

Effet Hall

On considère un métal parcouru par un courant électrique permanent. Le passage du courant est assuré par un déplacement d'électrons. Qualifiés d'électrons libres de charge $q = -e$, de masse m et de concentration n . Le métal contient en outre des charges fixes positives. Si ρ_m désigne la densité volumique des charges mobiles et ρ_f celle des charges fixes, alors $\rho_m + \rho_f = 0$

Pour rendre compte de la conductivité du métal, on considère que les électrons assurant la conduction se déplacent avec une vitesse $\vec{v}$ et subissant une force $\vec{f} = -\lambda \vec{v}$. Cette force modélise leurs interactions avec l'environnement.

Dans cette partie l'espace est rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ et le métal est soumis à un champ électrique $\vec{E} = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z$ et à un champ magnétique $\vec{B} = B \vec{u}_z$:

- a- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron et en déduire en régime permanent, une relation entre $\vec{j}$ et $\vec{E}$ du type :

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

Où les coefficients γ_{ik} s'expriment en fonction de γ , n , e et B .

- b- On étudie les effets du champ magnétique sur le conducteur métallique dans le cadre de la géométrie d'un barreau de Hall. Dans cette géométrie le courant circule à l'intérieur d'un barreau infiniment long, de section rectangulaire S (figure 2). Les lignes de courant sont parallèles à Ox .

Montrer que pour $\vec{j} = j \vec{u}_x$, on observe la présence d'un champ électrique $\vec{E}_H = E_y \vec{u}_y$, nommé champ de Hall, que l'on exprimera en fonction de j , n , e et B . Comment peut-on mesurer ce champ électrique ?

AN : dans un métal n est de l'ordre de 10^{22} cm^{-3} . Calculer l'ordre de grandeur du champ de Hall pour $B = 1 \text{ T}$ et $j = 1 \text{ Am}^{-2}$.

Que peut-on conclure ? Dans quel type de matériau ce phénomène est-il observable et pourquoi ?

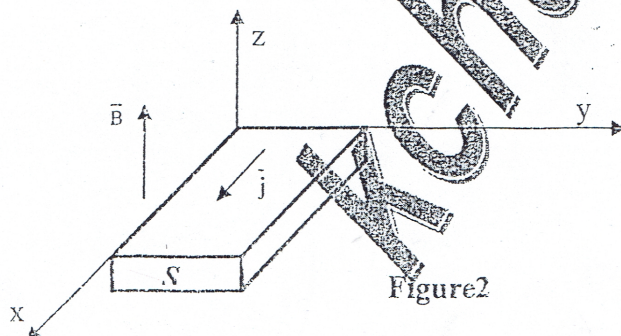
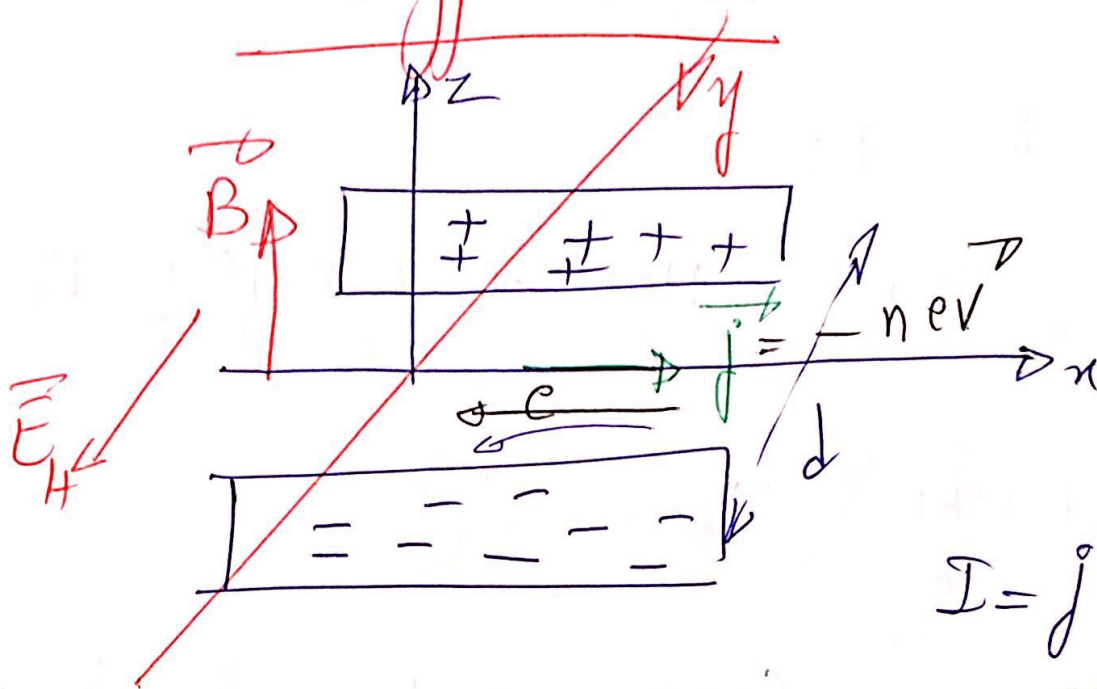


