Dr Kchaou borhen

Section PC2-MP2 –PT2

ELECTROMAGNETIQUE DANS LE VIDE
SERIE N°1

EXERCICE 1 : Pression de radiation

Une OPPM à polarisation rectiligne se propage dans le vide dans la direction (Ox), dans le sens des x croissants : $\underline{\vec{E}}_i = E_0 \exp i(\omega t - kx)\, \vec{u}_y$ avec E_0 réel.

En x = 0, elle arrive sur la surface plane d'un miroir métallique parfaitement conducteur, et donne naissance à une onde réfléchie se propageant dans le sens des x décroissants :

$$\underline{\vec{E}}_r = \underline{E}_{0r} \exp i(\omega t + kx)\, \vec{u}_y$$

1- En écrivant les conditions aux limites que doit vérifier le champ électromagnétique en x = 0, déterminer :

a- L'amplitude $\underline{E}_{0r}$ du champ réfléchie en fonction de E_0 ;

b- La charge surfacique σ et le courant surfacique $\vec{j}_S$ qui peuvent se trouver sur la surface métallique x = 0

2- a- Déterminer le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ résultant de l'onde incidente et de l'onde réfléchie dans le demi-espace x<0 (dans le vide)

b- Caractériser brièvement l'onde résultante.

c- Calculer la valeur moyenne de son vecteur de Poynting.

3- Le champ électromagnétique exerce sur une surface dS du miroir une force $d\vec{F}$ dont l'expression est, en notation réelle : $d\vec{F} = \frac{1}{2}(\sigma \vec{E} + \vec{j}_S \wedge \vec{B})\, dS$

a-Expliquer la présence du facteur ½

b- En déduire que l'onde exerce une pression p_{rad} sur le miroir dont on calculera la valeur moyenne $\langle p_{rad} \rangle$ en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie $\langle u_i \rangle$ de l'onde incidente, puis en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie totale $\langle u_{totale} \rangle$ au voisinage immédiat du plan. p_{rad} : est appelée pression de radiation.

c- Calculer $\langle p_{rad} \rangle$ pour une onde incidente (supposée plane et monochromatique) fournie par un laser de puissance moyenne $\langle P_i \rangle$ = 3 mW, dont la section droite est s = 0,4 mm².

4- Un certain nombre de faits expérimentaux ont conduit les physiciens à introduit à partir du modèle photonique de l'onde (description corpusculaire) qu à une onde électromagnétique de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ est associée un photon d'énergie $\varepsilon = h\nu$ et de quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{h}{2\pi}\vec{k}$ où h est la constante de Planck.

a- Déterminer la densité moyenne n_p de photons associée à l'onde incidente.

b- En considérant le rebond des photons sur la paroi métallique en x =0, déterminer la quantité de mouvement $d\vec{p}$ transférée par un photon ayant subit la réflexion.

c- En déduire la pression de radiation p_{rad} subie par la surface métallique.

5- Champ et énergie d'une onde

a- Un Laser'' en continu émet 400 W dans un faisceau cylindrique de 3mm de diamètre. Quelle est l'amplitude du champ électrique associé aux ondes supposées planes progressives sinusoïdales que transporte le faisceau ?

b- Le flux d'énergie solaire, au niveau de la Terre est Φ_T = 1,4 kW/m². Quelle est la puissance totale <P> émise par le soleil ? En déduire l'intensité du champ électrique E_0 des ondes supposées localement planes à la surface du soleil.

Distance terre- soleil : a = 150 10^6 km ; rayon du soleil $R_s = 7.10^8$ m.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés. 1 mahdystudies.tn

$$\underline{\vec{B}_i} = \frac{\vec{k}_i \wedge \vec{E}_i}{\omega} = \frac{1}{c}\vec{u}_x \wedge E_i \vec{e}_y$$

$$\underline{\vec{B}_i} = \frac{E_0}{c} e^{j(\omega t - kx)} \vec{e}_z$$

$$\underline{\vec{B}_r} = \frac{\vec{k}_r \wedge \vec{E}_r}{\omega} = -\frac{E_0}{c} e^{j(\omega t + kx)} \vec{e}_z$$

$$\underline{\vec{B}_1}(x<0) = \frac{-2E_0}{c} \cos(kx)\, e^{j\omega t} \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_1 = \frac{2E_0}{c} \cos(kx) \cos(\omega t)\, \vec{e}_z$$

