

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \left(\frac{A+B}{2} \right) \sin \left(\frac{A-B}{2} \right)$$

OPTIQUE ONDULATOIRE

Systèmes à division de front d'onde

SERIE N°1

Problème 1 : Fentes d'Young

On considère le montage interférentiel de trous d'Young (figure 1). Les trous S_1 et S_2 distants de "a" sont éclairés par une source ponctuelle S située sur la médiatrice du segment S_1S_2 . L'écran d'observation E est disposé perpendiculairement à OS (O milieu de S_1S_2) à une distance D du plan contenant les deux sources. Soit "d" la distance OS . On suppose que $D \gg a$ et $d \gg a$. La source S émet une radiation monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$. (Figure 1). On donne $a = 2,6 \text{ mm}$; $D = 1 \text{ m}$, $d = 50 \text{ cm}$;

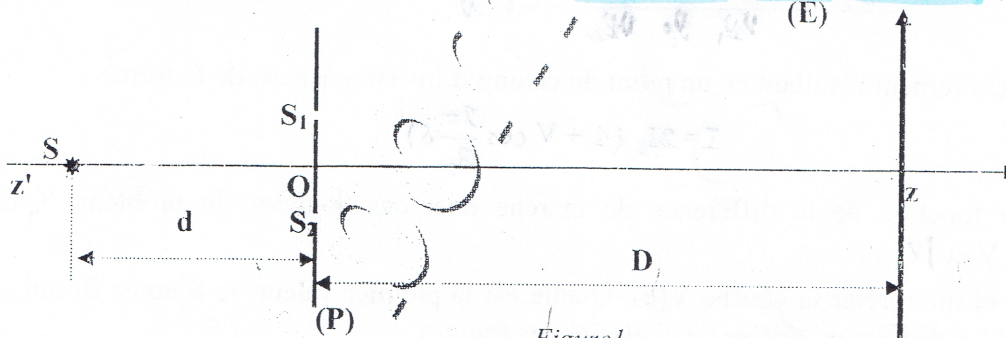
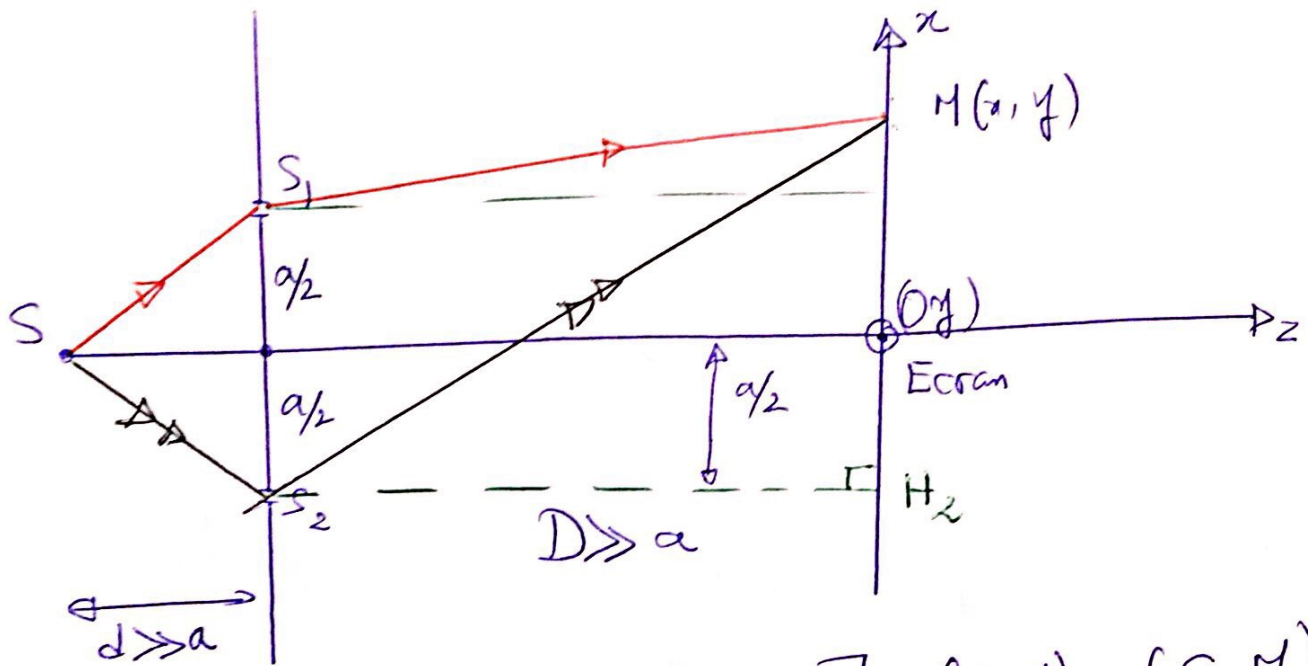


