Remarque: si l'onde ne commence pas la propagation à y=0 on doit ajouter le retard de déplacement. $e^{i[\omega t - k(y - \text{distance parcourue})]}$

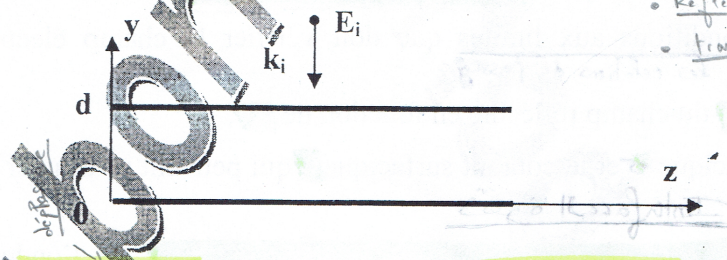
D[r] Kchaou borhen

Section PC2-MP2 –PT2

CAVITE RESONNANTE

On se propose d'étudier la propagation des ondes EM entre deux plans conducteurs réels distant de **d**. Le milieu à l'intérieur est le vide de charge et de courant. Une onde incidente polarisée rectilignement suivant Ox, monochromatique de pulsation ω, de vecteur d'onde $\vec{k} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u}_y$, d'amplitude maximal E_0.

L'origine de la phase de l'onde incidente avant la traversée de la cavité est prise au niveau y = d.
La réflexion sur chaque conducteur entraîne un déphasage de π et une diminution de l'amplitude alors qu'une transmission entraîne uniquement une diminution de l'amplitude.



$\underline{E_{or}} = -\sqrt{R}\,E_o$ et $\underline{E_{ot}} = +\sqrt{T}\,E_o$

1- Montrer que le champ électrique $\underline{\vec{E_1^+}}$ résultant d'une première transmission (y = d) et une réflexion (y = 0) s'écrit sous la forme : $\vec{E_1^+} = -\sqrt{R}\sqrt{T}\,E_0\; e^{i(\omega t - ky)}\, e^{-(ikd)}\,\vec{u_x}$

2- Montrer que le champ électrique $\underline{\vec{E_2^-}}$ résultant d'une première transmission (y = d) et deux réflexions (y = 0 et y = d) s'écrit sous la forme : $\vec{E_2^-} = R\sqrt{T}\,E_0\; e^{i(\omega t + ky)}\, e^{-3(ikd)}\,\vec{u_x}$

3- En déduire les champs $\underline{\vec{E_{2n}^-}}$ et $\underline{\vec{E_{2n+1}^+}}$ résultant de la n[ieme] réflexion

4- Montrer que le champ totale $\underline{\vec{E}}(y,t)$ dans la cavité peut se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{E}(y,t) = E_0\sqrt{T}\,\frac{e^{iky} - \sqrt{R}\,e^{-iky}}{1 - R\,e^{-i2kd}}\,e^{i(\omega t - kd)}\,\vec{u_x}$$

c'est la somme des $\vec{E_n}$

5- Déterminer le champ magnétique $\underline{\vec{B}}(y,t) = \frac{E_0\sqrt{T}}{c}\,\frac{e^{iky} + \sqrt{R}\,e^{-iky}}{1 - R\,e^{-i2kd}}\,e^{i(\omega t - kd)}\,\vec{u_z}$ ← relation de structure

6- Déterminer, en un point quelconque de la cavité, la moyenne temporelle de la densité d'énergie électromagnétique $\langle u_{em}\rangle$.

7- Montrer que la moyenne temporelle de l'énergie électromagnétique $\langle U_{em}\rangle$ de la cavité de surface S et de longueur **d**, est $\langle U_{em}\rangle = \frac{1}{2}Sd\varepsilon_0 E_0^2\,\frac{1 - R^2}{1 + R^2 - 2R\cos(2kd)}$.

8- Déterminer les fréquences f_n dites fréquences de résonance, pour lesquelles l'énergie de la cavité $\langle U_{em}\rangle$ passe par un maximum U_{max} que l'on déterminera.

9- L'onde électromagnétique incidente est de fréquence f voisine de f_n du mode **n** considéré.

a- Donner l'expression de $\langle U_{em}\rangle$ en fonction de R, ℓ, S, f, f_n, E_0, ε_0.

b- On pose $\Delta f = f - f_n$ et on suppose que $|\Delta f| << f_1$; donner l'expression approchée de $\langle U_{em}\rangle$ sous la forme suivante $\frac{U_{max}}{1 + 4F^2\left(\frac{\Delta f}{f_1}\right)^2}$ où F est une fonction à expliciter en fonction de R.

