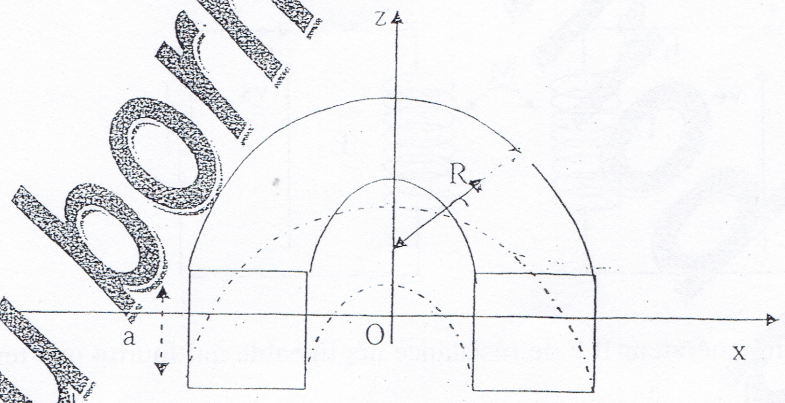
Pince ampère-métrique

A- On considère un tore de section carrée de côté a et de rayon R (figure 1) sur le quel on a enroulé n spires jointives, les deux extrémités du fil étant court-circuitées.

La figure 1 représente la moitié du tore délimité par un plan passant par l'axe (O,z) le bobinage n'est pas dessiné. L'espace est rapporté à un système de coordonnées cylindrique $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$. Chaque spire est contenue dans un plan méridien $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$. Le circuit est parcouru par un courant d'intensité I.

A l'aide des propriétés de symétrie de la distribution de courant, déterminer les propriétés géométriques du champ magnétique qu'elle génère.

Figure1



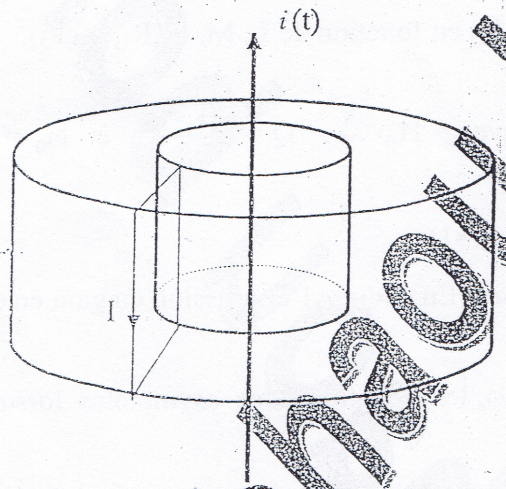
- Calculer le champ magnétique en un point quelconque de l'espace.
- En déduire l'inductance propre de ce circuit par deux méthodes :

a- Calcul direct du flux. b- Par l'intermédiaire de l'énergie magnétique.

B – On considère à nouveau le circuit torique décrit dans A avec ses mêmes caractéristiques géométriques. On place dans sa partie centrale un fil infini se confondant avec l'axe (Oz). Le fil est parcouru par le courant *i*, alors que le tore est parcouru par I.

La figure 2 décrit le dispositif étudié sur lequel n'est représentée qu'une seule spire du circuit torique. Elle précise en outre les orientations des courants. La résistance du circuit torique est notée r et ses extrémités ne sont plus court-circuitées mais connectées à un voltmètre d'impédance interne R_v.

Figure2



Le courant *i* est sinusoïdal et a pour expression $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ établir la relation différentielle entre *i* et I : $\alpha \frac{dI}{dt} + \beta I = -\frac{\alpha}{n}\frac{di}{dt}$; α et β sont deux constantes.

En régime sinusoïdal forcé, déterminer le courant I(t) dans le tore et en déduire la tension mesurée par le voltmètre.

Ecrire la fonction de transfert sous la forme suivante : $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}}{\underline{i}} = H_{max} \frac{-j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$.

Tracer le diagramme de Bode : Quel est l'intérêt de ce dispositif ? Préciser son cadre d'application.

Khaou borhen Khaou borhen

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

PINCE AMPERE-METRIQUE

A- On considère un tore de section carrée de côté **2a** et de rayon **R** (figure 1) sur le quel on a enroulé **N** spires jointives, les deux extrémités du fil étant court-circuitées.
La figure 1 représente la moitié du tore délimité par un plan passant par l'axe (O,z) le bobinage n'est pas dessiné. L'espace est rapporté à un système de coordonnées cylindrique $(O,\vec{u}_r,\vec{u}_\theta,\vec{u}_z)$. Chaque spire est contenue dans un plan méridien $(O,\vec{u}_r,\vec{u}_z)$. Le circuit est parcouru par un courant d'intensité **I**.