Figure 1

- 1- Déterminer la différence de marche δ en un point $M(x,y)$ de l'écran en fonction de x .
- 2- Déterminer l'intensité lumineuse $I(M)$ en un point M de l'écran (E).
- 3- Représenter graphiquement la variation de $I(M) = f(x)$ et d'écrire le phénomène observé en précisant la position x_0 de la frange centrale (ordre zéro). Calculer l'interfrange i_0 .
- 4- Comment le phénomène serait-il modifié dans les cas suivants :
 - a- La source S est déplacée parallèlement à (E), suivant l'axe Oy d'une grandeur y_s .
 - b- La source S est déplacée parallèlement à S_1S_2 , vers le haut d'une grandeur x_s .
 - c- On remplace la source S par une fente fine F parallèle à Oy de largeur ℓ et on remplace les trous d'Young S_1 et S_2 par deux fentes fines F_1 et F_2 parallèles entre elles et parallèles à Oy . Déterminer l'intensité totale au point M . $I(M) = 2I_0[1 + V(\ell) \cos \phi]$
- 5- On considère le montage de la figure 1, on interpose devant S_1 une lame de verre à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e , parallèle à (P).
 - a- Déterminer le nouvel ordre d'interférence p en M et la position de la frange centrale.
 - b- On maintient la lame devant S_1 et on place devant S_2 une autre lame à face parallèle en verre d'indice n' et d'épaisseur e' . Calculer e' pour que la frange centrale revienne en $(x = 0)$.
On donne $e = 420 \mu\text{m}$; $n = 1.50$; $n' = 1.70$.
- 6- La fente source F , parallèle à l'axe (Oy), est placée au foyer objet d'une lentille convergente (L_1). Elle éclaire une plaque opaque percée de deux fentes F_1 et F_2 parallèle à la fente F , distantes de a et symétriques par rapport à l'axe (FO). L'écran d'observation (E) se trouve dans le plan focal d'une deuxième lentille convergente (L_2) de distance focale image f_2 .
 - a- Tracer la marche des rayons lumineux provenant des fentes F_1 et F_2 et qui interfèrent en un point M de l'écran d'observation (E).
 - b- Exprimer la différence de marche δ entre les deux ondes lumineuses de point M en fonction de a , f_2 et x , où x désigne l'abscisse du point M ($x \ll f_2$).



$$\underline{1)} \quad \delta(r) = [SS_2M]_{op} - [SS_1M]_{op} = (S_2M)_{\text{geon}} - (S_1M)$$

$$S_2M^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2$$

$$S_1M^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2$$

$$(S_2M)^2 = D^2 \left[1 + \frac{y^2}{D^2} + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \frac{1}{D^2} \right] -$$

$$S_2M \approx D \left[1 + \frac{y^2}{2D^2} + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 \frac{1}{2D^2} \right] -$$

$$S_1M \approx D \left[1 + \frac{y^2}{2D^2} + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 \frac{1}{2D^2} \right] -$$

$$\boxed{\delta = \frac{ax}{D}} = \frac{(S_1S_2) \cdot OM}{(S_1S_2) \rightarrow \text{Ecran}}$$

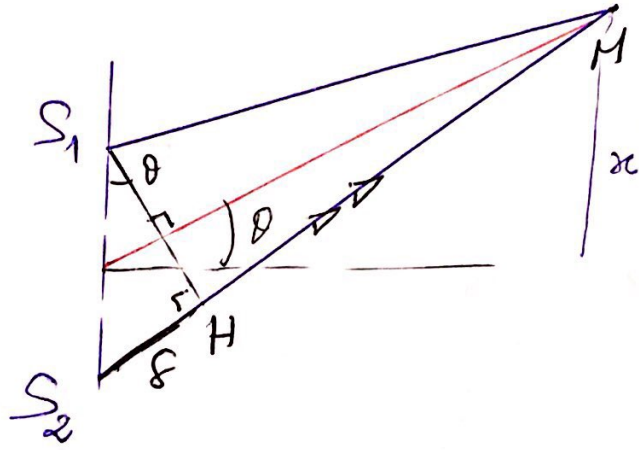
20 Jan

(3)

$$M(x, 0)$$

$$\delta = a \sin \theta = a \tan \theta$$

$$= a \frac{x}{D}$$



$$2) I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M)$$

$$I_1 = I_2 = I_0, \quad I = 2I_0 (1 + \cos \varphi)$$

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta \right) \right)$$

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi p \right) \right) ; \quad p = \frac{\delta}{\lambda}$$

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi a x}{\lambda D} \right) \right)$$

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi x}{\left(\frac{\lambda D}{a} \right)} \right) \right)$$

$$i = \frac{\lambda D}{a} = \text{interfrange} \quad \lambda = \frac{i a}{D}$$

positions des franges brillantes.

$$\cos(2\pi p) = +1 ; \quad 2\pi p = 2\pi k$$

20 Jan

(4)

frange brillante $p = k$ (entier)

