quand ω —> + ∞ ?
   - **c.** Quel type de filtre obtient-on ?

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Série N°2: Induction

Exercice 1: Roue de Barlow

1- La roue de Barlow

1/ⓐ La règle de la main droite implique que les forces de Laplace au pt A sont orientés suivant $(-\vec{u}_x)$ d'où le sens de rotation de la roue est dans le sens positive. Cad $\boxed{\vec{\Omega} = \omega \vec{u}_z}$ et $\omega > 0$.

On oriente ainsi l'espace selon le repère cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

ⓑ $e_{OA} = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \iint \vec{B}\, d\vec{S}$ et $d\vec{S} = \vec{dOP} \wedge$ sens du courant

$= r\,d\theta\,\vec{u}_\theta \wedge dr\,\vec{u}_r$

$= -r\,dr\,d\theta\,\vec{u}_z$

$\Phi = \iint -B\vec{u}_z \cdot -r\,dr\,d\theta\,\vec{u}_z$

$= B \int_0^a \int_0^{\pi} r\,dr\,d\theta$

$= B \frac{a^2}{2} \pi$

$\Rightarrow e_{OA} = -B\frac{a^2}{2}\frac{d\pi}{dt}$

$\boxed{e_{OA} = -\frac{Ba^2}{2}\omega}$

$\vec{\Gamma}_{Lap} = \int \vec{OM} \wedge \vec{F}_L = \int \vec{OM} \wedge (I\,\vec{dl} \wedge \vec{B}) = \int r\vec{u}_r \wedge (I\,dr\,\vec{u}_r \wedge -B\vec{u}_z)$

$\Rightarrow \vec{\Gamma}_{Lap} = \int_0^a BI\,r\,dr\,\vec{u}_z$ or $\boxed{I = i(H)}$

$\boxed{\vec{\Gamma}_{Lap} = \frac{Ba^2 i(H)}{2}\vec{u}_z}$

ⓘ

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

(c) Bilan des forces au pt M tq $\overrightarrow{OM} = r\vec{u}_r$

$\vec{P} = mg\vec{u}_y$

$\vec{R} = R\vec{u}_y$ $\Rightarrow$ moment appliqués au pts M

$\vec{F}_{Lap} = \int I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

$\vec{\Gamma}_{\vec{P}} = \vec{0}$ et $\vec{\Gamma}_{\vec{R}} = \vec{0}$

$\vec{\Gamma}_L = \frac{Ba^2 i(t)}{2}\vec{u}_z$

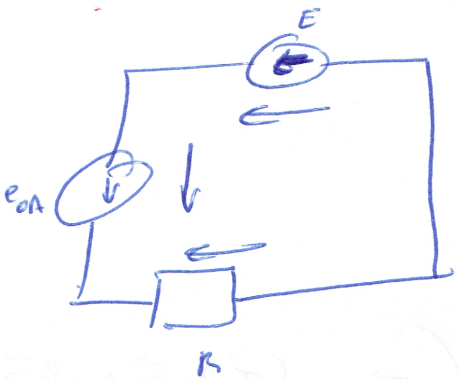
TMC (Théorème des moments cinétiques) :

$\vec{\Gamma}_L = \int \frac{d\vec{w}}{dt}$

$\Rightarrow \frac{Ba^2 i(t)}{2} = \frac{ma^2}{2}\frac{dw}{dt}$ (projection sur $\vec{u}_z$)

$\Leftrightarrow \boxed{Bi(t) = m\frac{dw}{dt}}$

Schéma électrique équivalent au rone de Barlow :



Loi des mailles :

$e_{OA} + E - Ri(t) = 0$

$\Rightarrow i = \frac{e_{OA} + E}{R} = \frac{E}{R} - \frac{Ba^2}{2R}w$

$\Rightarrow B\left(\frac{E}{R} - \frac{Ba^2}{2R}w\right) = m\frac{dw}{dt}$

$\Rightarrow m\frac{dw}{dt} + \frac{Ba^2}{2R}w = \frac{BE}{R}$ (1)

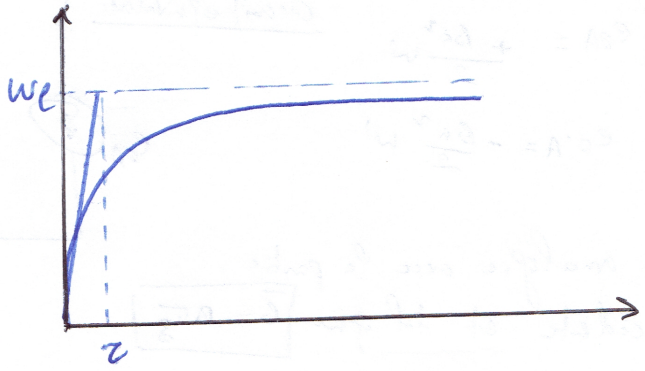
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\frac{2Rm}{Ba^2}\frac{dw}{dt} + w = \frac{2RBE}{Ba^2R}$$

$$\Rightarrow \frac{2Rm}{Ba^2}\cdot\frac{dw}{dt} + w = \frac{2E}{aB} \qquad \text{Soit } w_e = \frac{2E}{aB} \text{ et } \tau = \frac{2Rm}{Ba^2}$$

