• Des lignes neutres sont les seules directions suivant lesquelles une vibration rectiligne puisse traverser une lame biréfringente sans modification, càd en restant polarisée rectilignement!

• $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ ⇒ polarisation elliptique

$\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ et $E_x = E_y$ ⇒ polarisation circulaire

• polariseur = polaroïd

• on projette l'onde incidente sur l'axe de transmission du polariseur par l'opérateur produit scalaire

• vitesse de l'onde : $v_{onde} = \frac{c}{n}$

• anisotrope = dépend de la direction

Dr Kchaou borhen

Section PC2-MP2 –PT2

PROBLÈME 2 : Polarisation

IC2 2002

Partie A :

On considère une onde électromagnétique plane monochromatique sinusoïdale de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}$ se propageant dans le sens des x croissants. Le champ électrique de cette onde s'écrit : $E_y = E_{oy}\cos(\omega t - kx)$ et $E_z = E_{0z}\cos(\omega t - kx - \varphi)$ où E_{oy} et E_{oz} sont des amplitudes et φ une phase à l'origine du temps et de l'espace.

1- Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M,t)$.

2- a- Qu'appelle t-on polarisation d'une telle onde ?

b- Montrer que l'extrémité du vecteur décrit une trajectoire dont l'expression est :

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 - \frac{2\,E_y\,E_z}{E_{0y}\,E_{0z}}\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

3- Discuter la polarisation de l'onde en fonction de φ tel que $0 \le \varphi \le 2\pi$.

Partie B :

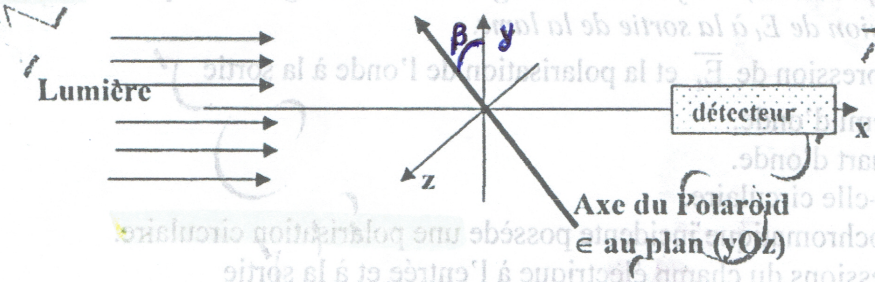
1- La lumière naturelle est elle polarisée ? cette lumière peut être décomposée en deux vibrations perpendiculaires et de même amplitude. Que peut –on dire de la cohérence mutuelle de ces vibrations ?

déphasage

2- Décrire une expérience simple, permettant de réaliser une lumière polarisée rectilignement. Comment peut-on l'analyser ?

3- a- On considère une source laser émettant une onde plane non polarisée. un détecteur optique permet la mesure des puissances lumineuses. en l'absence du polaroïd le détecteur indique une puissance P_0. on rappelle que la puissance lumineuse est proportionnelle à $\langle E^2 \rangle$.
En supposant le Polaroid idéal, exprimer la puissance transmise P_1 en fonction de P_0.

on prend ici $E_{0x} = E_{0y} = E_0$



b- Derrière le Polaroid précédent noté P_1 d'axe parallèle à (Oy), on place un deuxième polaroid identique noté P_2 dont l'axe fait un angle α avec celui de P_1. En supposant le Polaroid P_2 idéal, exprimer la puissance transmise P_2 en fonction de P_1 et α.