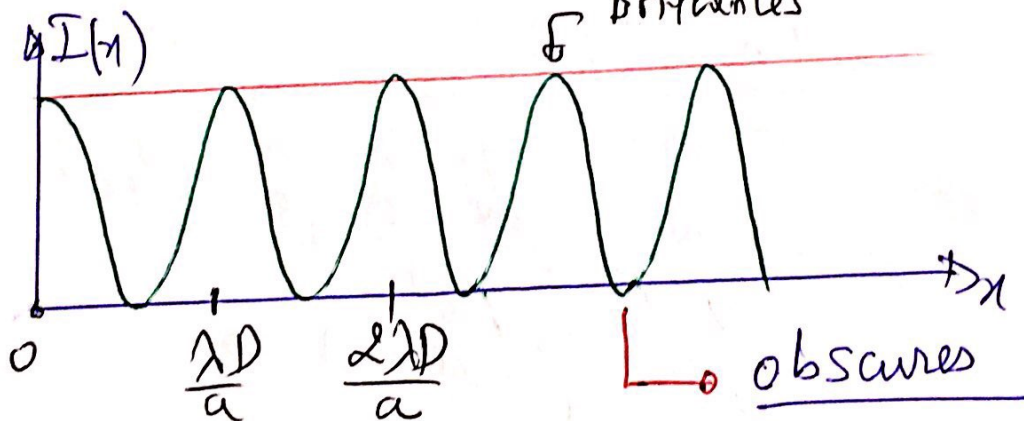
$$p = \frac{\delta}{\lambda} \Rightarrow \delta = k\lambda = \frac{a \cdot x}{D}$$

$$x_k = \frac{k \lambda D}{a}$$

$$x_{k+1} - x_k = i = \frac{\lambda D}{a}$$

$$I_{\min} = 0; \quad \cos \varphi = -1$$

$$x_k^s = \left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}; \quad p = \left(k + \frac{1}{2}\right)$$



frange centrale; $\delta = 0; \varphi = 0, p = 0$

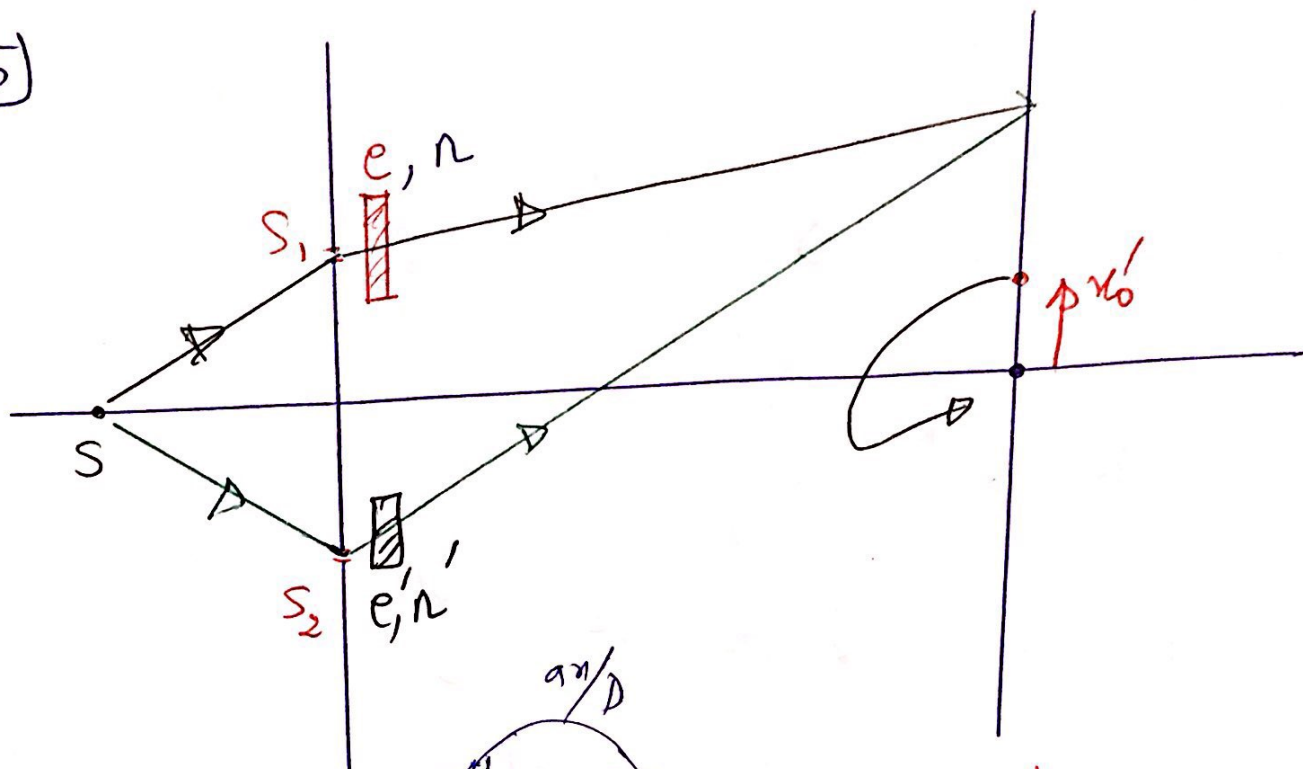
$\Rightarrow x = 0$

frange au centre $x = 0$

20 Jan

(5)

