Dr Kchaou borhen

OPPM dans un Plasma : étude énergétique

A- Transparence et réflexion ionosphériques.

Un plasma est un gaz ionisé, constitué par des ions positifs (charge $+e$, masse M) et des électrons (charge $-e$, masse **m**).

Ce gaz est "dilué"; ainsi toutes les interactions entre charges sont négligées (elles sont libres en l'absence de tout champ). Le champ de pesanteur est négligé.

Le plasma est "froid", c'est-à-dire qu'on ignore toute agitation thermique des particules.

En l'absence de champ, il y a N ions et N électrons par unité de volume.

Le plasma est soumis à une onde électromagnétique plane progressive, harmonique, donnée par le champ électrique complexe : $\underline{\vec{E}}(z,t)=\underline{\vec{E}}_0\exp i(\omega t-kz)$

Seul est pris en compte pour le mouvement des charges le régime sinusoïdal forcé de pulsation ω, les vitesses des ions et des électrons étant notées $\vec{V}$ et $\vec{v}$.

1- Justifier que l'on puisse négliger l'effet du champ $\vec{B}$ de l'onde sur les charges devant celui du champ $\vec{E}$.

2- Donner en régime sinusoïdal permanent, les vitesses $\vec{V}$ et $\vec{v}$ en fonction du champ $\underline{\vec{E}}(z,t)$ et en déduire la densité de courant $\underline{\vec{j}}$. Montrer qu'à une approximation près à préciser la contribution des ions au courant est négligeable. Donner alors $\underline{\vec{j}}$ en fonction de ε_0, ω, ω_p et $\underline{\vec{E}}(z,t)$, où $\omega_p^2=\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$ est la pulsation plasma.

3- À l'aide d'une des équations de Maxwell, de la conservation de la charge, et des résultats précédents, montrer que la densité volumique de charge ρ est nulle et en déduire que le champ est bien transversal.

4- Éliminer le champ magnétique des équations de Maxwell et aboutir à l'équation de dispersion donnant k^2 en fonction de ω, ω_p et c. Représenter le graphe $k=k(\omega)$

Remarque : En déduire que l'on peut formellement considérer le milieu étudié comme un diélectrique parfait de permittivité ε à exprimer en fonction de ε_0, ω et ω_p.

5.a) Examiner le cas $\omega < \omega_p$; y a-t-il propagation ? Décrire le comportement de l'onde au cours du temps.

b) Dans le cas $\omega > \omega_p$, donner les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g et représenter leur variation en fonction de ω sur un même graphe.

c) Sur l'ionosphère, plasma qui correspond aux hypothèses précédentes est envoyée une onde telle que $\omega < \omega_p$. Qu'arrive-t-il ? Pour $\omega > \omega_p$ l'onde peut-elle forcément s'y propager ?

Pour répondre à cette question, il est commode de définir un indice n du plasma par $v_\varphi = c/n$ et de raisonner sur une interface virtuelle air/plasma comme en optique géométrique.

AN : Sachant que les ondes de fréquence inférieure à 9 MHz ne sont pas transmises par l'ionosphère, déduire l'ordre de grandeur de N, concentration des électrons.

Deux stations radio émettent sur des longueurs d'onde de 1376m et 2,85 m. Laquelle peut espérer une réflexion ionosphérique pour avoir une plus vaste audience ?

6- Dans cette question les électrons sont soumis en plus à une force de freinage proportionnelle à la vitesse : $-\alpha\, m\, \vec{v}$ où α est une constante positive.

a) Donner la nouvelle expression de $\underline{j}$ en fonction de $\underline{\vec{E}}(z,t)$ et en déduire la nouvelle relation de dispersion.

Remarque : Montrer que le plasma est alors assimilable à un diélectrique de permittivité $\underline{\varepsilon}$ complexe ; quelles en sont les parties réelle et imaginaire ?

b) Donner explicitement k dans le cas du plasma à faibles pertes en basse fréquence d'abord, soit $\omega^2 << \alpha^2 << \omega_p^2$, puis dans le cas du plasma à faibles pertes en haute fréquence, soit $\alpha^2 << \omega_p^2 << \omega^2$ et décrire dans chaque cas le comportement de l'onde en le comparant au cas correspondant de la question 5.