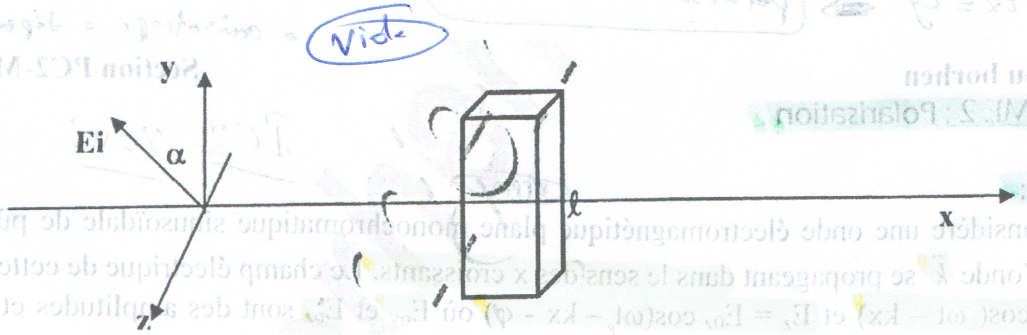
© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

Détermination expérimentale des lignes neutres: (⊥)

On place la lame entre analyseur et polariseur croisés. On éclaire l'ensemble. On fait tourner la lame autour de l'axe de propagation de la lumière. Lorsque on obtient extinction en sortie de l'analyseur, les lignes neutres sont parallèles aux directions du polariseur et de l'analyseur.

partie C:



On considère une lame transparente d'épaisseur ℓ selon l'axe (Ox) et ayant les propriétés suivantes :

- Pour une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement suivant Oz et arrivant en incidence normale, la lame présente un indice de réfraction n_0.
- Pour une onde électromagnétique plane polarisée rectilignement suivant (Oy) et arrivant en incidence normale, la lame présente l'indice n_e. ↓ ligne neutre
- Dans ces deux cas la traversée de la lame ne modifie pas l'état de polarisation de l'onde incidente.

Cette lame est appelée *lame à retard.*

On s'intéresse a une lame de Quartz (SiO_2) qui est un cristal pour lequel $n_e > n_0$.

Une onde plane monochromatique polarisée rectilignement, de champ électrique $\vec{E_i} = E_0 \cos(\omega t - kx)\,\vec{u}$. $\vec{u}$ est un vecteur unitaire faisant un angle α avec l'axe (Oy) de la lame d'épaisseur ℓ arrivant en incidence normale.

1. Identifier les lignes neutres de la lame. Préciser l'axe lent et l'axe rapide. Décrire une expérience permettant de les identifier relativement.
2. Déterminer les composantes du champ électrique $\vec{E_t}$ après la traversée de la lame. En déduire l'expression de la différence de marche optique introduite par la lame en fonction de ℓ et de $\Delta n = n_e - n_0$

$$\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_z = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta_L \quad \text{différence de marche}$$

3. Définir une lame demi-onde et une lame quart d'onde.

Dans la suite du problème, on fera un changement de l'origine des phases $x' = x + n_e\ell$. Pour déterminer l'expression de E_t à la sortie de la lame.

4. Déterminer l'expression de $\overline{E_t}$ et la polarisation de l'onde à la sortie
   - **a-** d'une lame demi d'onde.
   - **b-** d'une lame quart d'onde.

Dans quel cas sera-t-elle circulaire.

5. La lumière monochromatique incidente possède une polarisation circulaire.
   Donner les expressions du champ électrique à l'entrée et à la sortie
   a. d'une lame demi d'onde.
   b. d'une lame quart d'onde

En déduire la polarisation de l'onde transmise

6. Une lame à retard peut-elle transformer une lumière naturelle en lumière polarisée ?

Citer, alors une application intéressante des lames

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

SC2 : 2002

Polarisation de lumière

$$\vec{E} = \begin{cases} E_{oy} \cos(\omega t - kx) \\ E_{oz} \cos((\omega t - kx) - \varphi) \end{cases}$$

(a)

$$\left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - \frac{2E_y E_z}{E_{oy} E_{oz}} \cos\varphi = \sin^2\varphi$$

- $\varphi = 0$; $\varphi = \pi$, $\varphi = 2\pi$: rectiligne

- $\varphi = \frac{\pi}{2}$; elliptique ; $\left(\frac{E_z}{E_{oz}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 = 1$

Si $E_{oy} = E_{oz} = E_0$ cercle

$$\vec{k_0}\left[\vec{E} \wedge \frac{d\vec{E}}{dt}\right] = S \begin{cases} > 0 & \text{gauche} \\ < 0 & \text{droite} \end{cases}$$

