Dr Kchaou borhen

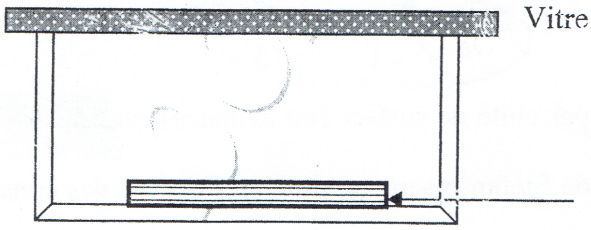
Section MP2- PT2 -PC2

SERIE N°2

TRANSFERT THERMIQUE (RAYONNEMENT)

Exercice N°1 : Effet de serre produit par une vitre

On étudie l'effet de serre produit par l'interposition d'une vitre au dessus d'une plaque qui reçoit le rayonnement solaire. La plaque est noircie et assimilé à un corps noir. Le verre est supposé totalement transparent au rayonnement solaire (sauf à la question 4 où l'on tient compte du rayonnement solaire réfléchi). La vitre est en revanche absorbeur d'I.R émis par la plaque qui absorbe le rayonnement solaire. On désigne par φ_S le flux solaire surfacique supposé arriver normalement à la vitre et à la plaque.



1- a- Quelles est la dimension du flux spectral surfacique φ_ν ?

b- On cherche une expression de φ_ν sous la forme $(k_B T)^\alpha c^\beta \nu^\gamma$ déterminer les entiers α ; β ; γ

2- Ecrire les équilibres radiatif de la plaque et de la vitre et en déduire la température T_p de la plaque.

AN : $\varphi_S = 0{,}6$ kW.m^{-2} . Constante de Stéfan : $\sigma = 5{,}71.10^{-8}$ S.I. Calculer T_p et la température T_1 **de la vitre.**

3- Reprendre la question précédente **1-a** dans le cas de **deux vitres** puis de **n vitres.**

4- Chaque vitre réfléchit une fraction **r** de l'énergie solaire incidente. On néglige toujours l'absorption du rayonnement solaire par les vitres. Montrer qu'il existe une valeur n_0 **optimale de vitres** (pour la quelle la température de la plaque est maximale) du nombre de vitres. AN : **r = 0,08.**

Exercice N°2

On donne : distance moyenne terre-soleil $d = 1{,}5.10^8$ km; rayon du soleil $Rs = 7{,}0.10^5$ km; rayon de la terre $R_T = 6{,}4.\ 10^3$ km, constante de Stéfan : $\sigma = 5{,}71.10^{-8}$ S.I.

Pour l'ensemble terre-atmosphère, la puissance du rayonnement solaire reçue par unité de surface normale aux rayons solaires, au sommet de l'atmosphère, est $\phi_0 = 1360$ W.m^{-2}. L'ensemble terre-atmosphère réfléchit la fraction A du flux solaire ϕ_0 reçu (A = albédo= 34%). On négligera l'épaisseur de l'atmosphère devant le rayon terrestre.

1. En admettant que le soleil se comporte comme un corps noir, calculer la température T_S du soleil.

2. En admettant que le système terre-atmosphère se comporte comme un corps noir, calculer la température planétaire T_p, c'est-à-dire la température moyenne de l'ensemble terre-atmosphère en régime permanent.

3. On admet maintenant que l'atmosphère a une température moyenne T_A et le sol une température moyenne T_0. On admet, de plus, les trois hypothèses suivantes

- La terre et l'atmosphère absorbent respectivement les fractions α *et* $(1 - \alpha)$ du rayonnement solaire ($\alpha = 70\%$).
- La terre et l'atmosphère rayonnent comme les corps noirs;
- La terre absorbe totalement le rayonnement reçu par l'atmosphère et l'atmosphère absorbe totalement le rayonnement émis par la terre.

Exprimer les températures moyennes T_A de l'atmosphère et T_0 du sol en fonction de la température planétaire T_p et du coefficient d'absorption α de la terre. Calculer numériquement T_A et T_0.

Dr Kchaou borhen

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Remarque : $\lambda_0 \neq \lambda_m$

Dr Kchaou borhen Section MP2- PT2 -PC2

Exercice N°3 : Energie volumique du rayonnement thermique. Lois approchées à basse et à haute température

équilibre thermique $\Rightarrow T = cste$.

Une enceinte fermée, où règne le vide, contient un rayonnement en équilibre thermique avec l'enceinte de température T. On note du l'énergie volumique de ce rayonnement dans l'intervalle spectrale $d\nu$ compris entre les fréquences ν et $\nu + d\nu$. On admettra l'expression de la densité spectrale d'énergie.

$$u_\nu = \frac{du}{d\nu} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp(\frac{h\nu}{kT}) - 1}$$

Où $h = 6{,}628\ 10^{-34}$ J.s et $k = 1{,}381\ 10^{-23}$ J.K^{-1} et $c = 3\ 10^8$ ms^{-2}

1- Exprimer l'énergie volumique $u(T)$ dans l'enceinte. On admettra le résultat de l'intégrale :

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

2- Sachant que la puissance rayonnée par unité de surface (ou exitance) est $\mathbf{M(T) = \frac{c}{4} u(T)}$, établir la loi de Stéfan : $M = \sigma T^4$ où la constante de Stéfan σ sera exprimé en fonction des constantes **h, k** et **c**. Calculer numériquement σ

3- Déterminer la longueur d'onde λ_0 des photons pour laquelle la densité spectrale des photons est maximale.

4- Exprimer l'énergie volumique spectrale u_λ pour les longueurs d'onde définie par : $u_\lambda = \frac{du}{d\lambda}$.

