

Chapitre XIII



DISPOSITIF INTERFÉRENTIEL PAR DIVISION D'AMPLITUDE

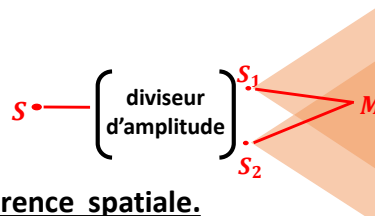
EXEMPLE DE L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON



- *L'interféromètre de Michelson*
- *observation en lame d'air à faces parallèles avec une source étendue*
Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence
- *observation en coin d'air avec une source étendue*
Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence

Introduction

Un dispositif interférentiel est configuré en division d'amplitude lorsque les deux rayons lumineux qui interfèrent en **M** sont issus du même rayon émergeant de la source.

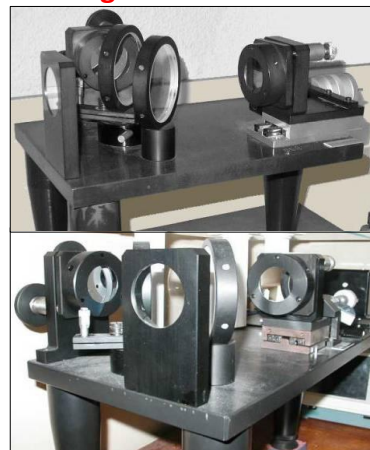
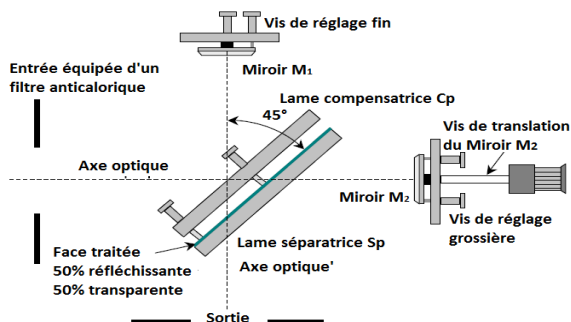


Ce type de dispositif interférentiel est insensible à la cohérence spatiale.

Dans toute la suite du cours, **le Michelson est éclairé par une source large**.

I Généralités

I.1 Présentation globale de l'appareil



I.2. La séparation d'onde : lame séparatrice et lame compensatrice

La division de l'amplitude de l'onde est réalisée par la lame séparatrice dont R et $T = 1 - R$ sont les coefficients de réflexion et transmission en intensité.

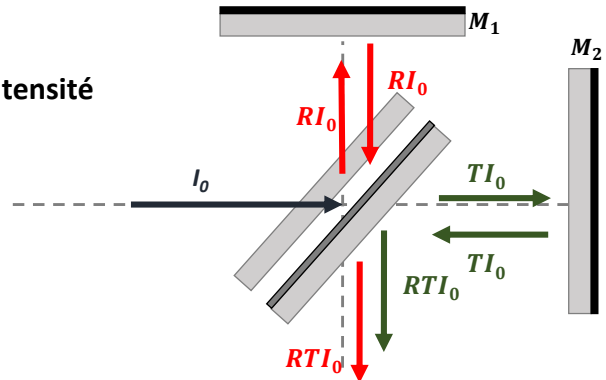
Déterminer en fonction de I_0 et R l'intensité de chacun des deux faisceaux émergents de l'interféromètre. En déduire que pour avoir un maximum d'intensité il faut choisir $R=0.5$

$$I_1 = I_2 = RTI_0 = R(1 - R)I_0 = (R - R^2)I_0$$

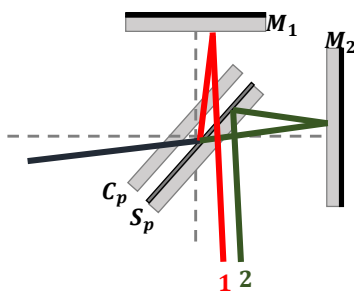
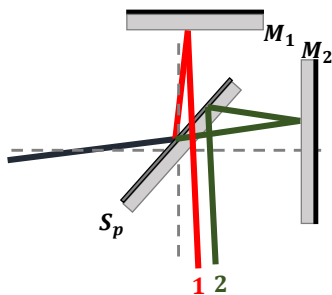
La valeur de R qui assure un maximum d'intensité est telle que:

$$\frac{dI_1}{dR} = 0$$

$$\Rightarrow (1 - 2R)I_0 = 0 \quad \Rightarrow R = \frac{1}{2}$$



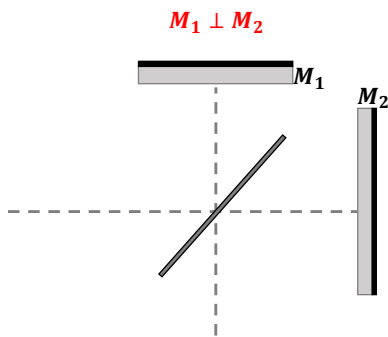
Examiner le chemin optique des rayons traversant la séparatrice seule puis la séparatrice et la compensatrice. En déduire le rôle de la compensatrice.



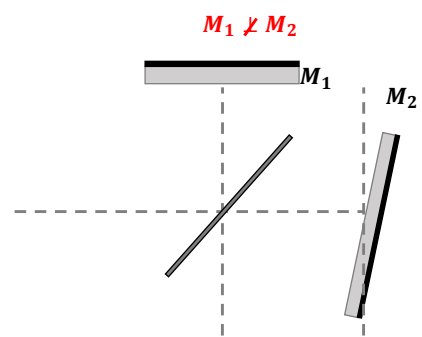
- Le rayon réfléchi par M_1 traverse trois fois la séparatrice alors que le rayon réfléchi par M_2 ne la traverse qu'une fois. Ceci entraîne une différence de chemin optique supplémentaire entre les deux voies.
- Pour compenser la différence de marche introduite par la séparatrice, on ajoute au dispositif séparateur une lame identique (sans traitement de surface). Ainsi, chaque rayon transitant par une des deux voies aura traversé quatre fois l'épaisseur d'une lame. La présence de la lame compensatrice permet de rendre les deux voies de l'interféromètre équivalentes.

- Dans toute la suite du cours, on considèrera que l'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est équivalent à une lame séparatrice d'épaisseur nulle.
- L'interféromètre de Michelson peut être utilisé soit en :

- lame d'air à faces parallèles



- soit en coin d'air

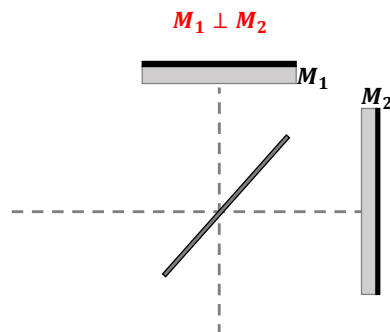


II. Interféromètre de Michelson réglé en lame d'air à faces parallèles

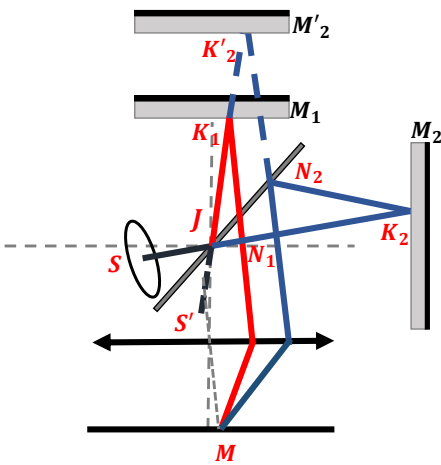
II.1. Définition et observation des franges

Dans la configuration « lame d'air à faces parallèles » les miroirs M_1 et M_2 sont à angle droit ($M_1 \perp M_2$). Les franges d'interférences sont localisées à l'infini. On les observe alors sur un écran très éloigné ou dans le plan focal d'une lentille convergente.