5)



$$p(\eta) = \frac{\delta'(\eta)}{\lambda} = \frac{(S_2P) - (S_1P - e + ne)}{\lambda}$$

$$p(\eta) = \frac{\alpha x}{\lambda D} - \frac{(n-1)e}{\lambda}$$

la nouvelle position de la frange centrale

$$p(\eta) = 0 ; \quad x_0' = \frac{D}{\alpha} (n-1)e$$

$$b) \delta''(\eta) = (S_2P - e' + n'e') - (S_1P - e + ne)$$

$$\delta''(\eta) = \frac{\alpha x}{D} + (n'-1)e' - (n-1)e$$

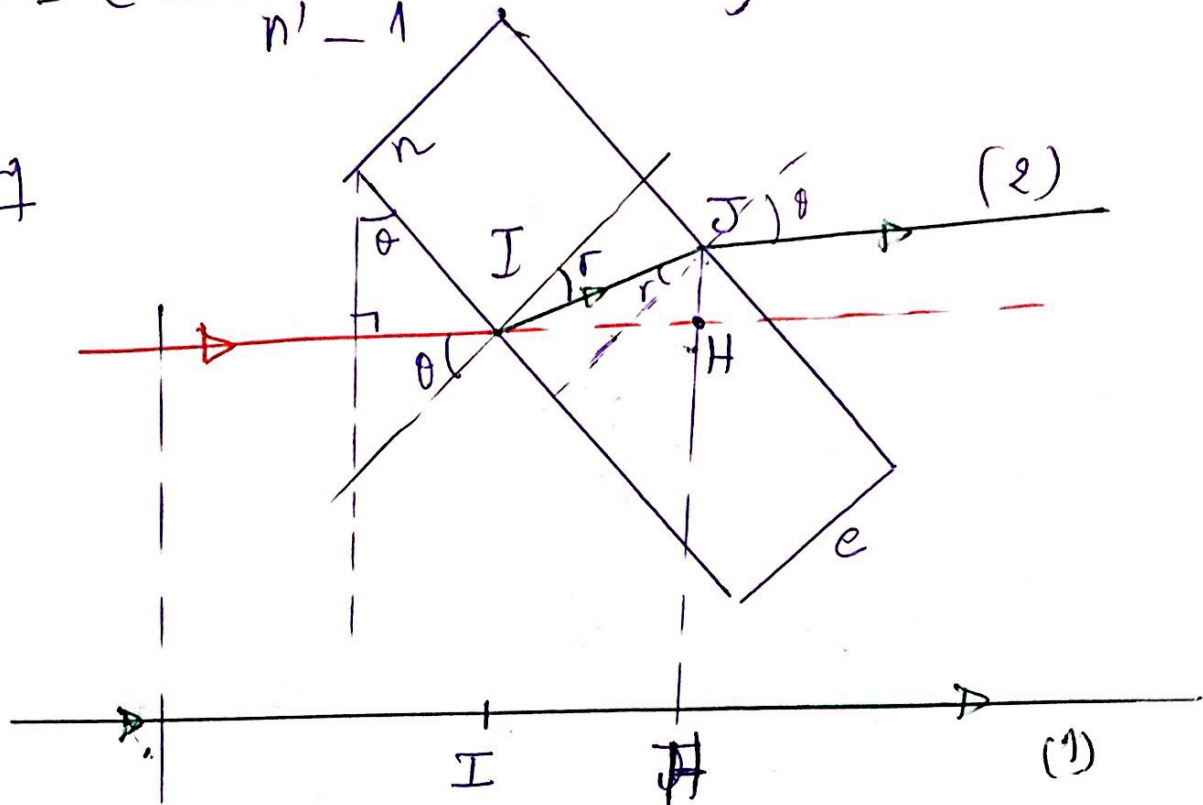
$$\frac{\delta''(\eta)}{D} = \frac{0}{D} + (n'-1)e' - (n-1)e$$

$$(n-1)e = (n'-1)e'$$

20 Jan
(6)

$$e' = e \frac{n-1}{n'-1} = 300 \mu\text{m}$$

Pg



$$\sin \theta = n \sin r$$

$$\delta = [IJ] - [IH] = n(IJ) - (IH)$$

$$\cos r = \frac{e}{IJ} \Rightarrow IJ = \left(\frac{e}{\cos r} \right)$$

$$\cos(\theta - r) = \frac{IH}{IJ} \Rightarrow IH = \frac{e}{\cos r} \cos(\theta - r)$$