5- L'exitance spectrale $M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda} = \frac{c\, u_\lambda}{4}$

a- Exprimer l'existance M_λ sous la forme : $M_\lambda = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{C_2}{\lambda T}) - 1}$

b- Calculer la longueur d'onde λ_m des photons pour laquelle l'exitance spectrale est maximale.

c- Calculer (Ml) maximal et tracer l'allure du graphe(λ)

6- L'enceinte est à basse température

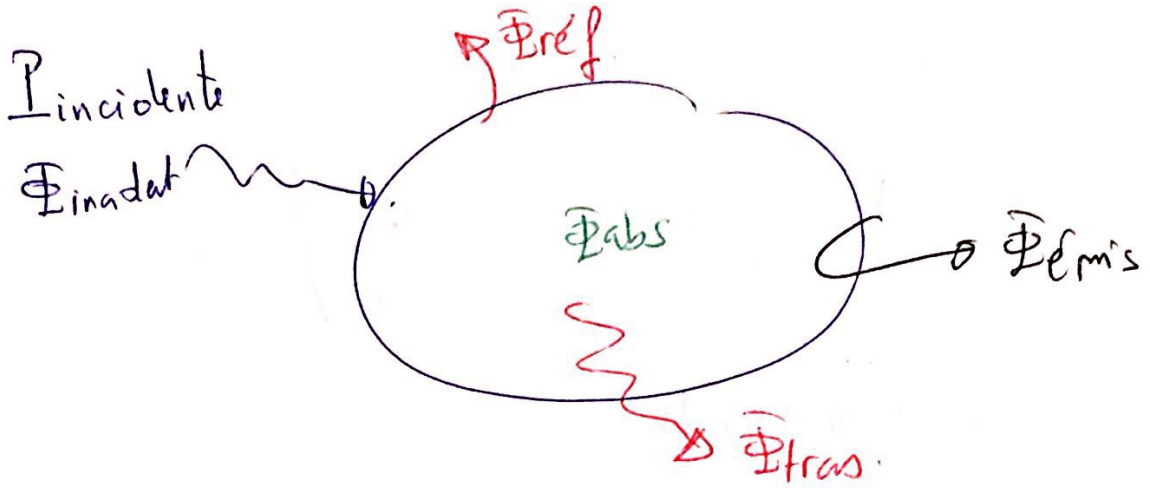
a-Etablir les expressions approchées de la densité spectrale d'énergie u_λ et l'exitance spectrale $M_\lambda = \frac{dM}{d\lambda}$.

b-Vérifier qu'à température fixée, M_λ est maximal pour une longueur d'onde λ_m telle que $\lambda_m.T = Cte$ (loi de déplacement de Wien). Calculer cette constante.

c- On donne $T = 373$ K ; déterminer la longueur d'onde maximal l de l'intervalle spectral pour laquelle la loi de Wien reste valable (on ne pourra négliger **1** que devant un nombre superieur à 100).

7- L'enceinte est à haute température. Etablir dans ces conditions l'expression approchée de l'exitance spectrale M_λ (loi de Jeans Rayleigh).

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



$\Phi_{incident} = \Phi_{réf} + \Phi_{trans} + \Phi_{abs}$

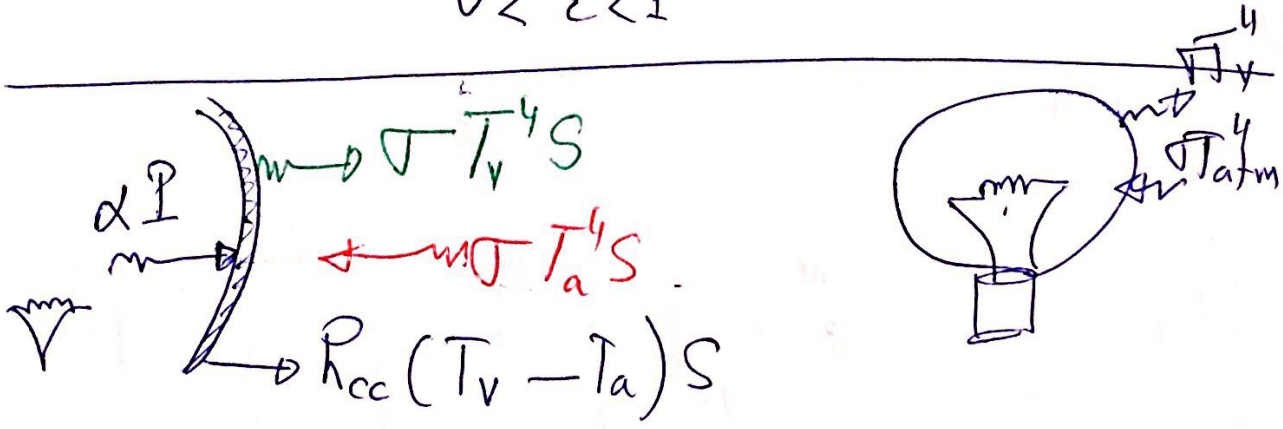
$\Phi_{partant} = \Phi_{réf} + \Phi_{émis} + \Phi_{trans}$

$\frac{dU}{dt} = \Phi_{inadat} - \Phi_{partant} = \Phi_{abs} - \Phi_{émis}$

<u>à l'équilibre radiatif</u> $\Phi_{abs} = \Phi_{émis}$

- <u>Corps</u> noir : $\Phi_{émis} = \sigma T^4 S$
  " gris : $\Phi_{émis} = \varepsilon \sigma T^4 S$

$0 < \varepsilon < 1$



$\alpha P + \sigma T_a^4 S = \sigma T_v^4 S + h_{cc}(T_v - T_a)S$

$\alpha P = h_{cc}(T_v - T_a)S + \sigma S(T_v^4 - T_a^4)$

23mars (1)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

on pose $T_v = T_a + \Delta T$, $\Delta T \ll T_a$

$$T_v^4 = T_a^4 \left(1 + \frac{\Delta T}{T_a}\right)^4 \simeq T_a^4 \left(1 + \frac{4\Delta T}{T_a}\right)$$