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2\cos(x)$$

$$e^{jx} - e^{-jx} = 2j\sin(x)$$

$$\vec{n}_{12} \wedge (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = \mu_0 \vec{j}_s \quad ; \quad x = 0$$

$$\vec{j}_s = \frac{\vec{u}_x \wedge (\vec{0} - B_1 \vec{e}_z)}{\mu_0}$$

$$\vec{j}_s = \frac{+B_1}{\mu_0} \vec{e}_y = \frac{2E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t)\, \vec{e}_y$$

(12)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

~~Bi~~ =

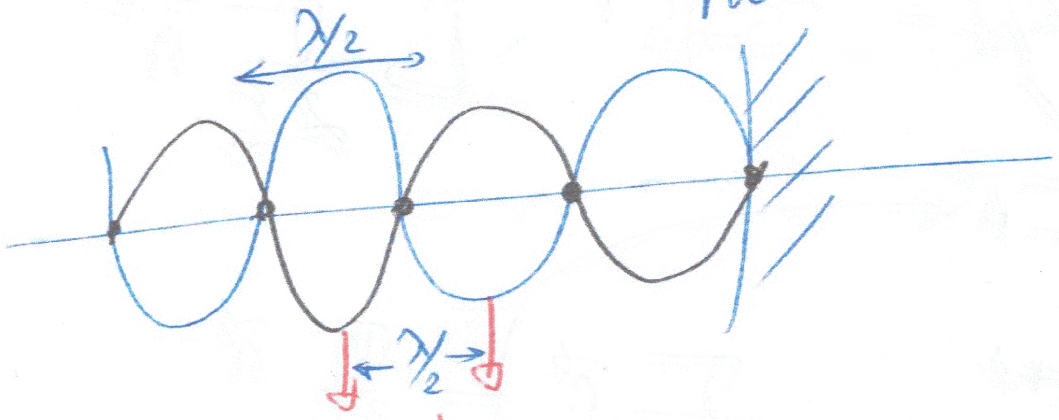
2) a) $\underline{E} = \underline{E_i} + \underline{E_r} = 2E_0 e^{j(\omega t)} \left[e^{-jkx} - e^{jkx} \right)$ $x \leq 0$

$\underline{E} = -2j \sin(kx) E_0 e^{j\omega t} \vec{e_y}$

$\underline{B} = \frac{2E_0}{c} \cos(kx) e^{j\omega t} \vec{e_z}$ $x \leq 0$

b) $\sin(kx) = 0$; $kx = n\pi \Rightarrow x_n = \frac{n\pi}{2\pi} \lambda$

$x_n = \frac{n\lambda}{2}$: les positions les noeuds.



ventre

$|\sin(kx)| = 1$

$-j e^{j\omega t} = -j\left(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t)\right)$

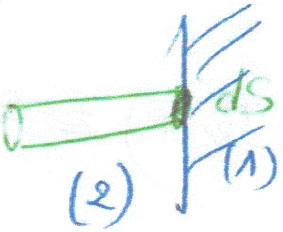
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

c) $\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Réel}\left[\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0}\right]$

$= \frac{1}{2\mu_0} \text{Réel}\left[-2j \sin(kx) E_0 e^{j\omega t} \vec{e}_y \wedge \frac{2E_0}{c} \cos(kx) e^{-j\omega t} \vec{e}_z\right]$

$\langle \vec{\Pi} \rangle = \vec{0} \Longleftrightarrow$ onde stationnaire

3) $d\vec{F}_{rad} = \frac{1}{2}\left[\sigma \vec{E}_{tot} + (\vec{j}_s \wedge \vec{B}_{tot})\right] dS$



a) $d\vec{F}_{el} = dq \vec{E}'$

$\vec{E}_{tot} = \vec{E}'_{S-dS} + \vec{E}_{dS}$ ↳ $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{n}$

$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}$

$\vec{E}'_{S-dS} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \vec{n}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}\right) = \frac{1}{2} \vec{E}_{tot}$