$$\delta = \frac{e}{\cos r} (n - \cos(\theta - r))$$

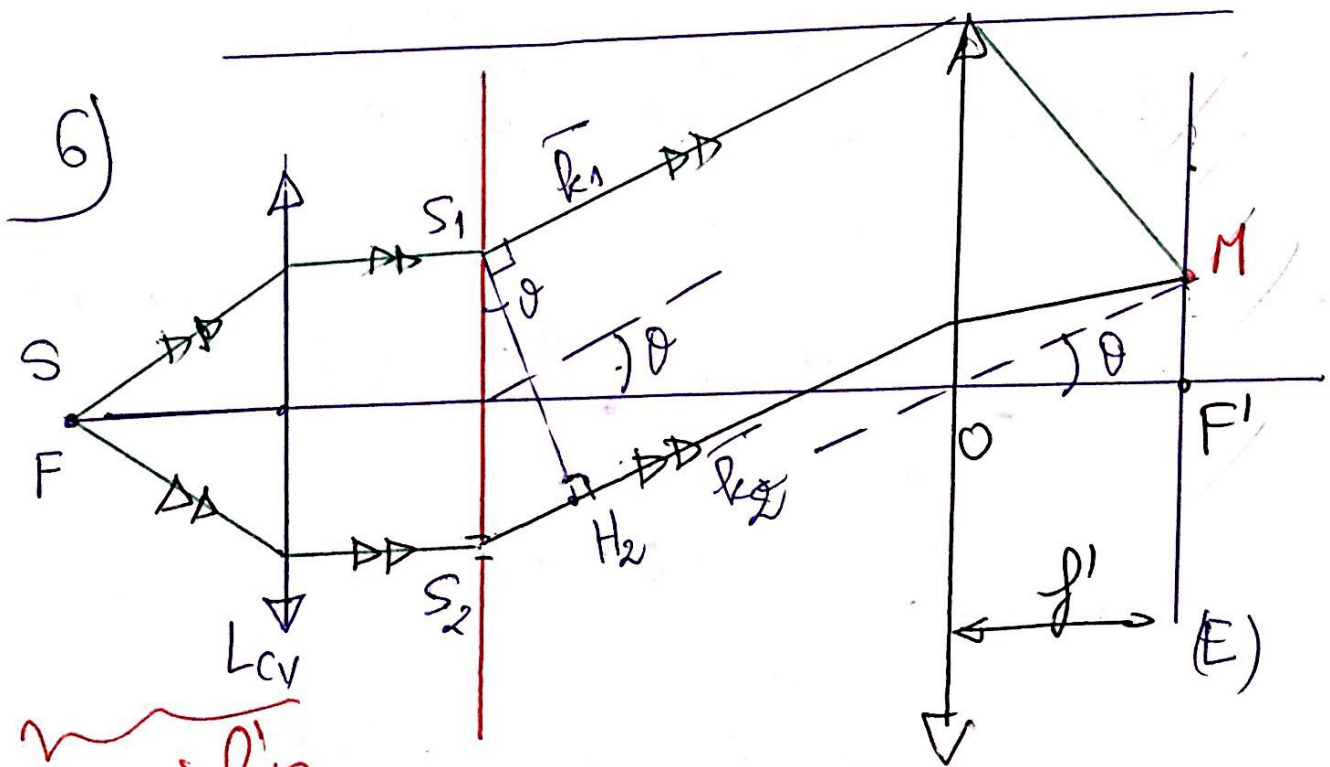
$$\delta = \frac{e}{\cos r} (n - \cos \theta \cos r - \sin \theta \sin r)$$

$$\delta = \frac{e}{\cos r} (n - n \sin^2 r - \cos \theta \cos r) \quad \text{20 Jan} \quad (7)$$

$$\delta = e[n \cos r - \cos \theta] ; \theta \text{ et } r \text{ faibles}$$

$$\begin{aligned} \delta &= e \left[n \left(1 - \frac{r^2}{2} \right) - \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) \right] \\ &= e \left[(n-1) - \frac{n}{2} r^2 + \frac{\theta^2}{2} \right] ; \theta \approx nr \\ &= e \left[(n-1) - \frac{n}{2} \frac{\theta^2}{n^2} + \frac{\theta^2}{2} \right] \\ &= e \left[(n-1) + \frac{\theta^2}{2} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\delta = e(n-1) \left[1 + \left(\frac{\theta^2}{2n} \right) \right]$$



Source à l'infini

L_2 : Centre de la lumière
le luminosite' 20 Jun (8)

$$\delta = [S_2 M] - [S_1 M] = S_2 H_2$$

or $(H_2)_{\text{et}}(S_1) \in \hat{m}$ surface of $\hat{m}$ orb

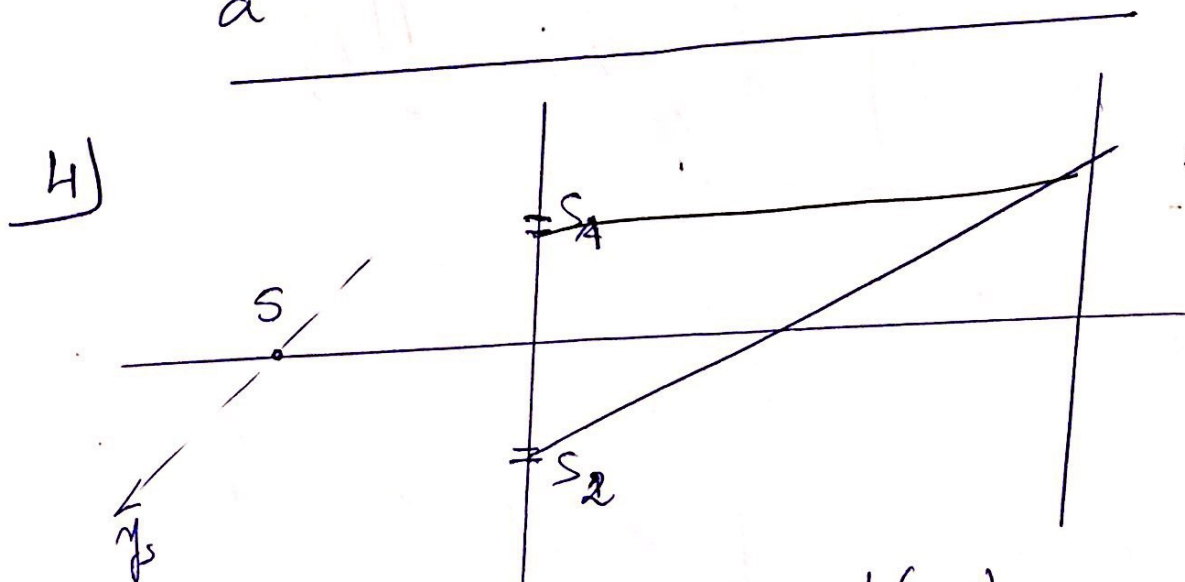
$H_2 \text{ ext } (S_1) \in \mathcal{M} / \mathcal{P}$