B) la lumière naturelle est non polarisée

$$\vec{E} = \begin{cases} E_0 \cos(\omega t - kx) \\ E_0 \cos(\omega t - kx - \varphi(t)) \end{cases}$$

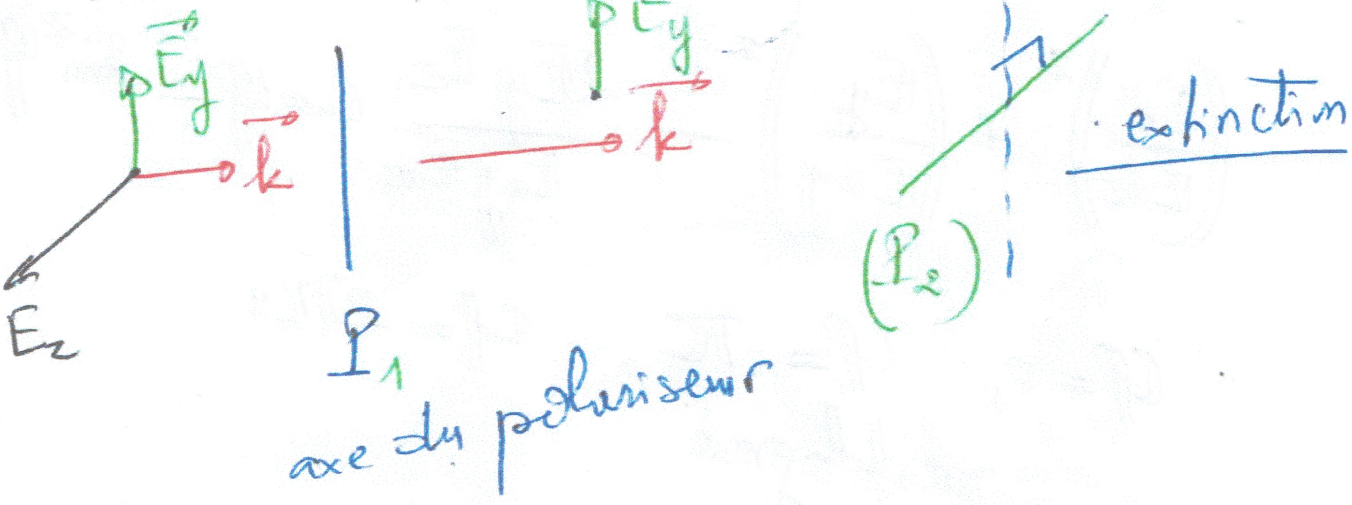


© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

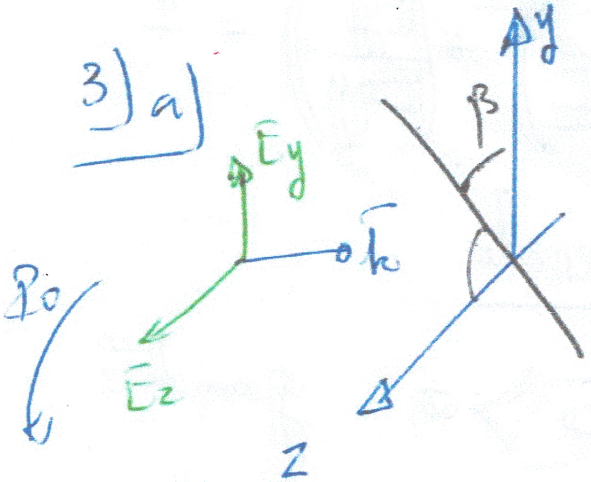
exple soleil ; lampe spectrale

source thermique

8) Polariseur = Polaroïd



3) a)



$$\vec{E}_1 = \left[E_0 \cos\beta \cos(\omega t - kn) + E_0 \sin\beta \cos(\omega t - kn - \varphi) \right] \vec{u}_y$$

$$P = K \langle \|\vec{E}\|^2 \rangle$$

$$P_0 = \frac{K E_0^2}{2} + \frac{K E_0^2}{2} = K E_0^2$$

$$P_1 = \frac{K E_0^2}{2} \left(\cos^2\beta + \sin^2\beta \right) = \frac{P_0}{2}, \forall \beta$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