$$T_v^4 = T_a^4 + 4 T_a^3 \Delta T$$

$$\alpha P = h_{cc} S (T_v - T_a) + 4\sigma T_a^3 (T_v - T_a) S$$

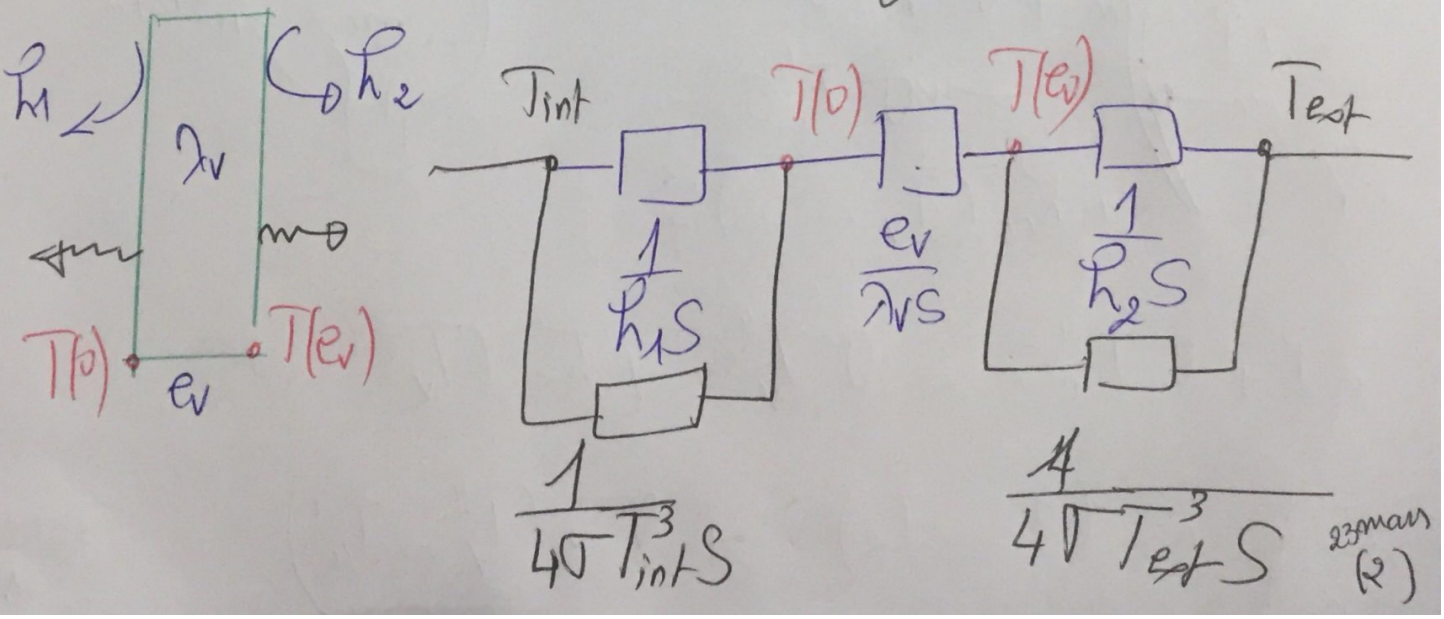
$$\alpha P = (h_{cc} + 4\sigma T_a^3)(T_v - T_a) S$$

$$\alpha P = (h_{cc} + h_{ray}) S (T_v - T_a)$$

PTZ : 2016

$$R_{th}^{conv} = \frac{1}{h_{cc} S}$$

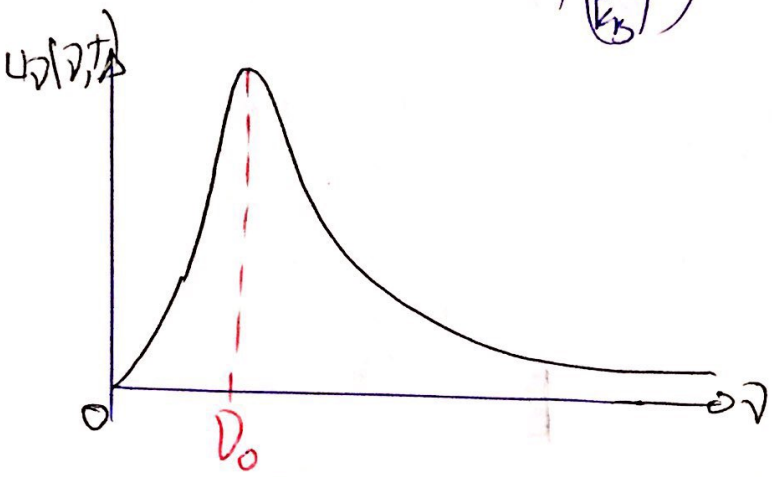
$$R_{th}^{ray} = \frac{1}{4\sigma T_{atm}^3 S} = \frac{1}{h_{ray} S}$$



23mars (2)

Ex3

$$u_\nu(\nu,T) = \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)-1} = \frac{du}{d\nu} \leftarrow J\cdot m^{-3}s$$



$du \to J\cdot m^{-3}$

$\nu \to s^{-1}$

$$u(T) = \int_0^\infty \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right)-1}\,d\nu \;;\; x = \frac{h\nu}{k_B T}$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\left(\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x-1}\,dx\right)\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\,\frac{\pi^4}{15}\,\frac{k_B^4 T^4}{h^3} = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15 c^3 h^3}\,T^4$$

$u(T) = (\quad)T^4$ dépend seulement de la Température.

1ère loi de Joule

2) $M = \varphi = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{c}{4}u(T) = \left(\frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2}\right)T^4$