$[H_2 M] = [S_1 M]$ the one of Malins

$$L = a \sin \theta = a \cos \theta = a \theta = \frac{ax}{f'} \quad \checkmark$$

$$I(r) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi ar}{\lambda f'} \right) \right)$$

$$i = \frac{\lambda f'}{a}$$

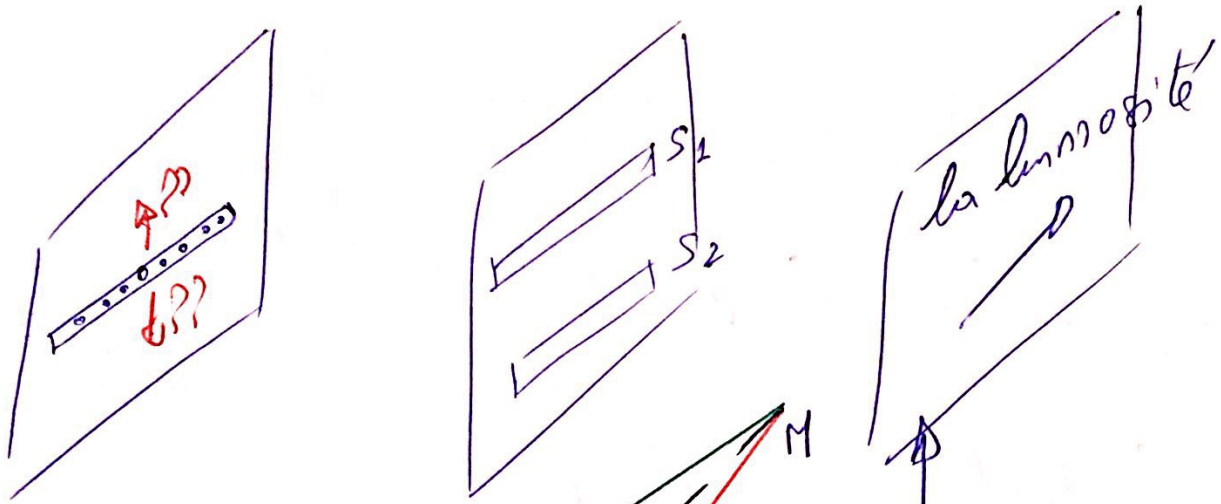


déplacement de la source S privé (oy)

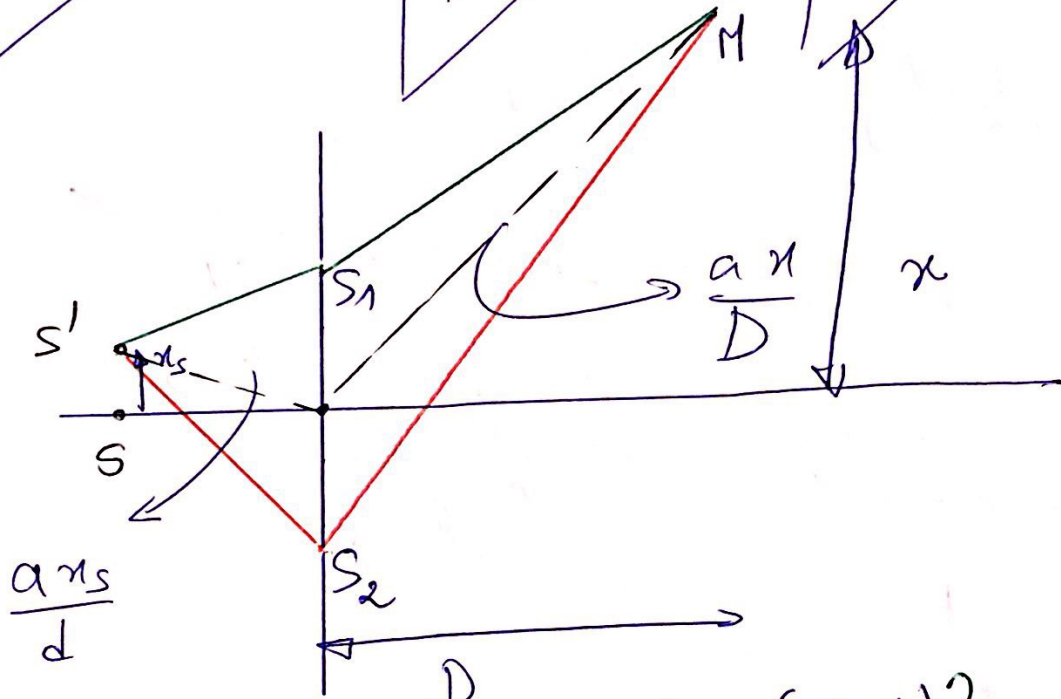
$$(SS_2) = (SS_1) \quad , \quad \delta = S_2 \gamma - S_1 \gamma = \frac{ax}{D}$$