$d\vec{F}_e = \frac{1}{2} (\sigma dS) \vec{E}_{tot}$ voir DT2 2003 p 295 (14)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

b) $\vec{dF}_{rad} = \frac{1}{2}\left[\vec{j}_s \wedge \vec{B}_{tot}\right] dS$ avec $\sigma = 0$

$$\frac{\vec{dF}_{rad}}{dS} = \frac{1}{2}\left[\frac{2E_0}{\mu_0 c}\cos(\omega t)\,\vec{e}_y \wedge \frac{2E_0}{c}\cos(\omega t)\,\vec{e}_z\right]$$ en $x = 0$

$$\frac{\vec{dF}_{rad}}{dS} = \frac{2E_0^2}{\mu_0 c^2}\cos^2(\omega t)\,\vec{e}_x$$

$$\langle p_{rad}\rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c^2} = \varepsilon_0 E_0^2$$

- $\langle u_p\rangle = \langle u_e\rangle + \langle u_m\rangle = \left\langle \frac{\varepsilon E^2}{2}\right\rangle \times 2$

$$= 2 \times \frac{\varepsilon}{2}\frac{E_0^2}{2} = \frac{\varepsilon E_0^2}{2}$$

$$\langle u_{ref}\rangle \overset{(Em)}{=} \frac{\varepsilon (E_{0r})^2}{2} = \langle u_i \rangle \overset{(Em)}{=}$$

$$\langle u_{tot}\rangle = \langle u_i\rangle + \langle u_r\rangle = \varepsilon E_0^2$$

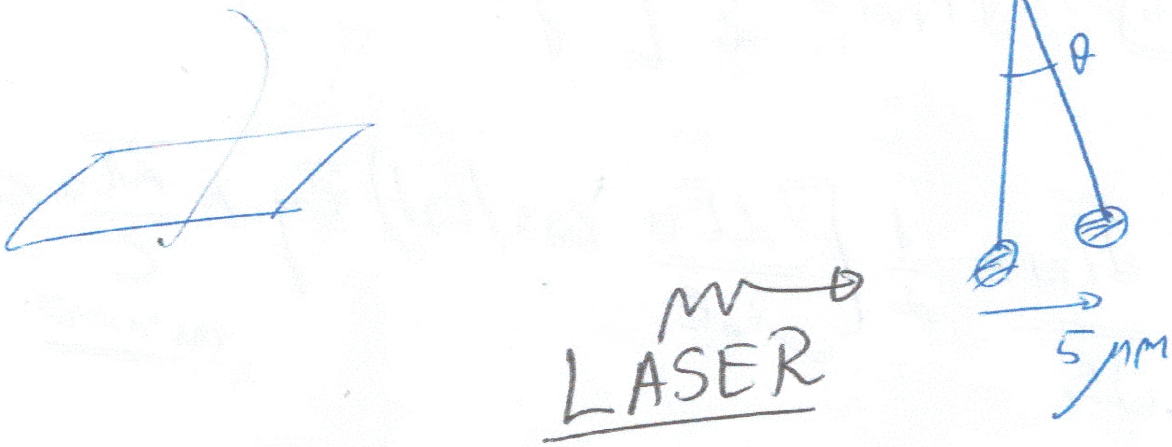
$\langle p_{rad}\rangle = 2\langle u_i\rangle$

$$\langle p_{rad}\rangle = \langle u_{tot}\rangle = 2\langle u_i\rangle = \varepsilon E_0^2$$

$$P_a \longrightarrow \frac{J}{m^3} = \frac{N \cdot m}{m^3} = \frac{N}{m^2}$$

(15)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



c) $\langle prod \rangle = ??$

$\langle P \rangle = 3 \text{ m watt} = 3\,10^{-3} \text{ Watt}$.

$\langle P \rangle = \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \cdot \mathcal{A} = \frac{\varepsilon c E_0^2}{2} \mathcal{A}$