φ : Watt/m²

ezmaos

(3)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\varphi(T) = \sigma T^4 \quad , \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow d\nu = -\frac{c\,d\lambda}{\lambda^2}$$

$$* \quad u_\lambda(\lambda, T)\, d\lambda = u_\nu(\nu, T)\, d\nu = du$$

$$u_\lambda(\lambda, T) = \left| \frac{-c}{\lambda^2} \right| \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\left(\frac{c}{\lambda}\right)^3}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

$$u_\lambda(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

$$\varphi_\lambda = \frac{c}{4} u_\lambda \quad , \quad \varphi_\nu = \frac{c}{4} u_\nu$$

$$\frac{d\varphi_\lambda}{d\lambda} = 0 \; ; \quad \frac{d}{dy}\left(\frac{y^5}{(e^y - 1)}\right) = 0$$

$$\Rightarrow e^{-y} = 1 - \frac{y}{5} \Rightarrow 4{,}38 = y = \frac{hc}{\lambda_m k_B T}$$

$$\lambda_m T = \frac{hc}{4{,}38\, k_B} = 2898\ \mu m \cdot K$$

$$\simeq 2300\ \mu m K$$

$$\simeq 3000\ \mu m K$$

} dépend

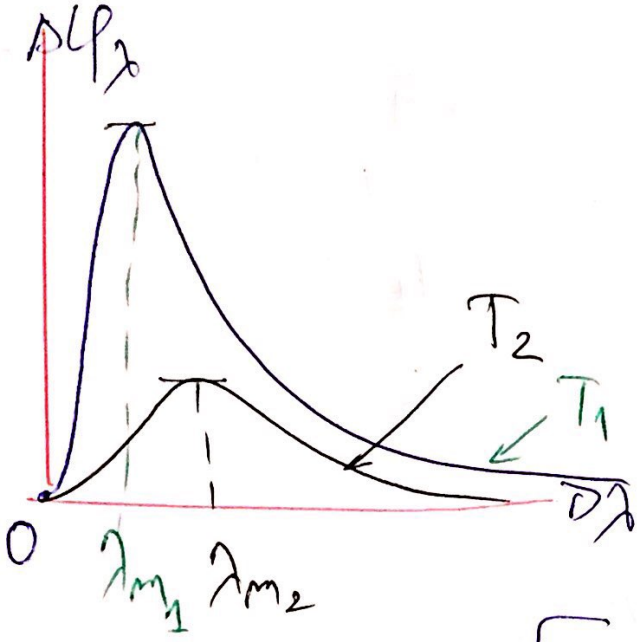
1er loi Wien

2ème loi Wien $\quad \frac{\varphi_1(\lambda, T)}{T_1^5} = \frac{\varphi_2(\lambda, T)}{T_2^5}$

23 mars

(4)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



$\lambda_{m_1} T_1 = \lambda_{m_2} T_2 = 2898\ \mu m\ K$

• verre : absorbe $\lambda \geq 4\mu m$

soleil $\lambda \in [0{,}25\mu m - 5\mu m]$

domaine spectral

$\lambda \in \left[\frac{\lambda_m}{2} ; 10\lambda_m\right]$: 99%

$\lambda_m T_s = 2898\ \mu m\ K$; $T_s = 5870\ K$

$\lambda_{m_s} = 0{,}5\ \mu m$

• $T = 350\ K$; $\lambda_{m_e} = \frac{3000}{350} \simeq 8{,}4\ \mu m$

$\lambda \in [4{,}2\ \mu m - 82\ \mu m]$

IR

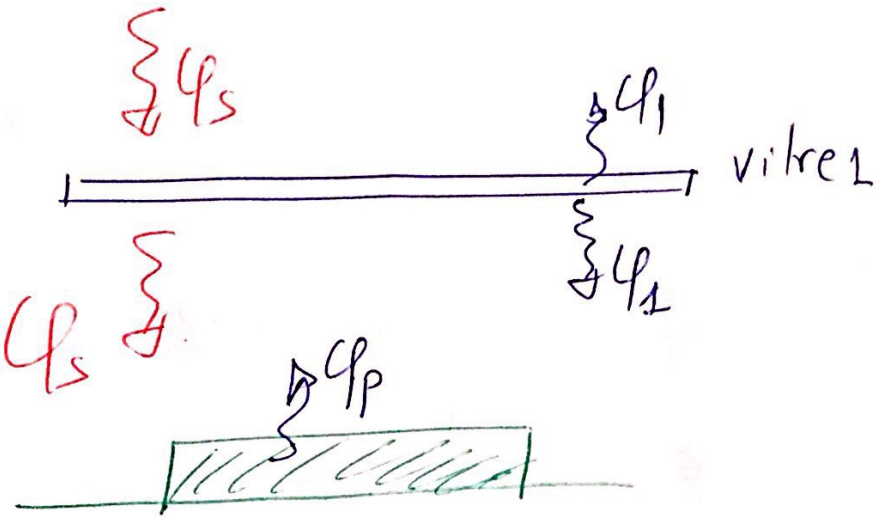
23 mai

(5)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

EX4

2)



$\varphi_p = \sigma T_p^4$

$\varphi_1 = \sigma T_1^4$

Bilan. vitre

$$\varphi_p + \varphi_s = \varphi_s + 2\varphi_1$$

$$\varphi_p = 2\varphi_1$$

plaque : $\varphi_p = \varphi_1 + \varphi_s = 2\varphi_1$

$$\varphi_1 = \varphi_s \Rightarrow T_1 = \left(\frac{\varphi_s}{\sigma}\right)^{1/4}$$