$$\Rightarrow \tau\frac{dw}{dt} + w = w_e$$

$$\Rightarrow w(t) = w_e\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



d) Bilan de puissance:

$$\begin{cases} P_i(t) = m\frac{dw}{dt} & \times \frac{1}{2}w \\ \left(E = \frac{Ba^2}{2}w + Ri\right) & \times \frac{i}{a} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}BwP_i(t) = \frac{1}{2}mw\frac{dw}{dt} & (1) \\ \frac{Ei}{a} = \frac{Bw}{2}i(t) + \frac{Ri^2}{a} & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2) \Rightarrow \frac{Ei}{a} = \frac{1}{2}mw\frac{dw}{dt} + \frac{Ri^2}{a}$$

$$\Rightarrow Ei = \frac{1}{2}ma^2w\frac{dw}{dt} + Ri^2$$

$$\Rightarrow Ei = \frac{d\left(\frac{1}{2}Jw^2\right)}{dt} + Ri^2$$

- Ei : Puissance fournie par le générateur
- $\frac{d\left(\frac{1}{2}Jw^2\right)}{dt}$: puissance d'inertie de rotation
- Ri^2 : puissance calorifique

(3)

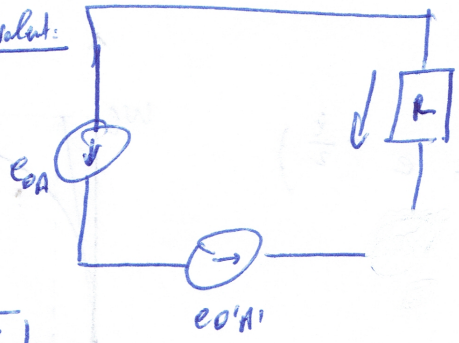
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2- deux roues de Barlow couplées

② la règle de la main droite montre que la roue de Barlow (D') roule dans le sens inverse que (D) puisque le courant circule dans le sens inverse que celle à gauche.

$$\begin{cases} e_{OA} = +\frac{Ba^2}{2}\omega \\ e_{O'A} = -\frac{Ba^2}{2}\omega' \end{cases}$$

Circuit équivalent:



par analogie avec la partie précédente et tel que $\boxed{\vec{B} = B\vec{u}_3}$

2ème loi des mailles.

$$e_{OA} + e_{O'A'} + E - R\,i(t) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{+\frac{Ba^2\omega}{2} - \frac{Ba^2\omega'}{2} - R\,i(t) = 0}$$

2ème loi des mailles: $\boxed{\frac{Ba^2}{2}(\omega - \omega') - R\,i(t) = 0}$

③ TMC au point A: $-B\,i(t) = m\frac{d\omega}{dt}$

d'où $\frac{m\,d\omega}{dt} + \frac{B^2a^2(\omega - \omega')}{2R} = 0$

TMC au point A': $B\,i(t) = m\frac{d\omega'}{dt}$

d'où $m\frac{d\omega'}{dt} - \frac{B^2a^2(\omega - \omega')}{2R} = 0$

d'où $\begin{cases} \frac{d(\omega + \omega')}{dt} = 0 & (1) \\ m\frac{d(\omega - \omega')}{dt} + \frac{B^2a^2(\omega - \omega')}{R} = 0 & (2) \end{cases}$

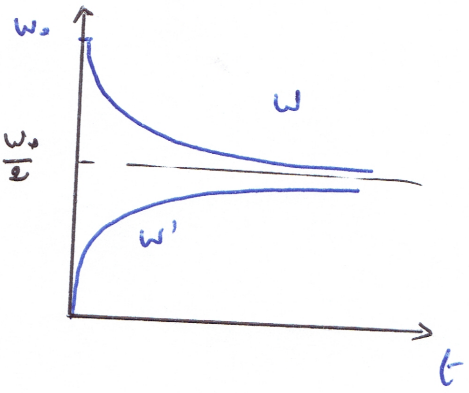
④

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

résolution du système différentiel :

$$\begin{cases} \omega + \omega' = C_1 = \omega_0 \\ \omega - \omega' = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{Rm}{B^2a^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega(t) = \frac{\omega_0}{2}\left(1 + e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ \omega'(t) = \frac{\omega_0}{2}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \end{cases}$$



et $i(t) = \frac{Ba^2}{2R}\omega_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

bilan de puissances :

$$\begin{cases} -\frac{Ba^2 i}{2} + J\frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \times \omega \\ \frac{Ba^2 i}{2} + J\frac{d\omega'}{dt} = 0 \quad \times \omega' \\ \frac{Ba^2}{2}(\omega - \omega') - Ri = 0 \quad \times i \end{cases}$$

Somme : $-\frac{d}{dt}\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J\omega'^2\right) + Ri^2$

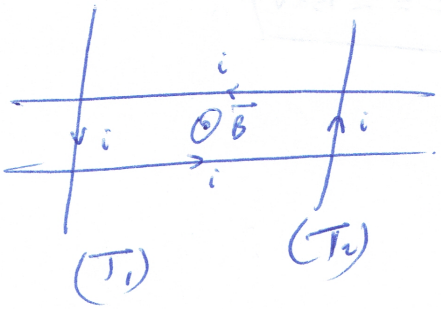
Ce bilan montre qu'il y a une partie de la puissance perdue par D dissipé par effet Joule cette partie sert à freiner les 2 roues

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Exercice 2

1- la tige T_1 est déplacée vers le y croissants donc la surface limité par T_1 et T_2 diminue pour compenser cette diminution et par le principe de lenz il y a création de courant qui sert à déplacer (T_1) dans les sens des y décroissants.

donc le sens du courant est les sens de $x > 0$.



en subissant le courant (T_2) se déplace par les forces de Laplace vers les $y > 0$.