3) lame demi-onde $\delta = \frac{\lambda}{2}$ $\varphi = \pi$

lame quart onde $\delta = \frac{\lambda}{4}$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$

" onde $\delta = \lambda$ $\varphi = 2\pi$

4) $E_{yt} = E_0 \cos\alpha \cos(\omega t - k(x-l) - k l n_e)$

$E_{zt} = E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - k(x-l) - k l n_o)$

$x' = x + l n_e$

$E_{yt} = E_0 \cos\alpha \cos(\omega t + kl - k(x + l n_e))$

$E_{yt} = E_0 \cos\alpha \cos(\omega t + kl - kx')$

$E_{zt} = (E_0 \sin\alpha) \cos(\omega t + kl - kx' + \underbrace{kl(n_e - n_o)}_{\varphi})$

4) a) lame demi-onde :

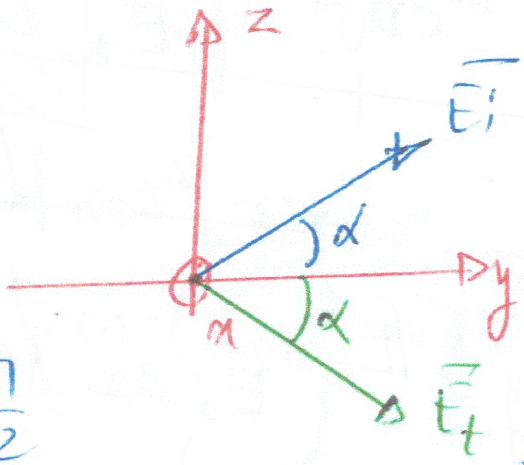
$\varphi = \pi$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

5) a)

$$\begin{cases} E_{zt} = -E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - kx' + kl) \\ E_{yt} = +E_0 \cos\alpha \cos(\omega t - kx' + kl) \end{cases}$$

$$\frac{E_{zt}}{E_{yt}} = -\tan\alpha$$

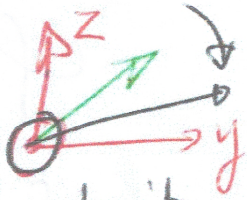


b) Remarque d'onde $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$$E_{zt} = (E_0 \sin\alpha)\cos(\omega t + kl - kx' + \frac{\pi}{2})$$

$$\begin{cases} E_{zt} = -(E_0 \sin\alpha)\sin(\omega t + kl - kx') \\ E_{yt} = E_0 \cos\alpha \cos(\omega t + kl - kx') \end{cases}$$

$$\left(\frac{E_{yt}}{E_0\cos\alpha}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_0\sin\alpha}\right)^2 = 1$$



droite

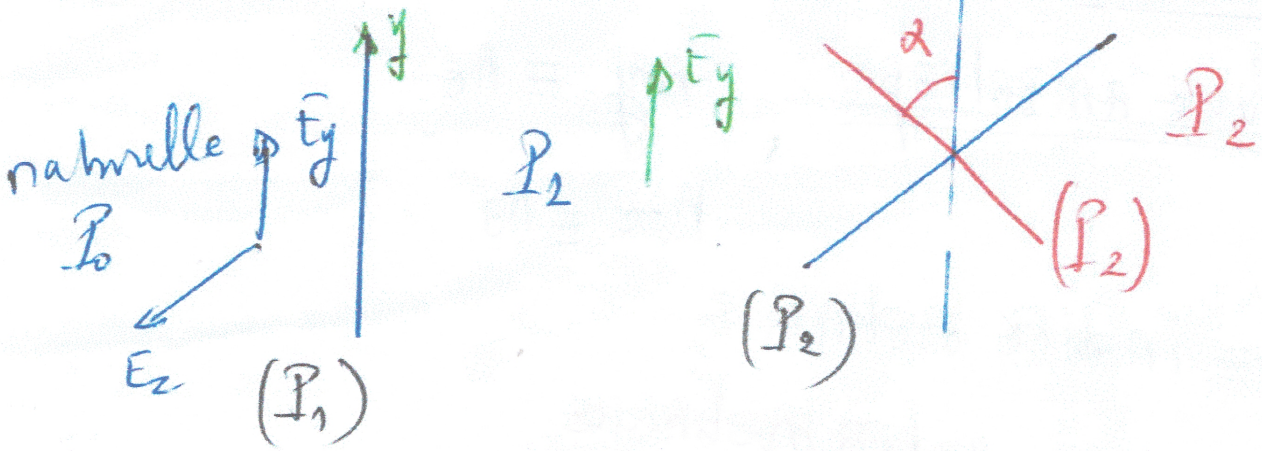
elliptique ;