6)a) Il faut donner la nouvelle $\underline{\sigma}$ en fct de ω_p et le produit d'une fct de transfert.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés. mahdystudies.tn

B- Bilan énergétique dans un plasma.

La propagation d'une onde électromagnétique transversale n'y est possible que pour $\omega > \omega p$ avec une relation de dispersion $k^2 = (\omega^2 - \omega^2_p)/c^2$ conduisant à $v_\varphi * vg = c^2$.
Pour simplifier les calculs sans restreindre la généralité des résultats, l'OPPM polarisée rectilignement, soit pour le champ électrique

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \exp i(\omega t - kz)\, \vec{e}_x$$

1- Exprimer le champ magnétique associé à l'onde.

2- On se place dans le cas $\omega > \omega_p$.

a) Calculer en moyenne temporelle les densités volumiques d'énergie de l'onde $\langle u_e \rangle$ et $\langle u_m \rangle$ liées aux champs E et B, les comparer, puis donner la moyenne de la densité d'énergie électromagnétique totale $\langle u_{em} \rangle$.

b) Calculer la moyenne de la densité d'énergie cinétique $\langle u_c \rangle$ des électrons en régime sinusoïdal permanent.

c) En déduire la moyenne de la densité d'énergie totale $\langle u_{tot} \rangle$. Commentaire.

3- Calculer $\langle \vec{R} \rangle$ la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting dans les deux cas $\omega > \omega_p$ et $\omega < \omega_p$.

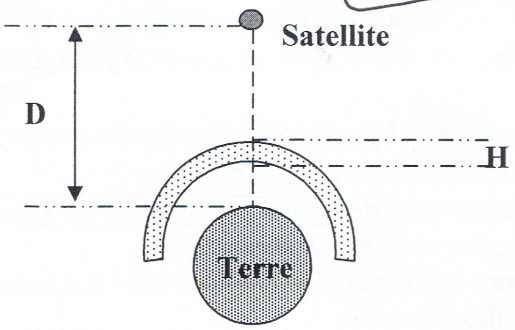
4-a) Montrer que la puissance moyenne cédée par le champ à la matière est nulle (en régime permanent).
En déduire par un raisonnement simple que l'on peut définir la vitesse de propagation de l'énergie par $\vec{v}_e = \langle \vec{R} \rangle / \langle u_{tot} \rangle$.

b) Que vaut $\vec{v}_e$ pour $\omega < \omega_p$? Donner $\vec{v}_e$ en fonction de v_g pour $\omega > \omega_p$ et conclure.

5- Une onde électromagnétique est envoyée par un satellite vers la terre. Quel est le temps τ mis pour parcourir la distance D ?
L'espace est assimilée à du vide en dehors de l'ionosphère. la fréquence de l'onde est telle que f>>fp ;

6- Pour prendre compte de la dispersion ionosphérique, on envoie deux trains d'onde de fréquences f_1 et f_2 et on mesure l'écart Δt entre leurs temps de parcours. Exprimer avec $f_2 > f_1 >> fp$

7- Montrer que $D = c\tau - d$, avec $d = \dfrac{f_2^2 f_1^2 c \Delta t}{f^2 (f_2^2 - f_1^2)}$



Mouvement d'un satellite de télécommunication

Cette partie est consacré a l'étude de quelques caractéristiques d'un satellite de télécommunication en orbite autour de la terre, assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R_T et de masse M_T. Un satellite de masse m_s; assimilable à un point matériel est en orbite circulaire autour de la terre à une altitude h.

1- Montrer que le champ de gravitationnel $\vec{g}(M)$ crée par la terre en un point M défini par : $\overrightarrow{OM} = r\,\vec{u}_r$, s'écrit : $\vec{g}(M) = -\dfrac{G M_T}{r^2}\vec{u}_r$

2- Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. On suppose dans la suite que le référentiel barycentrique est confondu avec le référentiel géocentrique (Rg).

3- a- Etablir la relation entre **v** et **h**
b- Déduire la 3eme loi de Kepler

4- Montrer que le moment cinétique $\vec{\sigma}_0$ et l'énergie mécanique E_m se conservent.

5- En déduire que le mouvement est plan et qu il obéit à la loi des aires.