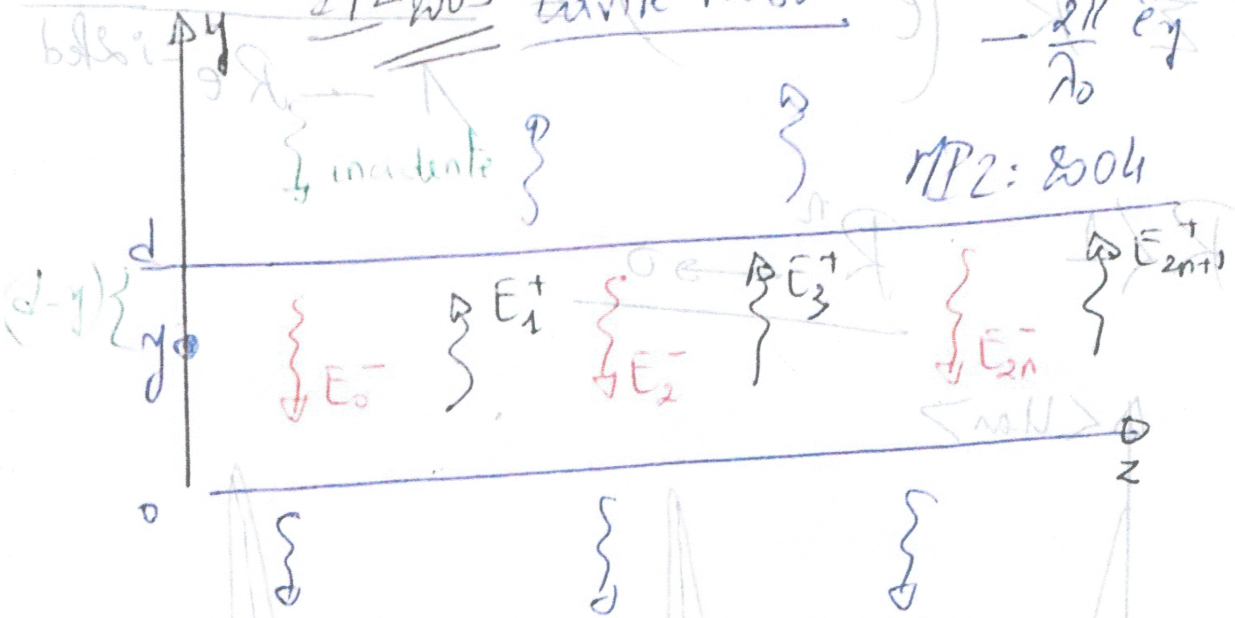
c- Donner l'allure de $\langle U_{em}\rangle$ en fonction de Δf

d- Déterminer l'étendue spectrale $\Delta\nu = 2\,|\Delta f_{1/2}|$ pour laquelle $\langle U_{em}\rangle$ vaut $U_{max}/2$
Calculer F et $\Delta\nu/f_1$ pour R= 0,9 ; 0,95 ; 0,99 que peut-on conclure sur la réparation spectrale de l'énergie électromagnétique contenue dans la cavité ? Conclure sur une application.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

PT2 2003 Cavité résonnante



PT2 2004

$-\frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{e}_y$

$\underline{E}_{0t} = \sqrt{T}\,\underline{E}_{0i}$ $\qquad$ $\underline{E}_{0r} = -\sqrt{R}\,\underline{E}_{0i}$

1) $\vec{E}_0^- = \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{i(\omega t - k(d-y))}\vec{e}_x$

$\vec{E}_1^+ = (-\sqrt{R})^1 \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{-ikd}\, e^{i(\omega t - ky)}\vec{e}_x$

* $\vec{E}_2^- = (-\sqrt{R})^2 \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{-(i2kd)}\, e^{i(\omega t - k(d-y))}$

$\vec{E}_3^+ = (-\sqrt{R})^3 \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{(i3kd)}\, e^{i(\omega t - k(d-y))}$

$\underline{\vec{E}}_{2n}^- = (-\sqrt{R})^{2n} \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{-i(2n+1)kd}\, e^{i(\omega t + ky)}$

$\underline{\vec{E}}_{2n+1} = (-\sqrt{R})^{2n+1} \sqrt{T}\,E_{0i}\, e^{-i(2n+1)kd}\, e^{i(\omega t - ky)}$

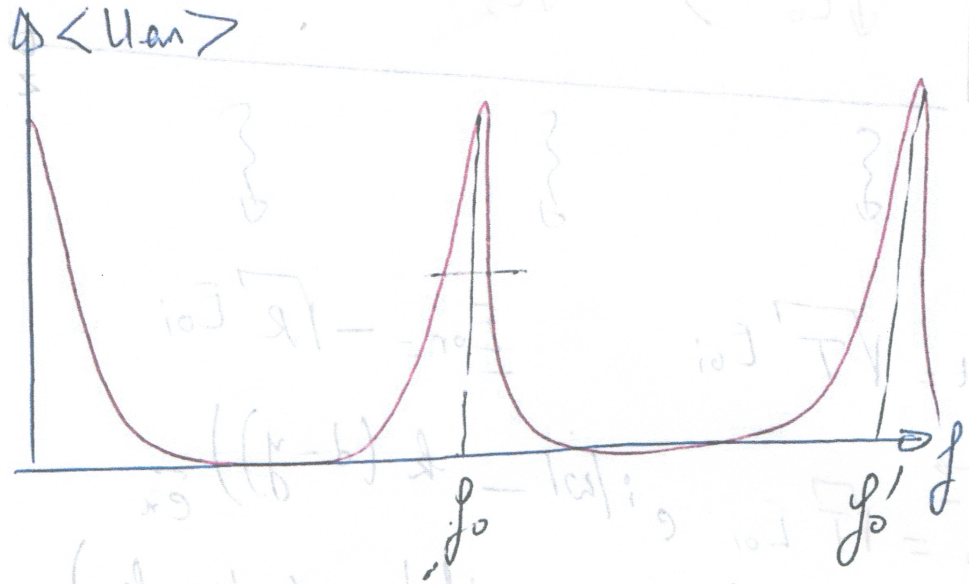
16/19 (1)

Scanned with CamScanner

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\sum R^n \left(e^{-i2kd}\right)^n = \frac{1}{1 - R e^{-i2kd}}$$

$R < 1 \quad R^n \longrightarrow 0$



16/12 (2)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.