$$\varphi_p = 2\varphi_s \Rightarrow T_p = 2^{1/4} T_1$$

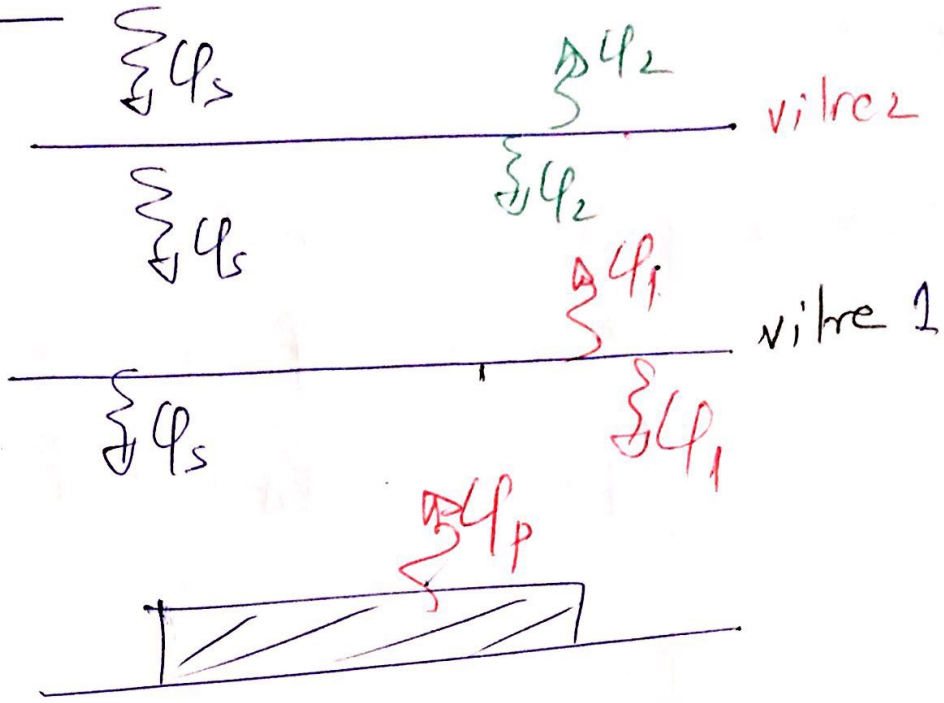
Sans vitre : $\varphi_s = \varphi_{p_0} \Rightarrow T_{p_0} = T_{v_1}$

23mar

(6)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

3) Cas 2 vitres



vitre 2 : $\varphi_s + \varphi_1 = (2\varphi_2) + \varphi_s$

$2\varphi_2 = \varphi_1$

vitre 1 : $\varphi_s + \varphi_2 + \varphi_p = 2\varphi_1 + \varphi_s$

$2\varphi_1 = \varphi_p + \varphi_2$

plaque : $\varphi_1 + \varphi_s = \varphi_p$

$$\begin{cases} 2\varphi_2 = \varphi_1 \\ 2\varphi_1 = \varphi_p + \varphi_2 \\ \varphi_p = \varphi_1 + \varphi_s \end{cases}$$

$\varphi_2 = \varphi_s$

$\varphi_1 = 2\varphi_s$

$\varphi_p = 3\varphi_s$

23mai

(7)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Cas n vitres

n'ième vitre	$2\varphi_n = \varphi_{n-1}$
(n-1)	$2\varphi_{n-1} = \varphi_n + \varphi_{n-2}$
n-2	$2\varphi_{n-2} = \varphi_{n-1} + \varphi_{n-3}$
⋮	
vitre 1	$2\varphi_1 = \varphi_p + \varphi_2$
plaque	$\varphi_p = \varphi_s + \varphi_1$

$\varphi_n = \varphi_s$

$\varphi_{n-1} = 2\varphi_s$

$\varphi_{n-2} = 3\varphi_s$

⋮

$\varphi_1 = n\varphi_s$

$$\varphi_p = \varphi_s + n\varphi_s = (n+1)\varphi_s$$

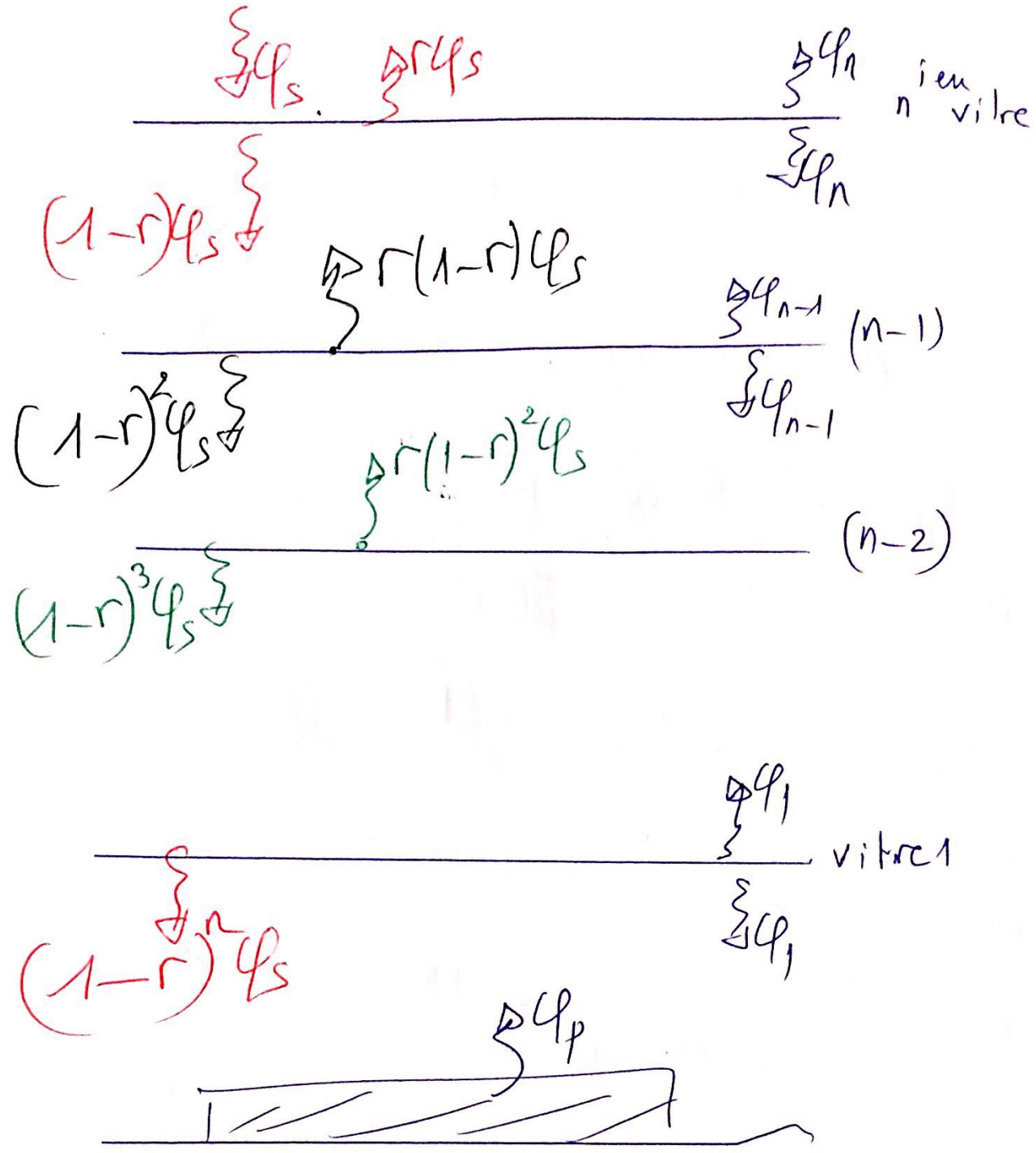
$$T_p = \left[\frac{(n+1)\varphi_s}{\sigma}\right]^{1/4}$$

$n \nearrow \Rightarrow T_p \nearrow$.