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

OPPM dans un plasma : étude énergétique

A- transparence et réflexion ionosphériques

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E_0}\, e^{-i(\omega t - kz)}$$

1) $$\frac{\|\vec{F}_{mag}\|}{\|\vec{F}_e\|} = \frac{\|q\vec{v}\wedge\vec{B}\|}{\|q\vec{E}\|} = \frac{v\|B\|}{\|\vec{E}\|} = \frac{v}{c}$$

or les charges sont des particules non-relativistes donc $v \ll c \Rightarrow \|\vec{F}_{mag}\| \ll \|\vec{F}_e\|$

donc on peut négliger l'effet du champ $\vec{B}$ de l'onde sur les charges devant celui du champ $\vec{E}$.

2) RFD sur un électron :

Bilan des forces : { • force électrique ; • force magnétique (négligeable) ; • champ de pesanteur (négligeable) }

$$\Rightarrow -e\vec{E} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = -j\omega m\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{-je}{\omega m}\vec{E} \qquad \left| \begin{array}{l} \vec{V} = \frac{je}{\omega m}\vec{E} \\ \frac{1}{m} \ll \frac{1}{m} \Rightarrow \|\vec{v}\| \ll \|\vec{v}\| \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \vec{j} = (-Ne)\vec{v} = \frac{jNe^2}{\omega m}\varepsilon_0\vec{E}$$

d'où la densité : $$\boxed{\vec{j} = j\frac{\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\vec{E}}$$

avec $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$: pulsation plasma

3) Maxwell-Gauss : $\operatorname{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

Conservation de la charge : $\operatorname{div}(\vec{j}) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$

$$\operatorname{div}\left(j\frac{\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\vec{E}\right) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

$$j\frac{\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\operatorname{div}(\vec{E}) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

$$j\frac{\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\frac{\rho}{\varepsilon_0} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

$$j\frac{\omega_p^2}{\omega}\rho + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow \rho = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{et} \quad \tau \ll 1$$

$\Rightarrow \rho \to 0$ très rapidement.

donc on peut considérer le milieu comme un milieu localement neutre.

$$\Rightarrow \operatorname{div}(\vec{E}) = j\vec{k}\cdot\vec{E} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{k}\cdot\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{k} \perp \vec{E}$$

4) équation de Maxwell :

$$\vec{rot}(\vec{E}) = \frac{-\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{Rot}\left(\vec{rot}(\vec{E})\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{Rot}(\vec{B})$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\vec{j} + \mu\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{\vec{grad}\left(\operatorname{div}(\vec{E})\right)}_{=0} - \Delta\vec{E} = \frac{-\partial}{\partial t}\mu_0\vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}^2}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \Delta\vec{E} - \mu_0\frac{\partial\vec{j}}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}^2}{\partial t^2} = 0$$

$$\begin{cases} \Delta\vec{E} = -k^2\vec{E} \\ \frac{\partial\vec{j}}{\partial t} = j\frac{\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \omega_p^2\varepsilon_0\vec{E} \\ \frac{\partial\vec{E}^2}{\partial t} = (-j\omega)(-j\omega)\vec{E} = -\omega^2\vec{E} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -k^2 - \omega_p^2\varepsilon_0\mu_0 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow -k^2 - \frac{\omega_p^2}{c^2} + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = -\frac{\omega_p^2}{c^2} + \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

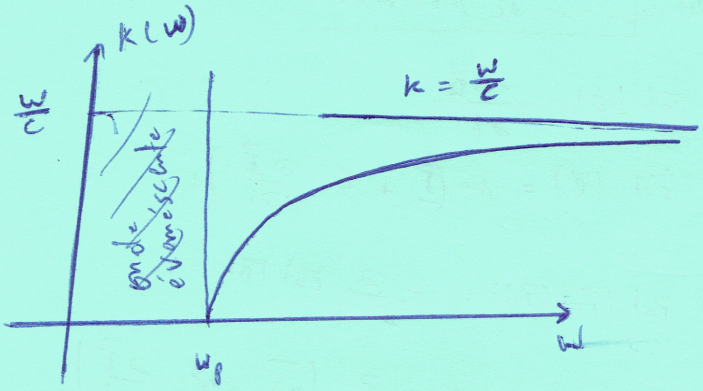
$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$$