$\langle prod \rangle = \varepsilon E_0^2$

$\langle P \rangle = \frac{c}{2} S \langle prod \rangle \Rightarrow$

$\langle prod \rangle = \frac{2 \langle P \rangle}{c S} = 2\,10^{-5} \text{ Pa}$

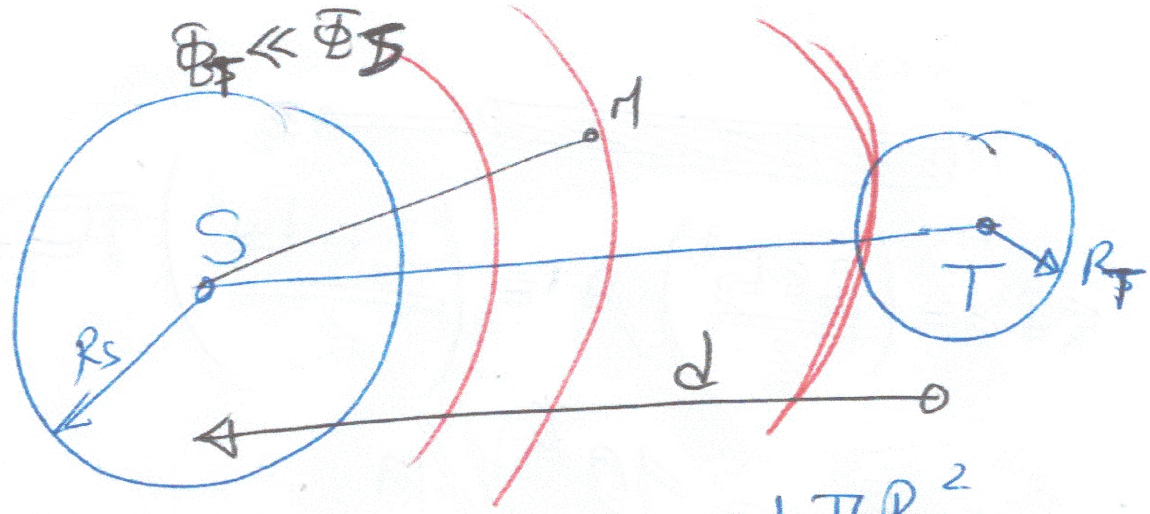
$P_{atm} = 10^{+5} \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$

(16)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

5)

b)



$$P_{soleil} = \langle \| \overrightarrow{\Pi C}(r = R_S) \| \rangle \cdot 4\pi R_S^2$$

$$= \langle \| \Pi C (r = (d - R_T)) \| \rangle \; 4\pi (d - R_T)^2$$

$$\langle \| \overrightarrow{\Pi C}(r) \| \rangle \; 4\pi r^2$$

Donc $P_S = \Phi_S \cdot 4\pi R_S^2$

$= \Phi_T \, 4\pi d^2$

$$\Phi_S \, R_S^2 = \Phi_T \, d^2$$

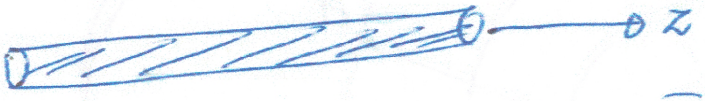
$$\text{or } \Phi_S = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$$

$$\frac{\varepsilon_0 c}{2} E_0^2 R_S^2 = \Phi_T \, d^2$$

AN : $E_0 = 10^6 \; V/m$

(17)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



$$\langle \mathcal{I} \rangle = \left(\frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}\right) A = \left(\frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}\right) \pi \frac{d^2}{4} = 400 \text{ W/m}^2$$

$$E_0 = 10^6 \text{ V/m}$$

$$P_{Sole} = 10^{26} \text{ watt.}$$

(18)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

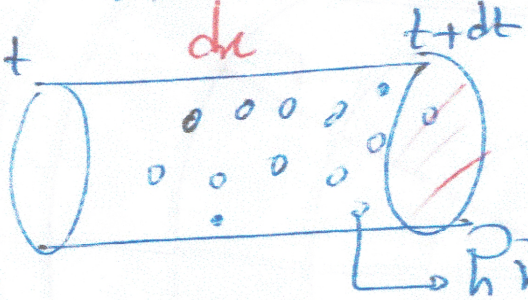
Serie N°1

Suite $\quad \langle p_{rad} \rangle = \varepsilon_0 E_0^2$

$$\vec{p} = \hbar \vec{k} = \frac{h}{\lambda} \vec{u}$$

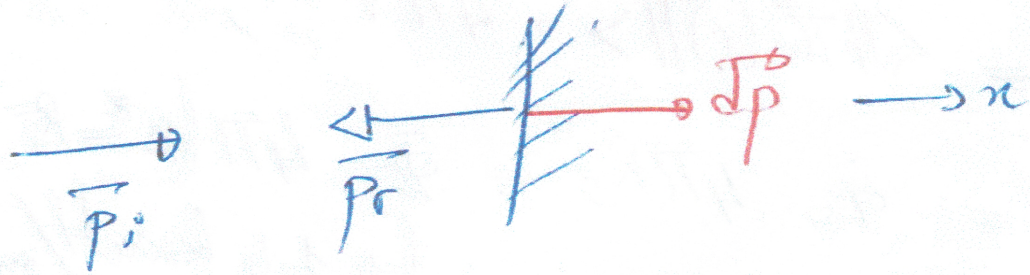
$$E = \hbar\omega = \frac{h}{2\pi} \cdot 2\pi\nu = h\nu$$