23 mar

(8)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



Bilan n ième vitre

$$\varphi_s + \varphi_{n-1} = 2\varphi_n + r\varphi_s + (1-r)\varphi_s$$

$$\boxed{2\varphi_n = \varphi_{n-1}}$$

$$2\varphi_{n-1} = \varphi_n + \varphi_{n-2}$$

23mai
(9)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$$\varphi_p = \varphi_1 + (1-r)^n \varphi_s$$

ou $$\varphi_1 = n(1-r)^n \varphi_s$$

$$\varphi_p = (n+1)(1-r)^n \varphi_s \quad ; \quad r = 0{,}08$$

$$\frac{d \ln \varphi_p}{dn} = \frac{d \varphi_p(n)}{dn} \frac{1}{\varphi_p(n)} = 0$$

$$\ln \varphi_p = \ln(n+1) + n \ln(1-r) + \ln \varphi_s$$

$$\frac{d \ln \varphi_p}{dn} = \frac{1}{n+1} + \ln(1-r) = 0$$

$$n = -1 - \frac{1}{\ln(1-r)} = 11$$

23mar
(10)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

1) $[\varphi_\nu] = \left[\frac{d\varphi}{d\nu}\right] = \left[\frac{d\Phi}{dS\,d\nu}\right]$

$= \frac{[\text{Puissance}]}{[\text{Long}]^2[\text{Temps}]^{-1}} = \frac{[\text{Force}][\text{vitesse}]}{[\text{Long}]^2[\text{Temps}]^{-1}}$

$= \frac{M\,LT^{-2}\,LT^{-1}}{L^2\,T^{-1}} = M.T^{-2}$

Masse $\longrightarrow M$; Temps $\longrightarrow T$

Longue $\longrightarrow L$; Températ $\longrightarrow \theta$

Intensit $\longrightarrow I$

b) $\varphi_\nu = A\,(k_B T)^\alpha . c^\beta \nu^\gamma$

$[\varphi_\nu] = MT^{-2} = \left[ML^2T^{-2}\right]^\alpha \left[LT^{-1}\right]^\beta \left[T^{-1}\right]^\gamma$

$= M^\alpha\, L^{2\alpha+\beta}\, T^{(-2\alpha-\beta-\gamma)}$

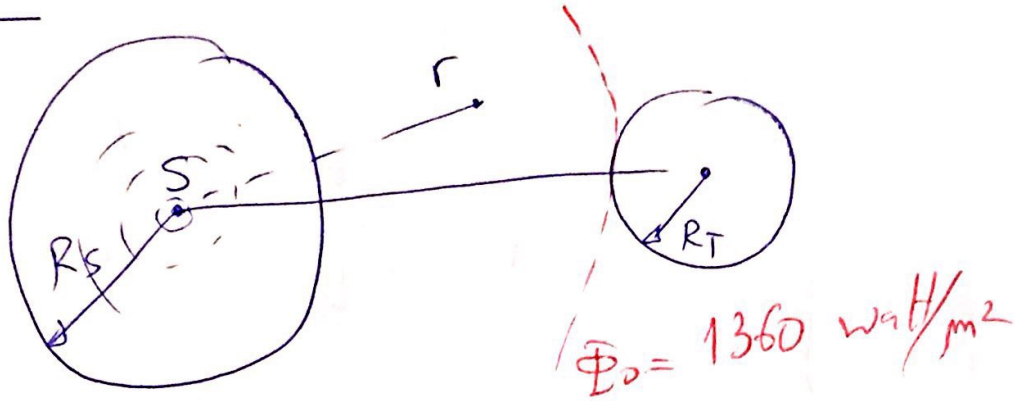
$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = -2 \\ \gamma = 2 \end{cases}$

$\varphi_\nu = A\,\frac{(k_B T)}{c^2}\nu^2 = \frac{d\varphi}{d\nu}$

$\varphi(T) = A\,\frac{k_B T}{c^2}\int_0^\infty \nu^2\,d\nu$; Zonar Catastrophe UV. (11)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Ex2



$\Phi_0 = 1360 \ watt/m^2$

$P_S = \sigma T_S^4 \, 4\pi R_S^2$

$P_S = \Phi_0 \cdot 4\pi (d - R_T)^2 = \langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \cdot 4\pi r^2$

onde sphérique $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \sim \frac{1}{r^2}$ $(4\pi r^2)$

// cylind $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle \sim \frac{1}{r}$ $(2\pi r H)$

onde plane $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}$

$\sigma T_S^4 . R_S^2 \simeq \Phi_0 d^2$

$T_S = \left(\frac{\Phi_0 d^2}{\sigma R_S^2} \right)^{1/4} = 5870 \ K$

2) $P_{réflechie} = A \, P_{incidente}$

$P_{transmise} = (1 - A) P_{incidente}$

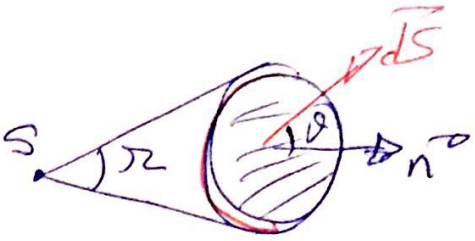
23mai

(12)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

$P_S \longrightarrow 4\pi = \iint \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$P_{reçue} \longrightarrow \Omega$ = angle solide



$$\Omega = \frac{\iint d\vec{S}\,\vec{n}}{d^2} = \frac{R_T^2 \iint (\sin\theta \, d\theta \, d\varphi)\vec{e_r}\,\vec{n}}{d^2}$$

$$= \frac{R_T^2 \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi}{d^2}$$

$$= \frac{R_T^2 \, 2\pi \left(\frac{\sin^2\theta}{2}\right)_0^{\pi/2}}{d^2} = \frac{\pi R_T^2}{d^2}$$

$$P_S \, \Omega = P_{reçue} \cdot 4\pi$$

$$\left(\frac{P_S}{4\pi d^2}\right) \pi R_T^2 = \boxed{P_{reçue} = \Phi_0 \, \pi R_T^2}$$