Si $\omega \gg \omega_p$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

Si $\omega \ll \omega_p$

$$\Rightarrow \boxed{k = j\,\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1}}$$



Remarque $\vec{j} = -(-j\omega)\,\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\,\varepsilon_0\,\vec{E}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{j} = -\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\,\varepsilon_0\,\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

$$\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{rot}(\vec{B}) = \varepsilon_0\mu_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$= \mu_0 \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{avec} \quad \boxed{\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$$

Donc le plasma peut formellement être considéré comme un diélectrique parfait de permittivité $\varepsilon = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$.

5) ⓐ

Si $\omega < \omega_p$ $\quad k = j\,\frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1}$

$$\boxed{k = j k'}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{-j(\omega t - j k' z)}$$

$$= \vec{E}_0\, e^{-k' z}\, e^{-j\omega t}$$

c'est une onde stationnaire qui ne se propage pas. En effet il y a un découplage temps-espace.

ⓑ Dans le cas $\omega > \omega_p$:

$$k = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

C'est une onde progressive.

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}$$

on a $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{c^2}$

$$2k\,dk = \frac{2\omega}{c^2}\,d\omega$$

$$\Rightarrow \frac{d\omega}{dk} = \frac{k c^2}{\omega} = \frac{\frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \times c^2}{\omega}$$

$$\boxed{v_G = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\,c}$$

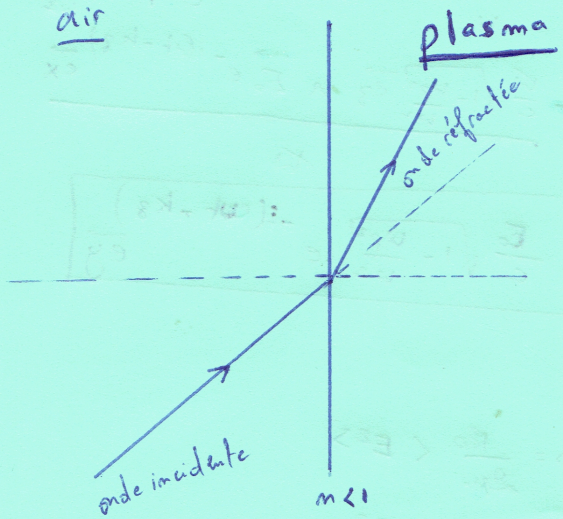
$\boxed{v_G \cdot v_\varphi = c^2}$: milieu transparent.

ⓒ pour $\omega < \omega_p$, l'onde reste sur la surface et ne se propage pas dans l'ionosphère.

2

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Pour $w > w_p$: l'onde est progressive.



$$\sin(i_p) = n \sin\frac{\pi}{2} = n$$

$$\Rightarrow i_p = \arcsin(n)$$

avec $n = \frac{c}{v_\varphi} = \sqrt{1 - \frac{w_p^2}{w^2}} << 1$

$\Rightarrow i_p \simeq 0$ donc toute incidence sur la surface air - plasma permet la propagation de l'onde dans le plasma.

AN : $w_p = 2\pi f_p$; $f_p = 9.10^6$ Hz

$$2\pi f_p = \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m}$$

$$\Rightarrow N = \frac{2\pi f_p \varepsilon_0 m}{e^2}$$

$$N = \frac{2\pi \cdot 9.10^6 \times \frac{1}{36\pi.10^9} \times 9,1.10^{-31}}{(1,602.10^{-19})^2}$$

$$\boxed{N = 1,77.10^{11}}$$

$w_{rad} < w_p$

$$\Rightarrow \frac{2\pi c}{\lambda} < 2\pi f_p$$

$$\Rightarrow \lambda > \frac{c}{f_p} \Rightarrow \lambda > \frac{3.10^8}{9.10^6} = 33,3 \text{ m}$$

Alors $\lambda = 1376$ m va avoir une réflexion sur l'ionosphère et ainsi une très vaste audiance.