$$\left(\frac{E}{p}\right) = c\left(\frac{\omega}{k}\right)$$



a) $n_{photon} = \dfrac{\langle u_{em} \rangle}{h\nu} = \dfrac{\varepsilon_0 E_0^2}{2 \times h\nu} = \dfrac{J/m^3}{J} = \ldots / m^3$

b)



$$\vec{dp} = (\vec{p_i} - \vec{p_r}) = \frac{2h\nu}{c} \vec{u_x}$$

un seul photon

RFD

c) $\langle \vec{dF_{rad}} \rangle = \left(\dfrac{\vec{dp_{tot}}}{dt}\right) = \left(\varepsilon_0 E_0^2 \, dS\right) \langle p_{rad} \rangle$

$$\cdot \vec{dp_{tot}} = \left(\frac{2h\nu}{c}\right) \vec{u_x} \cdot \left(\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2h\nu}\right) (dS \, dx)$$

Volume $\quad (c\,dt)$

(1)

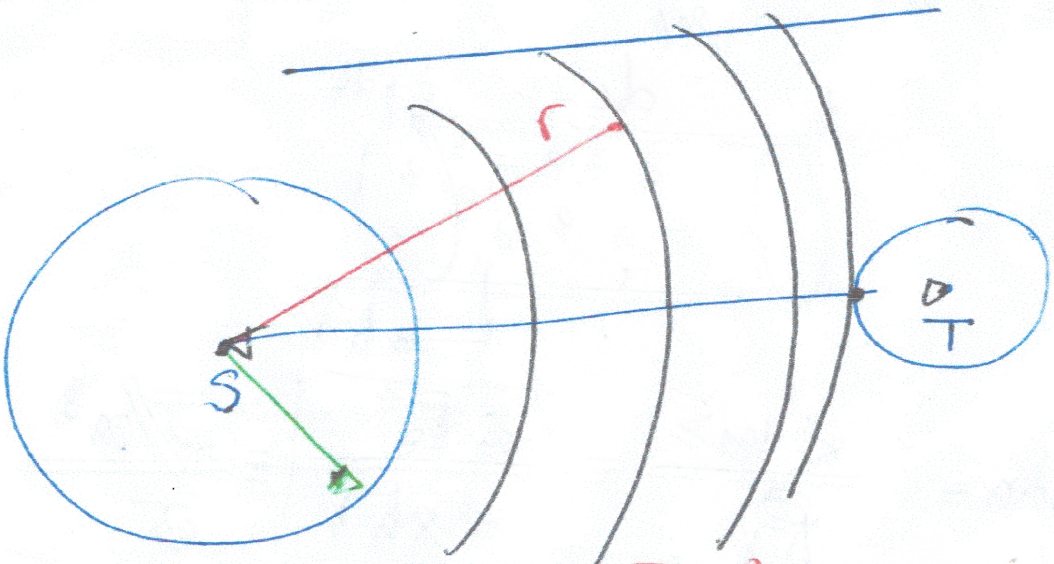
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$\vec{p} = m\vec{v}$: classique

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

5)



$P_{soleil} = \langle \|\vec{\Pi}(r)\| \rangle \cdot 4\pi r^2$;

$r = R_S$ $= \Phi_S \, 4\pi R_S^2 = \Phi_I \, 4\pi (a^2 - R_T^2)$

$\Phi_I \simeq 1{,}4 \text{ kwatt/m}^2$

$P_S = 4\pi a^2 \Phi_I = 10^{26}$ watt.

$\Phi_S = \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle_{soleil} = \frac{\varepsilon_0 c E_{0i}^2}{2}$

$\Phi_S = \frac{a^2 \Phi_I}{R_S^2} \longrightarrow E_{0i} = 10^6 \text{ V/m}$ (2)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.