2- sur la tige (T_1)

$\vec{F}_{L_1} = \int \vec{i}\,\vec{dl} \wedge \vec{B}$

$= \int i\, dx\, \vec{u_x} \wedge B\vec{u_z}$

$\boxed{\vec{F}_{L_1} = -iaB\vec{u_y}}$

de même sur la tige (T_2) : $\boxed{\vec{F}_{L_2} = iaB\vec{u_y}}$

RFD au centre de gravité de (T_1) :

$\vec{F}_{L_1} + \underbrace{\vec{P} + \vec{R}}_{=\vec{0}} = m\frac{d\vec{v_1}}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{-iaB = \frac{m\,dv_1}{dt}}$ de même $\boxed{iaB = m\frac{dv_2}{dt}}$.

(1)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Postulat de Faraday:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad d^2\Phi = \vec{B}\, d\vec{S}$$

$$d^2\Phi = B\vec{u_z}\left((-dy)\vec{u_y} \wedge dx\,\vec{u_x}\right)$$

$$= B\vec{u_z}\, dx\, dy\, \vec{u_z}$$

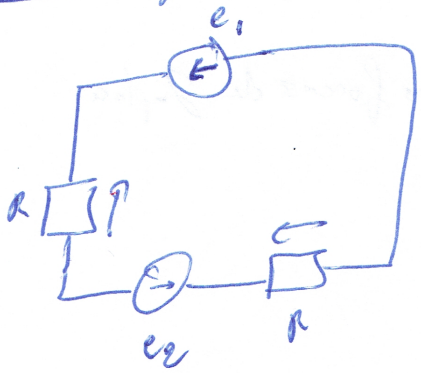
$$= B\, dx\, dy$$

$$\Rightarrow d\Phi = Ba\, dy$$

$$\Rightarrow e = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e_1 = Ba\, v_1 & \left(v_1 = -\frac{dy}{dt}\right) \\ e_2 = -Ba\, v_2 & \left(v_2 = \frac{dy}{dt}\right) \end{cases}$$

Schéma équivalent:



$$\Rightarrow e_1 + e_2 - 2Ri = 0$$

$$\Rightarrow Ba(v_1 - v_2) = 2Ri$$

$$\Rightarrow \boxed{i = \frac{Ba(v_1 - v_2)}{2R}}$$

$$\begin{cases} \text{E-E}: & Ba(v_1 - v_2) = 2Ri \quad (I) \\ \text{E-M}: & \begin{cases} -iaB = m\frac{dv_1}{dt} \quad (II) \\ iaB = m\frac{dv_2}{dt} \quad (III) \end{cases} \end{cases}$$

$$(II) + (III) \Rightarrow v_1 + v_2 = C = v_0$$

$$(II) - (III) \Rightarrow m\frac{d(v_1 - v_2)}{dt} = -2iaB$$

$$\Rightarrow \frac{d(v_1 - v_2)}{dt} + \frac{2aB^2}{mR}(v_1 - v_2) = 0 \qquad (E)$$

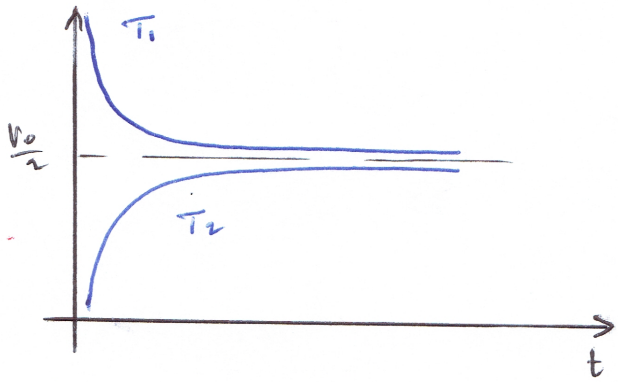
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$V_1 - V_2 = A\, e^{-\frac{mR}{a^2B^2}t}$ or $(V_1 - V_2)(0) = V_0$

d'où $A = V_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 + V_2 = V_0 \\ V_1 - V_2 = V_0\, e^{-\frac{mR}{a^2B^2}t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{V_0}{2}\left(1 + e^{-\frac{mR}{a^2B^2}t}\right) \\ V_2 = \frac{V_0}{2}\left(1 - e^{-\frac{mR}{a^2B^2}t}\right) \end{cases}$$



La tige 1 relâche de vitesse et la tige 2 augmente la vitesse jusqu'à ce que il se stabilisent à la vitesse $\frac{V_0}{2}$ et la distance entre eux se stabilise à cette distance constate.