6) ⓐ + frottement visqueux

RFP :

$$-\alpha m\vec{v} - e\vec{E} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Rightarrow m(\alpha - jw)\vec{v} = -e\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{-e}{m(\alpha - jw)}\vec{E}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \times \frac{\frac{\varepsilon_0}{\alpha}}{1 - j\frac{w}{\alpha}}\vec{E}$$

filtre passe haut

$$\boxed{\vec{j} = j\frac{w_p^2 \varepsilon_0}{w} \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}}\vec{E}}$$

$$\begin{cases} \vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) \end{cases}$$

$$\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0\left[\left(\frac{w_p^2\varepsilon_0}{w} \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}}\right)\vec{E} + \varepsilon_0\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right]$$

$$\Rightarrow k^2 - \mu_0 w_p^2 \varepsilon_0 \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}} + \frac{w^2}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - \frac{w_p^2}{c^2} \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}} + \frac{w^2}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{w^2}{c^2} + \frac{w_p^2}{c^2} \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}}$$

$$\boxed{k^2 = \frac{w^2}{c^2}\left[1 - \frac{w_p^2}{w^2} \times \frac{1}{1 + j\frac{\alpha}{w}}\right]}$$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

⑤ plasma à faible perte en basse fréquence:

$\omega^2 \ll \alpha^2 \ll \omega_p^2$

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + j\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)\times\left(\frac{\omega^2}{\alpha}\right)\right)$ c'est une progressive atténuée

$= \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + j\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)\times\left(\frac{\omega_p}{\alpha}\right)\right)$

$= j\,\frac{\omega^2}{c^2}\times\frac{\omega_p}{\omega}\times\frac{\omega_p}{\alpha}$

$\boxed{k^2 = j\,\frac{\omega.\omega_p^2}{\alpha c^2}}$ $= \left(e^{j\frac{\pi}{4}}\right)^2 \frac{\omega.\omega_p^2}{\alpha c^2}$

$= \frac{(1+j)^2}{2}\times\frac{\omega.\omega_p^2}{\alpha c^2} = \frac{(1+j)^2}{\delta^2}$

plasma à faible pente en Haute fréquence:

$\alpha^2 \ll \omega_p^2 \ll \omega^2$

$\frac{1}{1+x} \underset{0}{\simeq} 1 - x + o(x)$

$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\times\left(1 - j\frac{\alpha}{\omega}\right)\right]$

$= \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + j\,\frac{\alpha\omega_p^2}{\omega^3}\right]$

$= \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + j\,\frac{\alpha}{\omega}\times\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right]$

$\frac{\alpha}{\omega} \ll 1$

$\boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left[1 + j\,\frac{\alpha\omega_p^2}{\omega^3}\right]}$

$k = \frac{\omega}{c}\left(1 + j\,\frac{\alpha\omega_p^2}{\omega^3}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\boxed{k = \frac{\omega}{c}\left(1 + j\,\frac{\alpha\omega_p^2}{2\omega^3}\right)}$

B - Bilan énergétique dans un plasma

propagation : $\omega > \omega_p$.

relation de dispersion: $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

transparent: $v_\varphi . v_g = c^2$

$\vec{E}(z,t) = \vec{E_0}\, e^{-i(\omega t - kz)}\,\vec{e_x}$

1) relation de structure:

$\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}$ avec $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\,\vec{e_z}$

$= \frac{\frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\,\vec{e_z}\wedge E_0\, e^{-i(\omega t - kz)}\,\vec{e_x}}{\omega}$

$\boxed{\vec{B} = \frac{E_0}{c}\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\, e^{-i(\omega t - kz)}\,\vec{e_y}}$

2) ⓐ

$\langle w_e\rangle = \frac{\varepsilon_0}{2}\langle E^2\rangle$

$= \frac{\varepsilon_0}{2}\,\frac{E_0^2}{2}$

$= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}$

$\langle w_m\rangle = \frac{1}{2\mu_0}\langle B^2\rangle$

$= \frac{1}{2\mu_0}\,\frac{E_0^2}{2c^2}\left(\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}\right)^2$

$\langle w_m\rangle = \frac{E_0^2}{4c^2\mu_0}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

$= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

$\frac{\langle w_e\rangle}{\langle w_m\rangle} = \frac{\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}}{\frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$

$= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{-1} \gg 1$

$\Rightarrow \boxed{\langle w_e\rangle \gg \langle w_m\rangle}$

$\langle w_{em}\rangle = \langle w_e\rangle + \langle w_m\rangle$

$= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} + \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)$

$\boxed{\langle w_{em}\rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4}\left(2 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$

4

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

b) $\langle W_c \rangle = \langle \frac{1}{2} m v^2 \rangle$

$= \frac{1}{2} m \frac{\sigma^2}{N^2 e^2} \times \frac{E_0^2}{2}$

$= \frac{1}{4} \frac{\varepsilon_0 m \sigma^2}{N e^2 \varepsilon_0} E_0^2$

$\langle W_c \rangle = \frac{1}{4} \frac{\sigma^2}{\omega_p^2 \varepsilon_0} E_0^2$

or $\vec{j} = \underline{\sigma}\, \vec{E}$

$= -Ne\vec{v}$

$\Rightarrow \vec{v} = \frac{-\underline{\sigma}}{Ne} \vec{E}$

$\Rightarrow v_{\text{électron}}^2 = \frac{|\underline{\sigma}^2|}{N^2 e^2} E^2$

$\underline{\sigma} = \frac{j \omega_p^2 \varepsilon_0}{\omega}$

$\langle W_c \rangle = \frac{1}{4} + \frac{\omega_p^4 \varepsilon_0^2}{\omega^2 \omega_p^2 \varepsilon_0^2} E_0^2$

$\boxed{\langle W_c \rangle = +\frac{1}{4} \times \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \varepsilon_0 E_0^2}$

$\langle W_c \rangle + \langle W_{em} \rangle = + \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} \times \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$

$- \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{4} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

$= 2 \langle W_c \rangle$

3) • Si $\omega < \omega_p$; $\langle \vec{\pi} \rangle = 0$: onde stationnaire

• Si $\omega > \omega_p$: $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} \text{Ré}(\vec{E} \wedge \vec{B}^*)$

$= \frac{1}{2\mu_0} \text{Ré}\left(\frac{E_0^2}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \right) \vec{e_z}$

$\boxed{\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{E_0^2 c}{2\mu_0 c^2} \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \vec{e_z}}$

4) (a)

$\langle P_{\text{Joule}} \rangle = \iiint \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle$

$= \iiint \langle \underline{\sigma} E^2 \rangle$

$\Rightarrow \langle \underline{\sigma} E^2 \rangle = \frac{1}{2} \text{Ré}\left(j \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0}{\omega} E_0^2 e^{2i(\omega t - kz)} \right)$

$\in i\mathbb{R}$

$= 0$

donc pas d'effet Joule quand il n'y a pas de frottement.

$\langle W_{tot} \rangle dV = \langle \vec{\pi} \rangle dS\, dt$ car il n'y a pas un effet Joule

$\langle W_{tot} \rangle dS\, dz = \langle \vec{\pi} \rangle dS\, dt$

$\langle W_{tot} \rangle dS\, v_e\, dt = \langle \vec{\pi} \rangle dS\, dt$

$\Rightarrow \boxed{\langle \vec{\pi} \rangle = \langle W_{tot} \rangle \vec{v_e}}$

(b) $\vec{v_e} = 0$ si $\omega < \omega_p$ car il n'y a pas de propagation de l'onde.

$\vec{v_e} = ?$

on a $\langle \vec{\pi} \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c^2} c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \vec{e_z}$

$= \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \vec{e_z}$

$= \langle W_{tot} \rangle v_g \vec{e_z}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{v_e} = \vec{v_g}}$

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

4) a) $\langle \int U_{em} \rangle = \langle u_{em} \rangle \cdot (dS\, dz)$ ($\langle u_{em} \rangle$: $J.m^{-3}$)

$= \langle u_{em} \rangle \, dS \, (v_e \, dt)$

$= \langle \overline{R} \rangle \, \overrightarrow{dS} \, dt$ ($\int$: J)

$\Rightarrow \langle \overline{R} \rangle = \langle u_{em} \rangle \, \overrightarrow{v_e}$

4) a) $\langle p_{Joule} \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle$

$= \frac{1}{2} Re\left[\underline{j} \cdot \underline{E}^* \right]$; $\underline{j} = \frac{i \varepsilon_0 \omega_p^2}{\omega} \underline{E}$

$\langle p_J \rangle = 0$ (pas de frottement).