* $P_{transmise} = (1 - A)\,\Phi_0 \, \pi R_T^2$

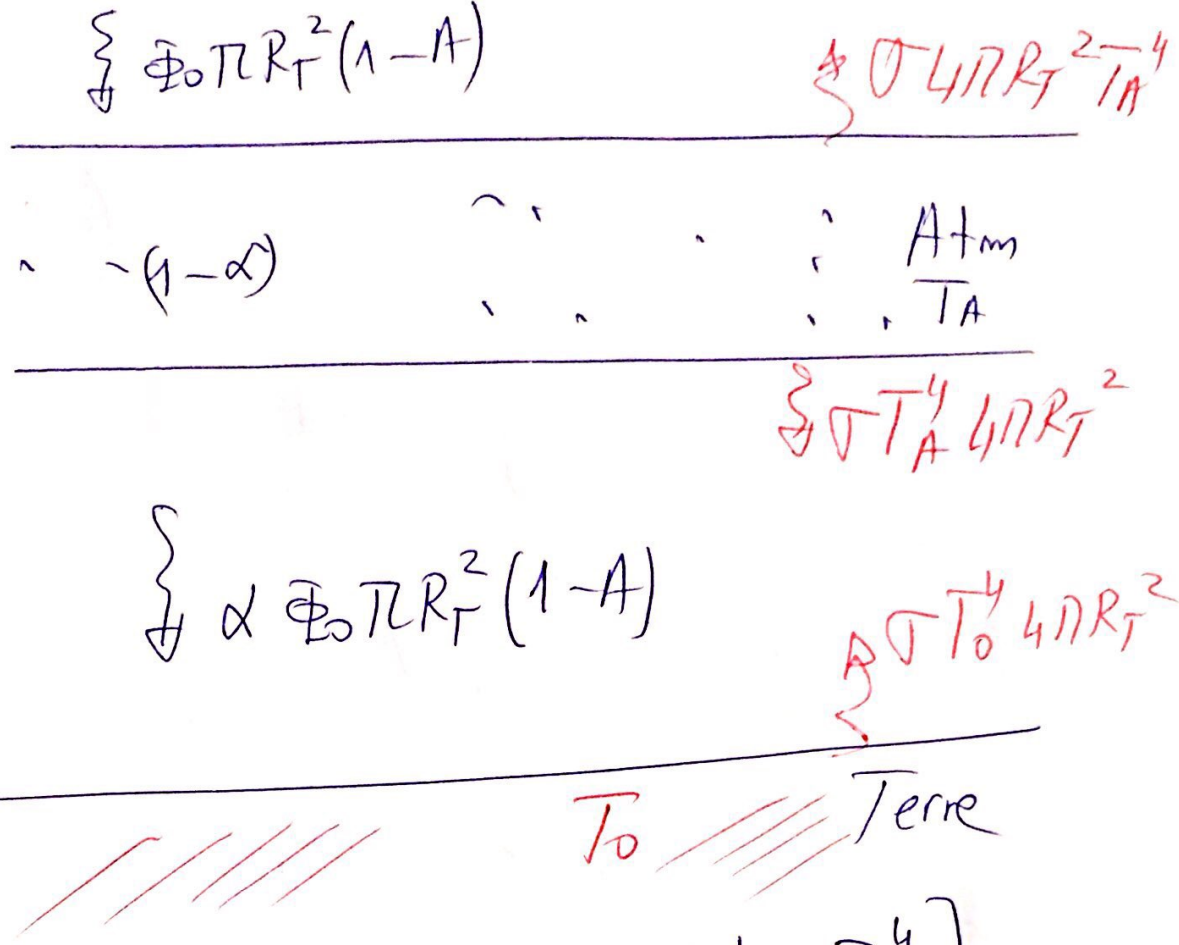
$P_{émise} = \sigma T_p^4 \cdot 4\pi R_T^2$

$$T_p = \left(\frac{(1-A)\,\Phi_0}{4\sigma}\right)^{1/4} = \dots \; K$$

23 mars

(13)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.