(I) × i + (II) × V_1 + (III) × V_2

$$\Rightarrow Ba(V_1 - V_2)i + Ba\,V_2 - Ba\,V_1 + 2Ri^2 + \frac{d\left(\frac{1}{2}mV_1^2\right)}{dt} + \frac{d\left(\frac{1}{2}mV_2^2\right)}{dt} = 0$$

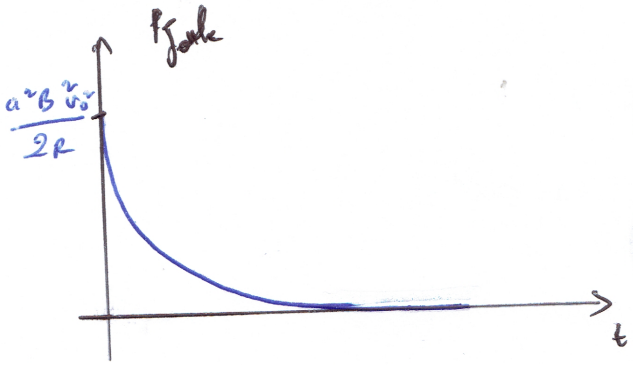
$$\Rightarrow \frac{dEc_1}{dt} = -\frac{dEc_2}{dt} + 2Ri^2 \quad (3)$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$P_{Joule} = R i^2$$

$$= \cancel{R} \times \frac{B^2 a^2}{2R^2} \times V_0^2 e^{-\frac{2mR}{a^2B^2}t}$$

$$\boxed{P_{Joule} = \frac{B^2 a^2 V_0^2}{2R} e^{-\frac{2mR}{a^2B^2}t}}$$



© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$$

$$= k I \sqrt{2} \left(\cos(\omega t)\,\vec{e_x} + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-i\frac{2\pi}{3}} \vec{e_x} + \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) e^{i\frac{2\pi}{3}} \vec{e_x} \right)$$

$$= k I \sqrt{2} \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}\vec{e_x} + \frac{e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{3}) - i(\omega t - \frac{2\pi}{3})} + e}{2} e^{i\frac{2\pi}{3}} \vec{e_x} + \frac{e^{i(\omega t - \frac{4\pi}{3})} + e^{-i(\omega t - \frac{4\pi}{3})}}{2} e^{i\frac{4\pi}{3}} \vec{e_x} \right)$$

$$= \frac{k I \sqrt{2}}{2} \left(\left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right)\vec{e_x} + \left(e^{i\omega t} + e^{+\frac{4\pi}{3}i} e^{i\omega t}\right)\vec{e_x} \right.$$
$$\left. e^{i\omega t}\vec{e_x} \quad e^{-i(\omega t - \frac{8\pi}{3})}\vec{e_x} \right)$$

$$= \frac{k I \sqrt{2}}{2} \left(3 e^{i\omega t}\vec{e_x} + e^{-i\omega t}\left(1 + e^{+i\frac{4\pi}{3}} + e^{+i\frac{8\pi}{3}}\right)\vec{e_x} \right)$$

$$= \frac{k I \sqrt{2}}{2} 3 e^{i\omega t}\vec{e_x}$$

$$= \frac{3}{2} k I \sqrt{2} \left(\cos(\omega t)\,\vec{e_x} + \sin(\omega t)\,\vec{e_y}\right)$$

⚠

(si on ne passe pas au réel de $\vec{B}$ c'est juste $e^{i\frac{\pi}{2}}\vec{e_x} = \vec{e_y}$)

3-

$$\vec{B} = \sum_{i=0}^{n} \vec{B_i}$$

$$= \frac{k I \sqrt{2}}{2} \left(n\, e^{i\omega t}\vec{e_x} + e^{-i\omega t}\left(1 + e^{i\frac{\pi}{n}} + e^{i\frac{2\pi}{n}} + \dots + e^{i\frac{(n-1)\pi}{n}}\right)\vec{e_x} \right)$$

$= 0$

$$\boxed{\vec{B} = k I \sqrt{2} \times \frac{n}{2} \left(\cos(\omega t)\,\vec{e_x} + \sin(\omega t)\,\vec{e_y}\right)}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$B_2(t) = k i_2(t) = k I_{02} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{B_2(t) = k I_{02} \sin(\omega t)}$$

$B_0 = k I_{01} = \dfrac{k U_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$ or $\arctan\dfrac{L\omega}{R} = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow \dfrac{L\omega}{R} = 1$

$\Rightarrow L\omega = R$

$B_0 = \dfrac{k U_0}{\sqrt{2R^2}} = \dfrac{k U_0}{\sqrt{2}R}$

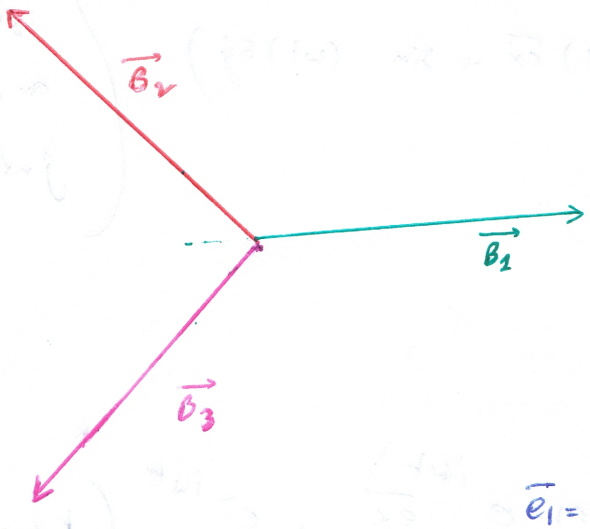
$$\Rightarrow \boxed{B_0 = \frac{k U_0}{\sqrt{2}R}}$$