Figure 2

Effet Hall



$$I = j S$$

$$= nev S$$

$$\vec{F}_{mag} = -e \{ \vec{v} \wedge \vec{B} \} = \frac{j \wedge \vec{B}}{n}$$

⇒ création d'un champ de Hall $\vec{E}_H$ dirigé de la charge (+) → (-)

$$\vec{F}_{Hall} = q \vec{E}_{Hall} = -e \vec{E}_{Hall}$$

En régime permanent: $\|\vec{F}_H\| = \|\vec{F}_{mag}\|$

$$e \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| = e \|\vec{E}_H\|$$

$\searrow v_m$

$$\frac{I}{neS} \|\vec{B}\| = \frac{U}{d}$$

(12)

Effet Hall

$$\vec{f}_v = -\lambda \vec{v} = -\frac{m}{\hbar} \vec{v}$$

$$\vec{E} = E_x \vec{u}_x + E_y \vec{u}_y + E_z \vec{u}_z$$

$$\vec{B} = B \vec{u}_z$$

permet: $\vec{0} = +e\vec{E} + \lambda \vec{v} + e(\vec{v} \wedge \vec{B}) \Rightarrow$

$$e\vec{E} - \frac{\lambda \vec{J}}{ne} - e\left[\frac{\vec{J}}{ne} \wedge \vec{B}\right] = \vec{0}$$

$$\frac{\lambda}{ne} \vec{J} = e\left[\vec{E} - \frac{\vec{J} \wedge \vec{B}}{ne}\right]$$

$$\vec{J} = \left(\frac{ne^2}{\lambda}\right) \left[\vec{E} - \frac{\vec{J} \wedge \vec{B}}{ne}\right]$$

$$\vec{J} = \sigma \left[\vec{E} - \frac{\vec{J} \wedge \vec{B}}{ne}\right]$$

$$* \vec{J} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{j}_x \\ \hat{j}_y \\ \hat{j}_z \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B \hat{j}_y \\ -B \hat{j}_x \\ 0 \end{vmatrix}$$

(13)

$$j_x = \gamma \left(E_x - \frac{B}{ne} j_y \right)$$

$$j_y = \gamma \left(E_y + \frac{B}{ne} j_x \right)$$

$$j_z = \gamma (E_z - 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j_x + \frac{\gamma B}{ne} j_y = \gamma E_x \quad (1) \\ j_y - \frac{\gamma B}{ne} j_x = \gamma E_y \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j_x + \frac{\gamma B}{ne} j_y = \gamma E_x \quad (1) \\ j_y - \frac{\gamma B}{ne} j_x = \gamma E_y \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1) + (2) \left(-\frac{\gamma B}{ne} \right)$$

$$j_x \left(1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2} \right) = \gamma \left[E_x - \frac{\gamma B}{ne} E_y \right]$$

$$j_y \left(1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2} \right) = \gamma \left[E_y + \frac{\gamma B}{ne} E_x \right]$$

$$j_z = \gamma E_z$$

(14)

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \gamma \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2}} & -\frac{\gamma B / ne}{1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2}} & 0 \\ \frac{\gamma B / ne}{1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2}} & \frac{\cancel{1}}{1 + \frac{\gamma^2 B^2}{n^2 e^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$\vec{j} = [\gamma] [\vec{E}] : \text{Anisotrope}$$

$$2) \vec{j} = j_x \vec{u}_x \quad j_y = j_z = 0$$

$$j_x = \gamma E_x$$

$$\left\{ -\frac{\gamma B}{ne} j_x = \gamma E_y \Rightarrow E_y = \frac{-B}{ne} j_x \right.$$

(15)