Atm

$$(1-\alpha)(1-A)\Phi_0 = 4\sigma\left[2T_A^4 - T_0^4\right]$$

Terre

$$\alpha\,\Phi_0(1-A) = 4\sigma\left[T_0^4 - T_A^4\right]$$

$$(1-A)\,\Phi_0 = 4\sigma\,T_A^4 \quad *$$

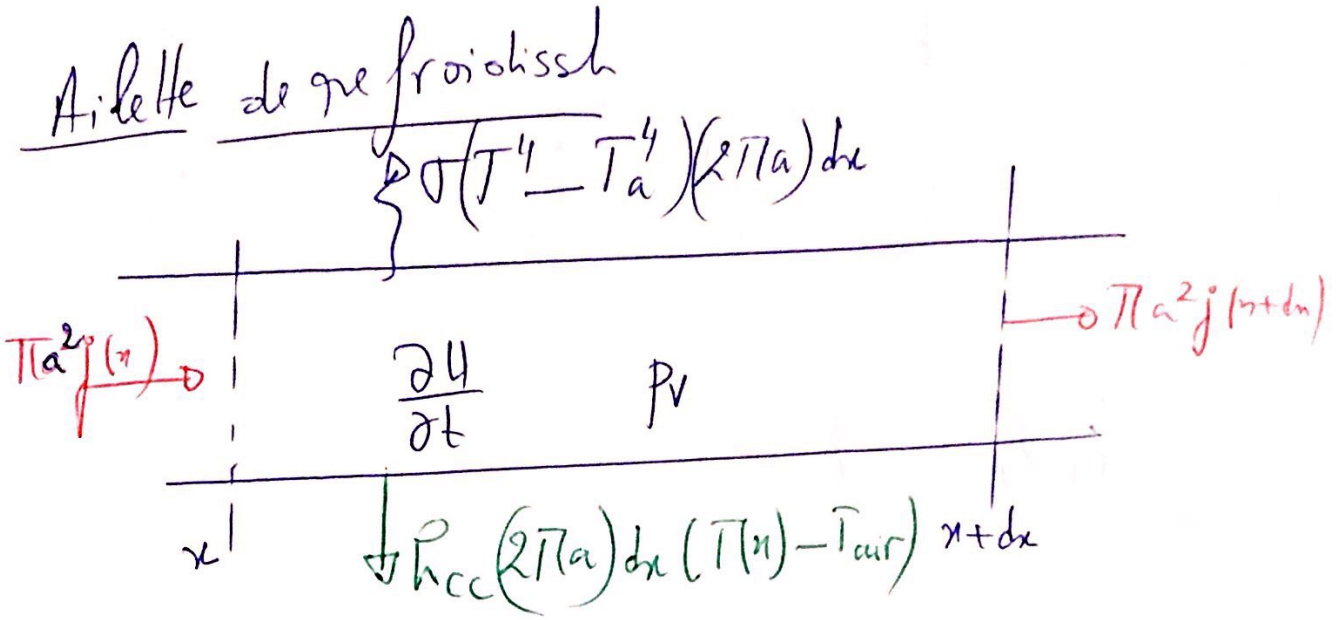
$$(1+\alpha)^{1/4} T_A = T_0 \quad *$$

ثلاثاء 1
23 mars

(14)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Aiguille de refroidissement



$$\frac{dU}{dt} = \Phi_{ent} - \Phi_{sortant} + pV\,\pi a^2 dx$$

- $\Phi_{ent} = \pi a^2 j(x,t)$
- $\frac{dU}{dt} = \rho c (\pi a^2) dx \frac{\partial T}{\partial t}$
- $\Phi_{sortant} = \pi a^2 j(x, x+dx, t) + h_{cc}(2\pi a)dx\,(T(x) - T_{air})$

$$+(2\pi a\,dx)\,\sigma\left[T^4(x,t) - T_{air}^4\right]$$

$$\Downarrow$$

$$(2\pi a\,dx)\,4\sigma T_{air}^3\,(T(x,t) - T_{air})$$

h_{rayn}.

$$\Phi_{sortant} = \pi a^2 j(x+dx,t) + \left(h_{cc} + h_{rayn}\right)(2\pi a\,dx)\,(T(x,t) - T_{air})$$

23 mars

(15)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Stationnaire et $p_r = 0$

$$\frac{d^2T(r)}{dr^2} - \frac{2\left(h_{ac} + 4\sigma T_a^3\right)}{\lambda a}\left(T(r) - T_a\right) = 0 .$$

$\vec{J}_{th}(r, \theta, z, t)$

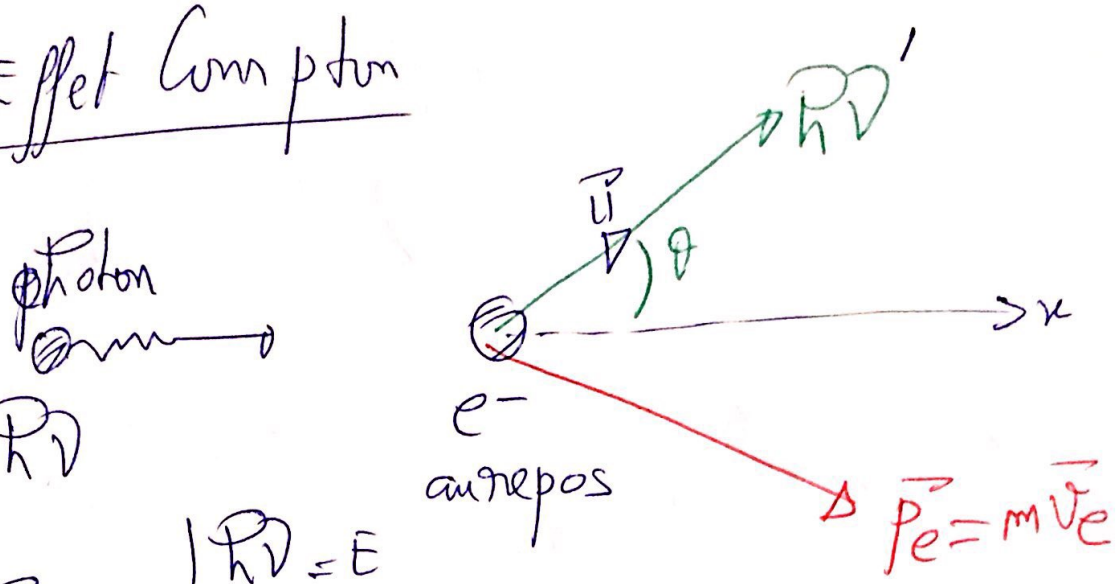
FT2 : 2016
et FT2 : 2006 A · R Q S

M2 : 2016

23 mars
(16)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.

Effet Compton



photon : $\begin{cases} h\nu = E \\ \frac{h\nu}{c} u = \vec{p} \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} = \frac{P}{h} \begin{pmatrix} \omega \\ \vec{k} \end{pmatrix}$$

→ Interférence diffraction

→ effet photo-électr

" compton

corps noir

$$p = \frac{h}{\lambda_{DB}}$$ de De Broglie

$$p = \frac{P}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$E = \frac{P}{h}\omega = \frac{P}{h} 2\pi\nu = h\nu$$

23 mars

(17)

© Mahdy Studies, 2023. Tous droits réservés.