

Linéaire: si dans les équations de Maxwell

ϵ remplace ϵ_0 avec $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$

Solubilité: la quantité de sel dissous dans un liquide

LHI: linéaire - homogène - isotrope

le développement limité se fait sauf si on a la forme $(1+\epsilon)^{1/d}$ et non pas $(a+b)^d$ et $a \ll b$

D' Kchaou borhen

Transmissions sous-marines par des ondes radios

Cet exercice examine la faisabilité d'une transmission sous marine par onde radio de fréquence maximale 100 MHz à travers le dioptre air-mer. L'eau de mer est un milieu LHI, neutre, rendu conducteur par la salinité. Pour les fréquences hertziennes, sa permittivité relative et sa conductivité électrique sont celles des régimes quasi - statique, des grandeurs réelles positives de valeur $\epsilon_r = 81$ et $\sigma = 4 \text{ S.m}^{-1}$, sa perméabilité magnétique est celle du vide (μ_0).

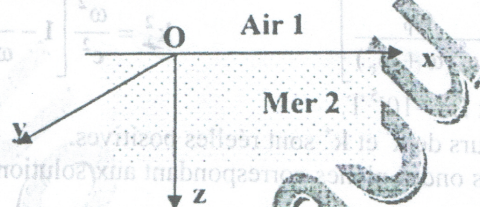
1- Indice complexe et profondeur de pénétration.

- Ecrire les équations de Maxwell dans l'eau de mer en y admettant la loi d'Ohm locale et en déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ électrique.
- Montrer que la recherche d'une solution sous la forme d'OPPM de facteur de phase $\exp i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$ conduit à la définition d'un indice complexe $\underline{n}$. Exprimer son carré $\underline{n}^2$ en fonction de ϵ_0 , ϵ_r , σ et ω .
- Evaluer numériquement les deux termes qui interviennent dans $\underline{n}^2$ et en déduire l'expression approchée de $\underline{n}$ en fonction de $\alpha = \sqrt{2\epsilon_r \omega / \sigma}$. Commenter cette approximation ainsi que le résultat obtenu.
- Une onde se propage perpendiculairement à la surface de séparation dans le sens des z positifs. Sur quelle distance δ , appelée profondeur de pénétration, se propage-t-elle avant que l'amplitude de ses champs soit réduite d'un facteur e ? quelle est la vitesse de phase v_0 ?
AN: calculer δ et v_0 pour $f = 100 \text{ MHz}$ puis pour $f = 500 \text{ kHz}$. Comparer δ et λ ?

2- Facteur de transmission énergétique.

Ce calcul se limite à l'incidence nulle, le problème étant notablement plus compliqué en incidence quelconque... le dioptre est confondu avec le plan xOy ; l'air (partie $z < 0$) est un milieu LHI d'indice réel n_1 et l'eau de mer d'indice complexe $\underline{n}_2$ précédemment déterminé. L'onde incidente dans l'air est polarisée rectilignement son champ en notation complexe est $\vec{E}_i = E_0 \exp i(\omega t - k_1 z) \vec{u}_x$.

Elle engendre une onde réfléchie de champ $\vec{E}_r = r E_0 \exp i(\omega t + k_1 z) \vec{u}_x$ et une onde transmise, vue à la question 1, de champ $\vec{E}_t = t E_0 \exp i(\omega t - k_2 z) \vec{u}_x$.



- Rappeler pourquoi les pulsations sont les mêmes et donner les expressions de k_1 et k_2 .
- Calculer les champs magnétiques complexes associés $\vec{B}_i$, $\vec{B}_r$, $\vec{B}_t$.
- Ecrire les équations de continuité des champs en l'absence de courants surfaciques et en déduire les expressions de r et t en fonction de n_1 et $\underline{n}_2$.
3 vecteurs de Poynting à calculer
- Déterminer la valeur moyenne des vecteurs de Poynting, puis donner l'expression des facteurs de réflexions R et de transmission T en énergie à l'interface en fonction de n_1 et $\underline{n}_2$. Commentaire.
- Avec $n_1 = 1$ et en utilisant pour $\underline{n}_2$ l'expression approchée de la question 1-b donner l'expression de T en fonction de α .
AN: Calculer T pour $f = 100 \text{ MHz}$ et $f = 500 \text{ kHz}$. Conclusion.
- Un signal électromagnétique est émis dans l'air (par un navire par exemple) dans les conditions de l'exercice. Trouver pour les deux fréquences précédentes la profondeur limite d à la quelle un sous-marin peut le détecter sachant que son récepteur est sensible à un signal d'énergie 10^n fois plus faible que celui de l'émetteur (avec $n=10$). Que devient cette distance lorsque le signal est émis directement dans l'eau près de la surface?

Transmission sous marine

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_r = 81$$

$$\sigma = 4 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

(neutre
fibres)

$$\gamma_{\text{cuvette}} \approx 10^7 \text{ } \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0, \quad \text{div } \vec{B} = 0, \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left[\cancel{\nabla \cdot \vec{E}} + \epsilon_r \left(\epsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \right]$$

$$\Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \epsilon_r \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

$$\left(-k^2 - \mu_0 \sigma i\omega + \frac{\omega^2 \epsilon_r}{c^2} \right) \vec{E} = \vec{0}$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left[\epsilon_r - \frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right] = \frac{\omega^2}{c^2} n^2$$

$$n^2 = \epsilon_r - i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = 81 - i 719$$

$$f = 100 \text{ THz} = 100 \times 10^6 \text{ Hz}$$

(13)

$$\underline{n}^2 \simeq -i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} = \frac{(1-i)^2}{\left(\frac{2\epsilon_0 \omega}{\sigma}\right)} = \frac{(1-i)^2}{\alpha^2}$$

$$\underline{n} = \frac{1}{\alpha} - i \frac{1}{\alpha}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 \omega}{\sigma}}$$

$$\underline{n} = n' - i n''$$

$$k' = \frac{\omega}{c} n', \quad k'' = \frac{\omega}{c} n''$$

$$v_g = \frac{\omega}{k'} = \frac{c}{n'} = \underline{c} \alpha = \sqrt{\frac{2\epsilon_0 c^2 \omega}{\sigma}}$$

$$v_g = \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma/\epsilon_0}} \quad \text{dispersion}$$

$$\underline{E}_t = E_0 \exp i(\omega t - (k' - i k'')z) \vec{e}_y$$

$$\underline{E}_t = E_0 \exp\left(-\frac{\omega}{c} n'' z\right) \exp i\left(\omega t - \frac{\omega}{c} n' z\right) \vec{e}_y$$

← facteur d'atténuation

$$\underline{E}_i + \underline{E}_r = \underline{E}_t$$

$$\underline{B}_i + \underline{B}_r = \underline{B}_t$$

(24)