$\vec{B} = B_1 \vec{u_x} + B_2 \vec{u_y}$

$= B_0 \left(\cos(\omega t)\vec{u_x} + \sin(\omega t)\vec{u_y}\right)$

$\boxed{\vec{B} = B_0 \vec{u_\theta}}$ avec $\theta = \omega t$

B-



$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$

$= kI\sqrt{2}\left(\vec{e_1} + \vec{e_2} + \vec{e_3}\right)$

$\vec{e_1} = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$

$\vec{e_2} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$

$\vec{e_3} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2) $I_{01}^2 = I_{02}^2$

$\Rightarrow \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2 = Lw^2$

$\Rightarrow \begin{cases} Lw - \frac{1}{Cw} = Lw & \text{(impossible)} \\ Lw - \frac{1}{Cw} = -Lw & \Rightarrow 2Lw = \frac{1}{Cw} \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{w = \frac{1}{\sqrt{2LC}}}$

Q: $I_{01} = I_{02} \Leftrightarrow w = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$

$\begin{cases} \varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{-Lw}{R} = -\operatorname{arctg} \frac{Lw}{R} < 0 \\ \varphi_2 = \operatorname{arctg} \frac{Lw}{R} > 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \boxed{\varphi_1 = -\varphi_2}$

3) $\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 = 0 \\ \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow 2\varphi_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\varphi_2 = \frac{\pi}{4}}$ et $\boxed{\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}}$

4) $\varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$; $\varphi_2 = \frac{\pi}{4}$; $w = \frac{1}{\sqrt{2LC}}$

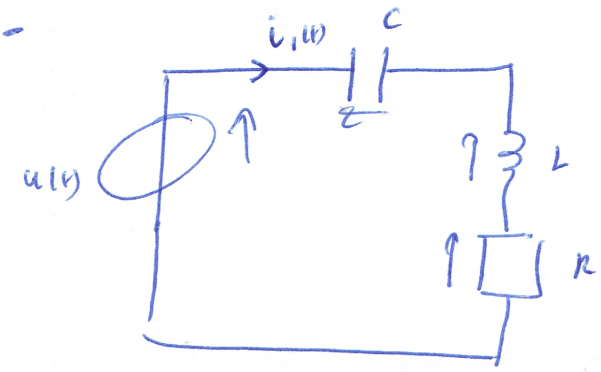
on choisit $\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow \boxed{b_1(t) = k\, i_1(t) = k\, I_{01} \cos(wt)}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Exercice 3 : Création d'un Champ tournant

A-



maille I

D'après des mailles $u(t) - u_c - L\frac{di}{dt} - Ri = 0$

$\Rightarrow \underline{u}(t) - \underline{u_c} - L\frac{d\underline{i}}{dt} - R\underline{i} = 0$

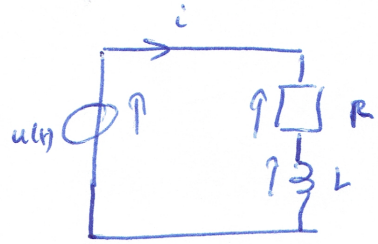
$\Rightarrow U_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)} = \left(\frac{1}{jC\omega} + jL\omega + R\right)\underline{i}$

$\Rightarrow \underline{i}_1 = \frac{U_0}{\frac{1}{jC\omega} + jL\omega + R} e^{i(\omega t + \varphi_0)}$

$= I_{01} e^{i(\omega t + \varphi_0 - \varphi_1)}$

$\Rightarrow \boxed{I_{01} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}}$

$\boxed{\varphi_1 = \arctg \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}}$



$\underline{i}_2(t) = \frac{U_0}{jL\omega + R} e^{i\omega t}$ $\Rightarrow$

$\boxed{I_{02} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}}$

$\boxed{\varphi_2 = \arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right)}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Moteur asynchrone:

d'après le postulat de Faraday:

$$e = -\frac{d\Phi_{ext}}{dt}$$

$$d^2\Phi = n \vec{B}.d\vec{s}$$

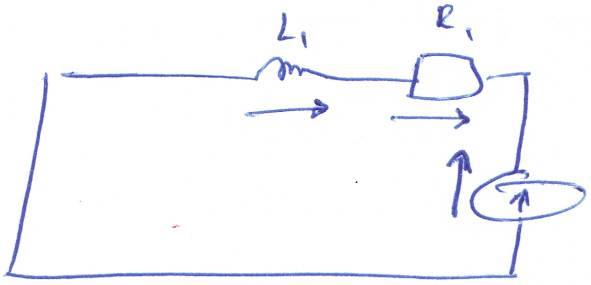
$$= n B_0 ds \cos((w-\omega)t)$$

$$\Rightarrow \Phi = n B_0 S \cos((w-\omega)t)$$

$$\Phi = \Phi_0 \cos((w-\omega)t)$$

$$\Rightarrow \boxed{e = (w-\omega)\Phi_0 \cos\left((w-\omega)t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

schéma équivalent dans la bobine:



$$\Rightarrow \underline{e} = R_1 \underline{i} + jL_1(w-\omega)\underline{i}$$

$$= (R_1 + jL_1(w-\omega))\underline{i}$$

$$\Rightarrow (w-\omega)\Phi_0 e^{j\left((w-\omega)t-\frac{\pi}{2}\right)} = (R_1 + jL_1(w-\omega)) I_0 e^{j((w-\omega)t-\frac{\pi}{2})-\Psi}$$

$$\Rightarrow I_0 e^{-j\Psi} = \frac{(w-\omega)\Phi_0}{R_1 + jL_1(w-\omega)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I_0 = \dfrac{(w-\omega)\Phi_0}{\sqrt{R_1^2 + L_1^2(w-\omega)^2}} \\ \Psi = \arctg\left(\dfrac{L_1(w-\omega)}{R_1}\right) \end{cases}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2) $\vec{\Gamma} = \Gamma_{uz} = m \vec{m} \wedge \vec{B}$

$= m\, i(t)\, S\, \vec{N} \wedge \vec{B}$

$= \Phi_0\, i(t) \sin\left((\omega - \alpha)t\right) \vec{u_z}$

$= \dfrac{(\omega - \alpha)\,\Phi_0^2}{\sqrt{R_1^2 + L_1^2(\omega-\alpha)^2}} \sin\left((\omega-\alpha)t\right) \sin\left((\omega-\alpha)t - \Psi\right) \vec{u_z}$

3) $\boxed{\langle \vec{\Gamma} \rangle = \dfrac{(\omega - \alpha)\,\Phi_0^2}{2\sqrt{R_1^2 + L_1^2(\omega-\alpha)^2}} \cos(\Psi)}$

avec $\Psi = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{L_1(\omega-\alpha)}{R_1}\right)$

$\dfrac{1}{\cos^2\theta} = 1 + \operatorname{tg}^2\theta$

$\Rightarrow \cos^2\theta = \dfrac{1}{1+\operatorname{tg}^2\theta}$

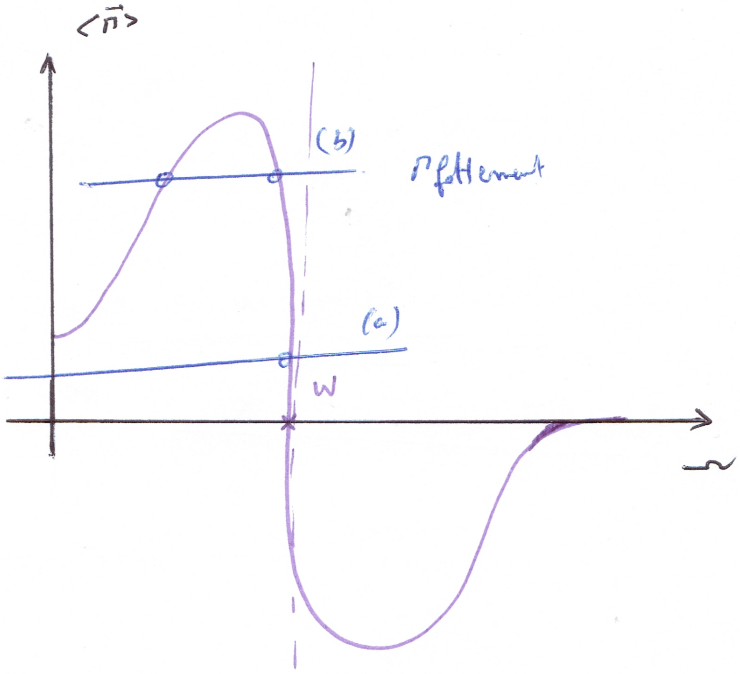
$\cos^2\Psi = \dfrac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{L_1(\omega-\alpha)}{R_1}\right)\right)}$

$= \dfrac{R_1^2}{R_1^2 + L_1^2(\omega-\alpha)^2}$

$\Rightarrow \cos\Psi = \dfrac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + L_1^2(\omega-\alpha)^2}}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

d'où $$\langle \vec{\Gamma} \rangle = \frac{R_1 (W - \Omega) \langle \Phi_0 \rangle^2}{2 \left(R_1^2 + L_1^2 (W - \Omega)^2 \right)}$$



On restreint l'étude à $[0, W]$ car le pt (W, 0) est un pt de Symétrie pour cette courbe.

4) TMC : $\langle \Gamma_{Lap} \rangle - \Gamma_0 = J \frac{dW}{dt}$

En régime permanent, on a $\frac{d\Omega}{dt} = 0 \Rightarrow \Omega = cste$

$\langle \Gamma_{Lap} \rangle = \Gamma_0$

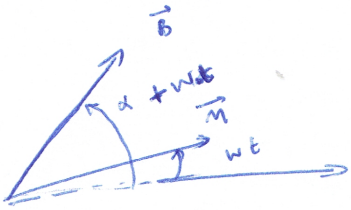
Si le moteur atteint un état d'équilibre stable il ne peut pas démarrer spontanément, si tout les état qu'il atteint son instables, il demarre automatiquement.