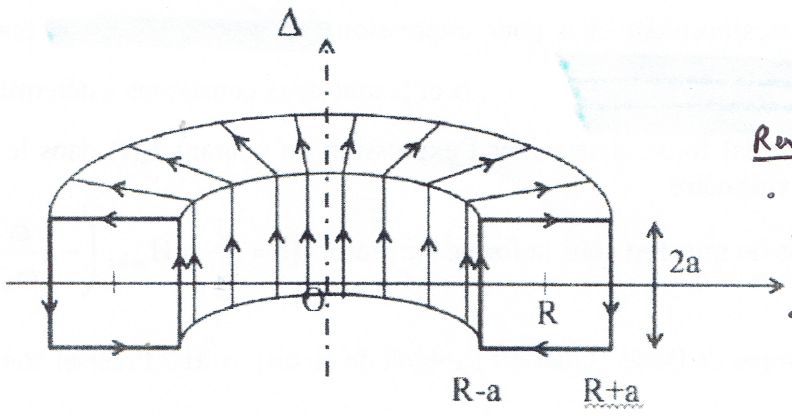


Figure 1

Remarque:
• Le voltmètre est monté en série avec la Tore.
• faute :
$e = M\frac{di}{dt}$ et pas Mi
✓ ✗

Schéma représentant la bobine torique de section carrée d'écrite dans l'énonce, une moitie seulement ;

1- A l'aide des propriétés de symétrie de la distribution de courant, déterminer les propriétés géométriques du champ magnétique $\vec{B}(M)$ qu'elle génère.

2- Calculer le champ magnétique $\vec{B}(M)$ en un point quelconque de l'espace.

3- En déduire l'inductance propre **L** de ce circuit par deux méthodes :
- **a-** Calcul direct du flux **Φ**.
- **b-** Par l'intermédiaire de l'énergie magnétique W_{mag}.

B – On considère à nouveau le circuit torique décrit dans **A** avec ses mêmes caractéristiques géométriques. On place dans sa partie centrale un fil infini se confondant avec l'axe (Oz). Le fil est parcouru par le courant $I_1(t)$, alors que le tore est parcouru par un courant induit $I_2(t)$ (phénomène d'induction).

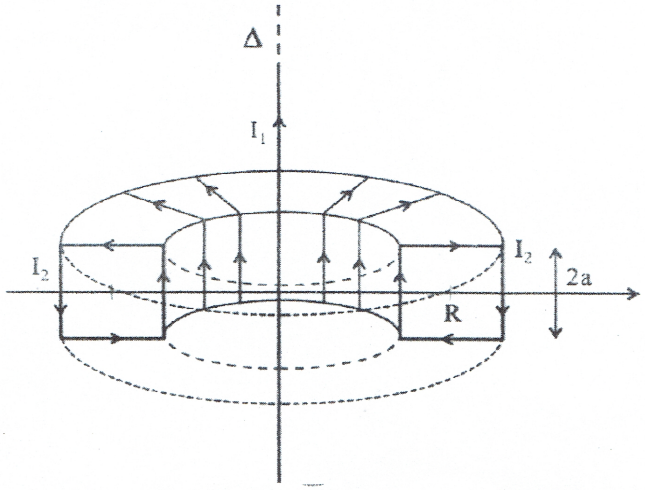


Figure 2

La figure 2 décrit le dispositif étudié sur lequel est représentée les spires du circuit torique. Elle précise en outre les orientations des courants. La résistance du circuit torique est notée **r** et ses extrémités ne sont plus court-circuitées mais connectées à un voltmètre d'impédance interne R_v.

voltmètre en série

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

1- Calculer le flux du champ $\vec{B}_1(M)$, crée par le fil "infini" (circuit 1, parcouru par le courant I_1), a travers la bobine (circuit 2).

2- Définir le coefficient d'inductance du circuit **1** à travers le circuit **2**, qu'on notera M_{21}, et déduire son expression de la question précédente.

3- Calculer de même le flux du champ $\vec{B}_2(M)$, crée par la bobine (circuit 2, parcouru par le courant I_2) à travers le circuit 1 (fil "infini", avec retour du courant et fermeture du circuit loin de la région occupée par la bobine torique, comme dans la question 1). En déduire l'expression du coefficient d'induction M_{12} du circuit 2 à travers le circuit 1.

4- Le courant I_1 est sinusoïdal et a pour expression $I_1(t) = I_{01}\cos(\omega t)$ établir la relation différentielle suivante : $\alpha\frac{dI_2}{dt} + \beta I_2 = -\frac{\alpha}{N}\frac{dI_1}{dt}$; α et β sont deux constantes à déterminé.

5- En régime sinusoïdal forcé, déterminer l'expression du courant $\mathbf{I_2(t)}$ dans le tore et en déduire la tension U(t) mesurée par le voltmètre.

6- Ecrire la fonction de transfert sous la forme suivante : $\underline{H} = \frac{\underline{U}}{\underline{I_2}} = H_{max}\left(-j\frac{\omega}{\omega_0}\right)\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$.

7- Tracer le diagramme de Bode : Quel est l'intérêt de ce dispositif ? Préciser son cadre d'application.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Pince Ampère - Métrique

A -

① $\vec{B} = \vec{B}(r,\theta) = B(r,\theta)\,\vec{u_\theta}$

d'après le principe de pierre carrée et considérant $\pi(M, \vec{u_r}, \vec{u_z})$ un P.S.P.