en outre $\alpha = \pi/4$ cercle

$\frac{dE_z}{dt} = -(\omega E_0 \sin\alpha) < 0$ droite

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

3) b) Malus

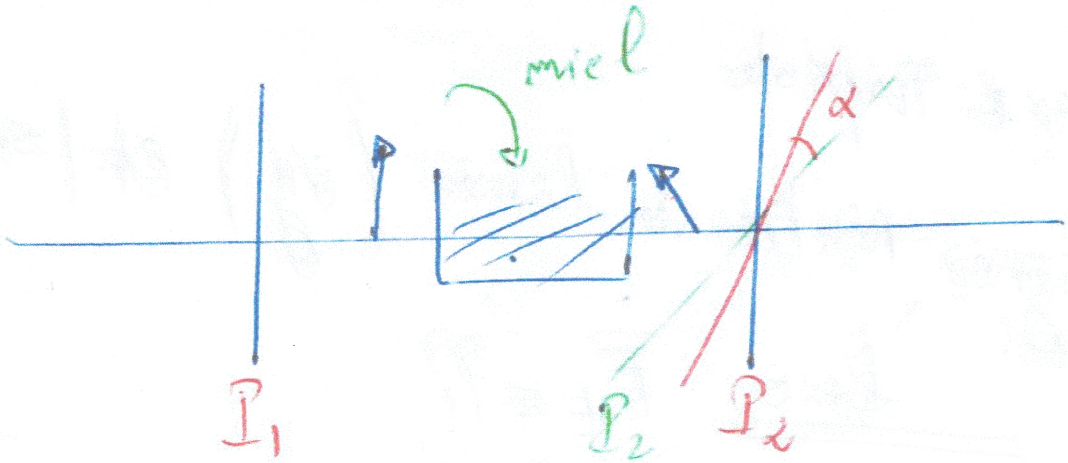


$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t - kx)\, \vec{e}_y$$

$$I_1 = \frac{K E_0^2}{2} = K \langle \|\vec{E}\|^2 \rangle$$

$$\vec{E}_2 = (E_0 \cos\alpha) \cos(\omega t - kx)\, \vec{e}_2$$

$$I_2 = \frac{K E_0^2}{2} \cos^2\alpha = I_1 \cos^2\alpha$$



$$\alpha = [\alpha]_\lambda \, l \, C$$

la loi de Biot

l : longueur

pouvoir de spécifique

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn

Partie C

Lame anisotrope

$n_{oy} = n_e$

$n_{oz} = n_o$

n_o = indice ordinaire

n_e = " extraordinaire

Quartz, (SiO_2) $n_e > n_o$

$v_{onde} = \frac{c}{n}$; $\frac{1}{n_e} < \frac{1}{n_o} \Rightarrow \frac{c}{n_e} < \frac{c}{n_o}$

$v_{oy} < v_{oz}$

1) (oy) : axe lent

(oz) : axe rapide

les lignes neutres de lames (oy) et (oz)

2) $\vec{E}_i$ ——— lame ——→ $\vec{E}_t = ??$

$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx)\left(\cos\alpha\,\vec{e}_y + \sin\alpha\,\vec{e}_z\right)$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

mahdystudies.tn