état (a) : stable et le moteur démarre spontanément

(b) : état instable et le moteur ne démarre pas spontanément.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Exercice 5 : Moteur synchrone



(a) $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$

$$\vec{\Gamma} = m B \sin\left((w_0 - w)t + \alpha\right) \vec{u_B}$$

(b) $\langle \vec{\Gamma} \rangle = 0$ si $w_0 \neq w$ ssi $\langle \vec{\Gamma} \rangle \neq 0$

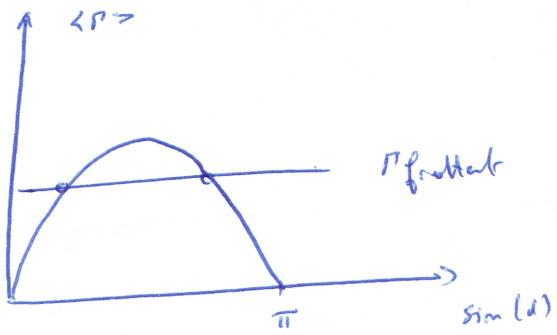
donc pour le moteur existe

$$\langle \vec{\Gamma} \rangle = m B \sin(\alpha)$$

$\Rightarrow w = w_0$

$$P_m = m B$$

(c)



toujours équilibre stable donc pas de démarrage spontané sauf si $\langle \Gamma \rangle_{frott.} = P_m$.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Principe du moteur continu :

1- Étude d'une tige seule

(a) $e_{AB} = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $d^2\Phi = \vec{B}.d\vec{s}$

$d^2\Phi = -B_0\vec{u_z} \cdot r\,d\theta\,\vec{u_\theta} \wedge dr\,\vec{u_r}$

$= B_0\, r\, dr\, d\theta$

$\Rightarrow d\Phi = B_0 \frac{(b-a)^2}{2} d\theta$

$\Rightarrow \boxed{e_{AB} = -B_0 \frac{(b-a)^2}{2} \omega}$

(b) $\vec{\Gamma}_L(\theta) = \int \vec{om} \wedge (I\,d\vec{\ell} \wedge \vec{B})$

$= \int r\vec{u_r} \wedge (I\,dr\,\vec{u_r} \wedge -B_0\vec{u_z})$

$= \int_A^B I B_0\, r\, dr\, \vec{u_z}$

$\boxed{\vec{\Gamma}_L(\theta) = \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I\, \vec{u_z}}$

$\Gamma_L(\theta).\omega + e_{AB} I = \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I.\omega - B_0 \frac{(b-a)^2}{2} \omega I = 0$

$\Rightarrow$ couplage électromagnétique : $\boxed{\Gamma_L(\theta).\omega + e_{AB} I = 0}$ $\quad P_L + e_i = 0$

2- Mouvement du rotor complet

(a) Ces conducteurs sont disposés en parallèle $\Rightarrow V_A - V_B = E + e_{OA}$

$\boxed{\vec{M} = p \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I' \vec{u_z}}$ avec I' est le courant dans une maille d'après la loi des nœuds $I = pI'$

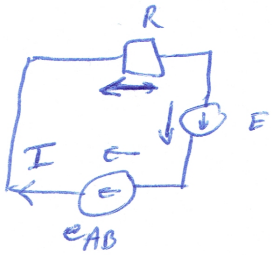
Prendre p tige sert à augmenter la valeur du couples exercé sur la tige.

mais n'augmente pas la norme (car $pI' = I$)

$\boxed{\vec{M} = \vec{\Gamma}_{ext}}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

(b) dans une maille :



$$E = RI - e_{AB} = RI + \frac{B_0 (b-a)^2 \omega}{2}$$

TMC : $\Rightarrow \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I + \Gamma_e = J \frac{d\omega}{dt}$ (car $\vec{\Gamma}_P = \vec{\Gamma}_R = \vec{0}$)

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{E-E : } E = RI + \frac{B_0 (b-a)^2 \omega}{2} & (1) \\ \text{E-M : } \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I - \Gamma_e = J \frac{d\omega}{dt} & (2) \end{cases}$$

(1) $\Rightarrow I = \frac{E}{R} - \frac{B_0 (b-a)^2 \omega}{2R}$

$\Rightarrow \frac{(b-a)^2}{2} B_0 I = \frac{(b-a)^2}{2} B_0 \left(\frac{E}{R} - \frac{B_0 (b-a)^2}{2R} \omega \right)$

(2) $J \frac{d\omega}{dt} + \frac{B_0^2 (b-a)^4}{4R} \omega = \frac{(b-a)^2 B_0}{2R} E - \Gamma_e$

$\Rightarrow \omega(t) = \omega_e \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

$$\begin{cases} \omega_e = \frac{2}{B_0 (b-a)^2} - \frac{\Gamma_e \cdot 4R}{B_0^2 (b-a)^4} \\ \tau = \frac{4RJ}{B_0^2 (b-a)^4} \end{cases}$$

pour que le moteur fonctionne il faut que

$\omega_e > 0 \Rightarrow \frac{2}{B_0 (b-a)^2} - \frac{\Gamma_e 4R}{B_0^2 (b-a)^4} > 0$

$$\Rightarrow \boxed{\Gamma_e < \frac{B_0 (b-a)^2}{2R}}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Mouvement de la bobine d'un sismographe

1) On se place dans le cas d'un circuit mobile dans un champ magnétique uniforme donc par le principe de ~~Lorentz~~ Lenz un courant se crée dans la bobine pour compenser l'augmentation du champ $\vec{B}$ par des spires de B.