② Théorème d'Ampère : $\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = \mu_0 \sum I_{enlacé}$

$$\oint \vec{B}\,d\vec{\ell} = \int B(r,\theta)\,\vec{u_\theta}\cdot r\,d\theta = B(r,\theta)\,2\pi r$$

$$\sum I_{enlacé} = NI \qquad \begin{matrix} r \in [R-a,\ R+a] \\ \theta \in]a, 2a[\end{matrix}$$

$$\Rightarrow B(r,\theta)\,2\pi r = \mu_0 N I$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B}(r,\theta) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\,\vec{u_\theta}}$$

③ ⓐ $\Phi = N \iint \vec{B}\cdot d\vec{S}$

$$= N \int_{R-a}^{R+a} \int_{a}^{2a} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}\,\vec{u_\theta}\cdot dr\,d\theta\,\vec{u_\theta}$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 I}{2\pi}\, a \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$

$$= L I$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2}{\pi}\, a \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

b)

$$w_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$W_{mag} = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0} \, r \, dr \, d\theta \, dz$$

$$= \int_{R-a}^{R+a} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{2a} \frac{\mu_0^2 N^2 I^2}{8\mu_0 \pi^2 r^2} \, r \, dr \, d\theta \, dz$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 I^2}{8\pi} \, 2\pi \, a \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$

$$= \frac{1}{2} L I^2$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0 N^2}{2\pi} a \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)\right) I^2$$

$$\Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2 a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)}$$

B- ①

$$\boxed{\vec{B_1}(M) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \vec{u_\theta}}$$

$$\Phi_{12} = \iint \vec{B_1}(M) \cdot d\vec{S}$$

$$= \iint N \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \, dr \, dz$$

$$= N \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} 2a \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$

$$\boxed{\Phi_{12} = \frac{\mu_0 N I_1 a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

2) $\Phi_{12} = M_{12} I_1$

$$\Rightarrow \boxed{M_{12} = \frac{\mu_0 N a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)}$$

3) $\Phi_{21} = \iint \vec{B}_2 \, d\vec{S}_1$

$$= \iint \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \vec{u_\theta} \, dr \, dz \, \vec{u_\theta}$$

$$= \frac{\mu_0 N I_2}{2\pi} 2a \ln \frac{R+a}{R-a}$$

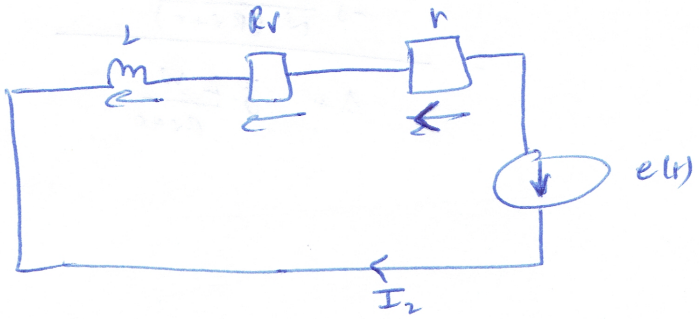
$$= \frac{\mu_0 N a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right) I_2$$

$$= M_{21} I_2$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{21} = \frac{\mu_0 N a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)} = M_{12} = \frac{L}{N}$$

(Théorème de Neumann)

4) circuit équivalents dans le Tore



$$(R_v + r) I_2 + L \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{(R_v + r) I_2 + L \frac{dI_2}{dt} = -\frac{L}{N} \frac{dI_2}{dt}}$$

$$\begin{cases} \beta = R_v + r \\ \alpha = L \end{cases}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$L\frac{dI_2}{dt} + (R_v+r)I_2 = -\frac{d}{N}\frac{dI_1}{dt}$$

$$jLw\,I_2 + (R_v+r)I_2 = -j\frac{L}{N}w\,I_{01}\,e^{iwt}$$

$$I_2 = I_{02}\,e^{i(wt+\varphi)}$$

$$jLw\,e^{i\varphi}I_{02} + (R_v+r)e^{i\varphi}I_{02} = -j\frac{L}{N}w\,I_{01}$$

$$I_{02}\,e^{i\varphi} = \frac{-j\frac{L}{N}w}{(R_v+r)+jLw}\,I_{01}$$

$$\begin{cases} I_{02} = \dfrac{\frac{L}{N}w\,I_{01}}{\sqrt{(R_v+r)^2+(Lw)^2}} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\dfrac{Lw}{R_v+r} \end{cases}$$

6)

$$H = \frac{U}{I_1} = \frac{R_v I_2}{I_1} = \frac{-j\frac{L}{N}R_v w}{(R_v+r)+jLw}$$

$$= \frac{-j\frac{L}{N}\frac{R_v w}{(R_v+r)}}{1+j\frac{Lw}{R_v+r}}$$

Soit $\frac{1}{w_0} = \frac{L}{R_v+r}$

$$\Rightarrow H = \frac{-j\frac{w}{w_0}\times\frac{R_v}{N}}{1+j\frac{Lw}{R_v+r}} = H_{max}\left(-j\frac{w}{w_0}\right)\frac{1}{1+j\frac{w}{w_0}}$$

Passe - Haut

Permet de passer les tension dans les fils de très hautes fréquences.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.