4) b) $\overline{v_e} = \overline{v_g}$

5) $\tau = \tau_1 + \tau_2 = \left(\frac{D - H}{c} \right) + \frac{H}{v_g}$

$\tau = \frac{D}{c} - \frac{H}{c} + \frac{H}{c\sqrt{1 - \frac{f_p^2}{f^2}}}$

or $f >> f_p$

(9)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\frac{D}{c} - \frac{H}{c} + \frac{H}{c}\left(1 + \frac{\delta f^2}{2 f^2}\right)$$

$$\tau = \frac{D}{c} + \frac{1}{2}\frac{H}{c}\frac{\delta f^2}{f^2}$$

$$\left(1 - \frac{\delta f^2}{f^2}\right)^{-1/2} \simeq 1 + \frac{1}{2}\frac{\delta f^2}{f^2}$$

6) $\Delta t = \tau_1 - \tau_2 = \frac{1}{2}\frac{H}{c}\delta f^2\left[\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2}\right]$

7) $D = c\tau - d$

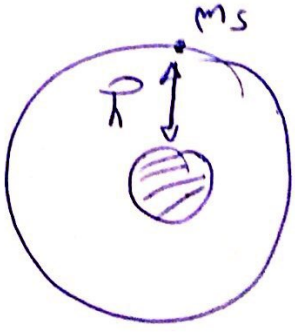
$$\tau c = D + \frac{H \delta f^2}{2 f^2}$$

Mvt d'un satellite

$$\vec{F}_G = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}_r = m\vec{g}$$

$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2}\vec{u}_r \quad ; \quad r = R_T + h$$

2) $\mathcal{R}_G$ (Terre ; 3 étoiles fixes)





M

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m\overrightarrow{OS} + M\overrightarrow{OT}}{m+M}, \quad m \ll M$$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m}{M}\overrightarrow{OS} + \overrightarrow{OT} \simeq \overrightarrow{OT}$$

3) $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{T} + \frac{v^2}{r}\vec{N}$

$$\vec{F}_G = -\frac{GMm}{r^2}\vec{u}_r = m\frac{v^2}{r}(-\vec{u}_r)$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R_T + h}}$$

b) $\frac{T^2}{a^3} = cte.$

$$v = r\omega = r\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}$$

(11) ديسمبر 2021

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$\frac{d\vec{\sigma_0}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \vec{0}$, $\vec{\sigma_0} = \vec{cte}$.

$\downarrow \vec{u_r} \quad \downarrow \vec{u_r}$

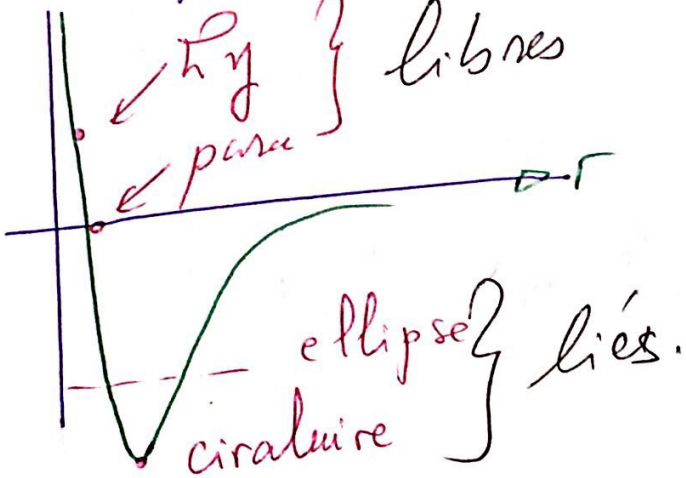
Viriel

$* \; E_m = E_c + E_p = E_c + (-2E_c) = -E_c < 0$

$E_p = -\int \vec{F_G} \, d\vec{l} = +\int \frac{GM/m}{r^2} dr = -\frac{GM/m}{r}$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{GM}{r}\right) =$

$\cdot \quad E_p = -2E_c$



$C = r^2 \dot{\theta} = cte$.

(12) عدد 9 ديسمبر

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.