2) postulat de Faraday :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{avec} \quad d^2\Phi = \vec{B}.d\vec{S}$$

En effet

$d\vec{S} = \vec{dip} \wedge \vec{courant}$

$= dz\,\vec{u_z} \wedge a\,d\theta\,\vec{e_\theta}$

$= -a\,d\theta\,dz\,\vec{e_r}$

$= B_0 \vec{e_r} . -a\,d\theta\,dz\,\vec{e_r}$

$= -B_0\,a\,d\theta\,dz$

$\Rightarrow d\Phi = -2\pi a B_0 dz$

or $l_b = 2\pi a N$

Ainsi $d\Phi = -l_b B_0 dz \Rightarrow \boxed{e = +l_b B_0 \dot{z}(t)}$

3)

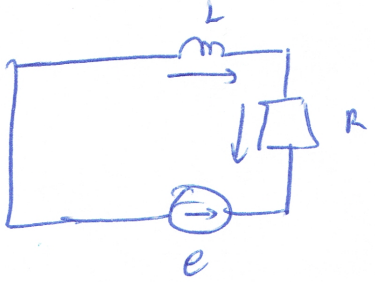


Schéma équivalent dans la bobine.

Lois des mailles :

$$\boxed{Ri + L\frac{di}{dt} - l_b B_0 \dot{z}(t) = 0}$$

4) Bilan des forces appliqués au point G :

- poids
- Tension du ressort
- Force de Laplace
- Forces d'inertie de Coriolis et d'entraînement.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2nd Loi de Newton

$$m\vec{g} + k(\ell(t) - \ell_0)\vec{e_z} + \vec{F_L} + \vec{F_{ic}} + \vec{F_{ic}} = m\vec{a}$$
$$\vec{0}$$

② $\vec{F_{ie}} = -m\left(\left(\frac{d\vec{OC}}{dt}\right)_{R_0} + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \wedge \vec{V} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OC})\right)$

$\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \vec{0}$; $\vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{OC}) = \vec{0}$

$$\boxed{\vec{F_{ic}} = -m\ddot{z}'(t)\vec{e_z}}$$

③ A l'équilibre

$$-mg + k(\ell_{éq} - \ell_0) = 0 \Rightarrow \boxed{mg = k(\ell_{éq} - \ell_0)}$$

④ $\vec{F_L} = \int_{NI} d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$

$= \int_{NI} a\, d\theta\, \vec{e_\theta} \wedge B\vec{e_r}$

$= -2\pi a N I B \vec{e_z}$

$$\boxed{\vec{F_L} = -\ell_b B I \vec{e_z}}$$

$$\Rightarrow -k(\ell_{éq} - \ell_0)\vec{e_z} + k(\ell(t) - \ell_0)\vec{e_z} - \ell_b B I \vec{e_z} - m\ddot{z}'\vec{e_z} = m\ddot{z}\vec{e_z}$$

Projection sur $(\vec{e_z})$:

$$\Rightarrow k(\ell(t) - \ell_{éq}) - \ell_b B I - m\ddot{z}' = m\ddot{z}$$

or $h = z(t) + \ell(t) = z_{éq} + \ell_{éq}$

$$\Rightarrow \ell(t) - \ell_{éq} = z'_{éq} - z(t) = -x(t) \Rightarrow \ddot{x}(t) = \ddot{z}(t)$$

$$\boxed{-kx(t) - \ell_b B I - m\ddot{z}' = m\ddot{z}}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

On aura : $\boxed{h\underline{x}(t) + \ell_b B \underline{I} + m\ddot{\underline{x}}(t) = -m\ddot{\underline{z}}'}$

5/ ⓐ

$$\underline{H} = \frac{\underline{i}(t)}{\underline{z}'(t)}$$

$$\begin{cases} R\underline{i}(t) + jL\omega\,\underline{i}(t) - j\ell_b B\omega\,\underline{x}(t) = 0 \Rightarrow (R + jL\omega)\,\underline{i}(t) = j\ell_b B\omega\,\underline{x}(t) \quad (*) \\ -h\underline{x}(t) - \ell_b B\,\underline{i}(t) + m\omega^2\underline{z}'(t) = -m\omega^2\underline{x}(t) \end{cases}$$

$$(*) \quad \underline{x}(t) = \frac{R + jL\omega}{j\ell_B B\omega}\,\underline{i}(t)$$

$$\Rightarrow + \left(+ k \cdot \frac{R + jL\omega}{j\ell_B B\omega} + \ell_B B - \frac{m\omega^2 (R + jL\omega)}{j\ell_B B\omega} \right) \underline{i}(t) = + m\omega^2 \underline{z}'(t)$$

$$\Rightarrow \underline{H}(t) = \frac{\omega^2}{k \cdot \frac{R + jL\omega}{j\ell_B B\omega} + \ell_B B - \frac{(R + jL\omega)\omega}{j\ell_B B}}$$

ⓑ $\omega \longrightarrow 0 \Rightarrow \underline{H}(t) = 0$

$\omega \longrightarrow +\infty \Rightarrow \underline{H} \longrightarrow k \neq 0$

ⓒ donc le filtre est un filtre passe - Bas.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.