20 Jan

⑨



b)

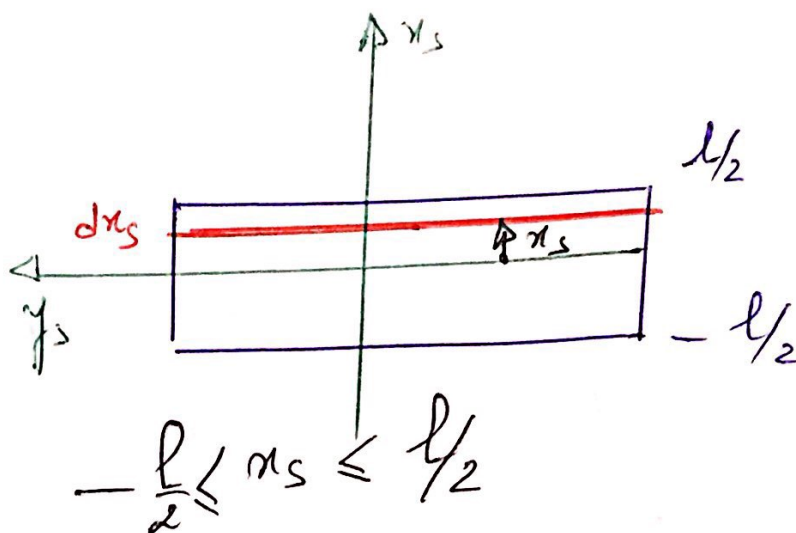
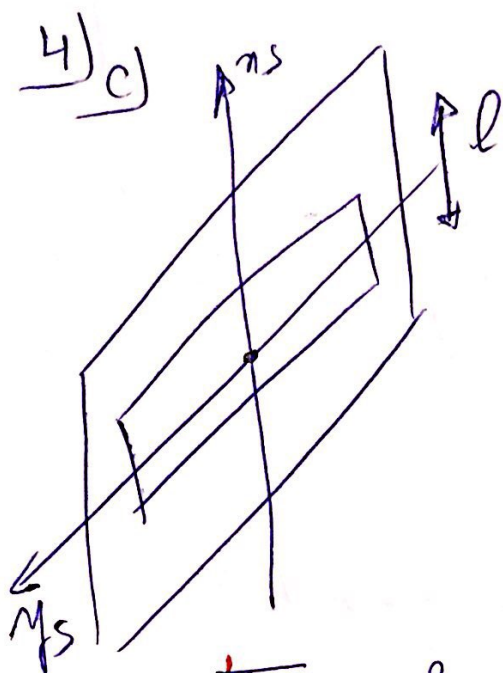


$$\delta = \left\{ (S'S_2) + (S_2M) \right\} - \left\{ (S'S_1) + (S_1M) \right\}$$

$$\delta = a \left[\frac{x_s}{d} + \frac{x}{D} \right] \Rightarrow \text{frange centrale}$$

$$x = - \frac{D}{d} x_s$$

20 Jan
10



$$dI = 2 dI_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta\right) \right)$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 (r)^2} \quad \begin{array}{l} I_0 \longrightarrow l \\ dI_0 \longrightarrow dx_s \end{array}$$

$$dI_0 = \frac{I_0 dx_s}{l}; \quad \delta = a \left[\frac{x_s}{d} + \frac{\pi}{D} \right]$$

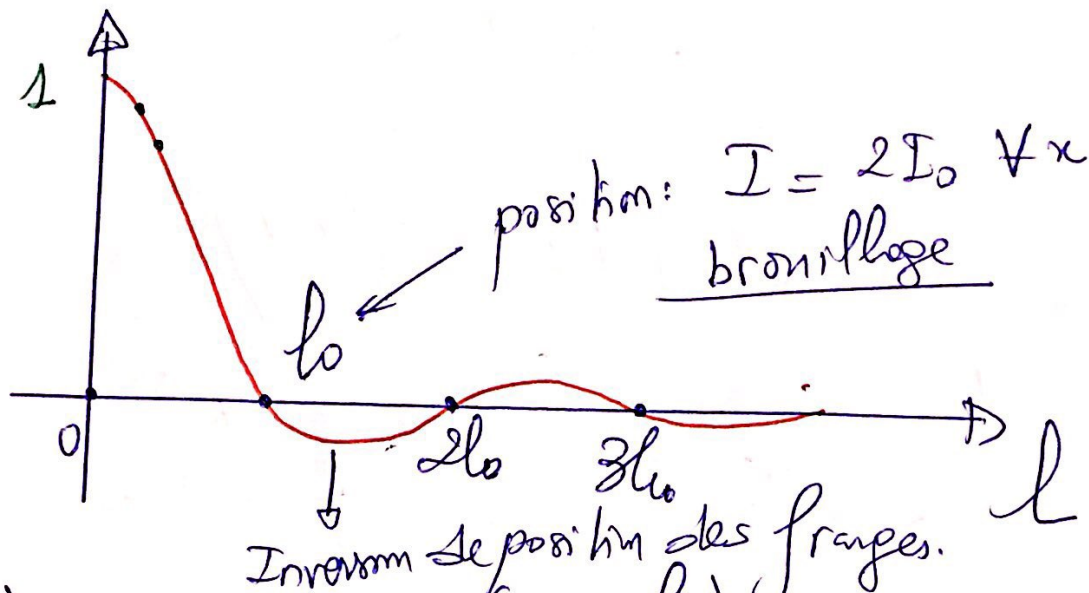
$$dI = \frac{2I_0}{l} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x_s}{d} + \frac{\pi}{D} \right) \right) \right) dx_s$$

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \frac{2I_0}{l} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x_s}{d} + \frac{\pi}{D} \right) \right) \right] dx_s$$

$$I = \frac{2I_0}{l} \left[x_s + \frac{\lambda d}{2\pi a} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{x_s}{d} + \frac{\pi}{D} \right) \right) \right]_{-l/2}^{l/2} \quad \text{20 JAV (11)}$$

$$I = 2I_0 \left(1 + \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi a l}{\lambda d}\right) \cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right) \right)$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x} \quad \rightarrow \quad V(l) = \text{facteur de visibilité}$$



$$V(l) = 0 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi a l}{\lambda d}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\pi a l}{\lambda d} = k\pi \Rightarrow$$

$$l = k \frac{\lambda d}{a}$$

$$k \in \mathbb{N}^*$$

$$l_0 = \frac{\lambda d}{a} = \text{longueur de cohérence spatiale}$$

$$\text{largeur } l \ll l_0.$$

$$0,8 \leq C \leq 1$$

2022
(12)

soient deux pts Q et $Q' \in \mathcal{A}$ la source primaire

$$\delta_{Q'} - \delta_Q = \frac{a}{d} (r_{Q'} - r_Q)$$

pour avoir un phénomène de brillage..

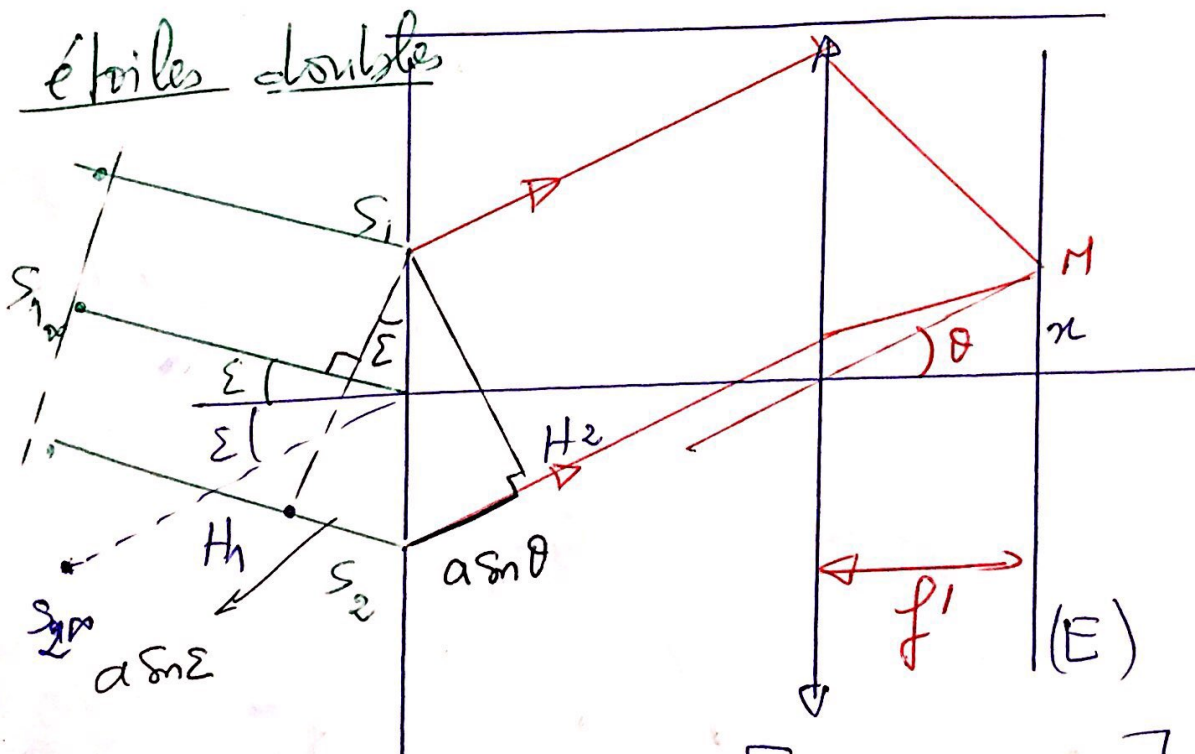
$$\delta_{Q'} - \delta_Q = \frac{\lambda}{2} = \frac{a}{d} \left(\frac{d_0}{2} \right) \Rightarrow$$

$$d_0 = \frac{\lambda d}{a}$$

• Brillant $\rightarrow$ Brillant : $\varphi = 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$
 ombre ombre

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = \lambda \\ p = 1 \end{array} \right.$$

• Brillant $\rightarrow$ ombre : $\delta = \frac{\lambda}{2}$; $p = \frac{1}{2}$; $\varphi = \pi$



$$\delta_{S_1 S_2} = H_1 S_2 + S_2 H_2 = a [\sin \theta + \sin \varepsilon] \approx a \left[\frac{x}{f'} + \varepsilon \right]$$

205m
 (13)