- lame d'air à faces parallèles

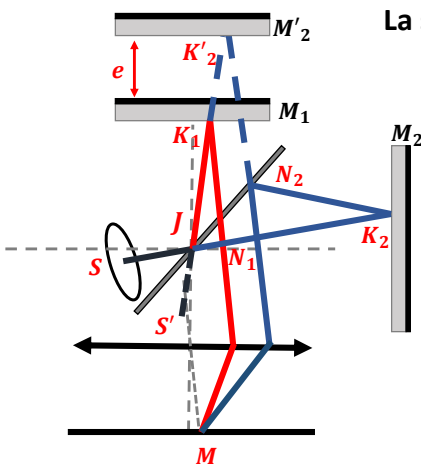


II.2. Parcours d'un rayon incident dans l'interféromètre

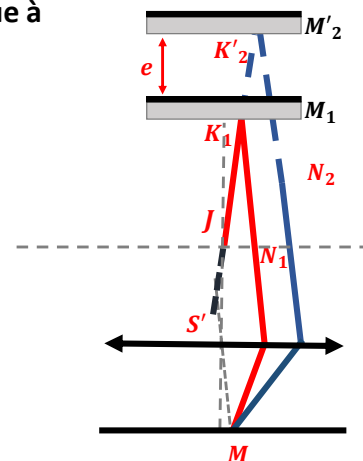


- Pour un même rayon incident SJ on obtient deux rayons émergents SJK_1M et SJK_2N_2M qui sont parallèles.
- S' l'image de S par rapport à S_p alors $SJ = S'J$ et $SJK_1N_1M = S'JK_1N_1M$.
 $\Rightarrow$ On peut imaginer que l'onde part depuis S' .
- K'_2 est l'image de K_2 par rapport à S_p et M'_2 est l'image du miroir M_2 par rapport à S_p , alors

$$SJK_2N_2M = S'JK'_2N_2M.$$



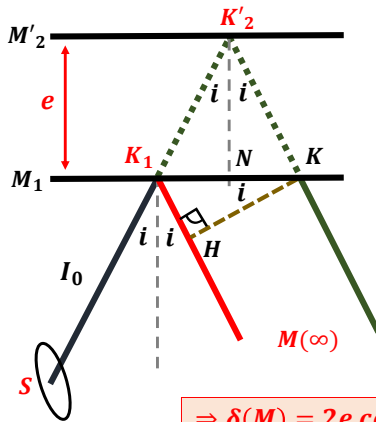
La situation réelle est identique à



dans laquelle l'interféromètre est équivalent à une lame d'air située entre M_1 et M'_2 , d'épaisseur e . On peut évaluer la différence de marche entre les deux rayons (1) et (2) en considérant cette figure.

II.3. Différence de marche et ordre d'interférences

Déterminer la différence de marche entre les deux rayons (1) et (2). Dédurre l'ordre d'interférences ainsi que l'intensité lumineuse en un point M .



la différence de marche $\delta(M) = (K_1 K'_2 K) - (K_1 H)$

$$(K_1 K'_2 K) = (K_1 K'_2) + (K'_2 K) = 2(K_1 K'_2) = 2K_1 K'_2$$

Or $\cos(i) = \frac{e}{K_1 K'_2} \Rightarrow K_1 K'_2 = \frac{e}{\cos(i)} \Rightarrow (K_1 K'_2 K) = \frac{2e}{\cos(i)}$

et $(K_1 H) = K_1 H = K_1 K \sin(i)$ Or $K_1 K = 2K_1 N = 2e \tan(i)$

$$\Rightarrow (K_1 H) = 2e \tan(i) \sin(i) = \frac{2e \sin^2(i)}{\cos(i)}$$

$$\Rightarrow \delta(M) = \frac{2e}{\cos(i)} - \frac{2e \sin^2(i)}{\cos(i)} = \frac{2e(1 - \sin^2(i))}{\cos(i)}$$

$$\Rightarrow \delta(M) = 2e \cos(i)$$

L'ordre d'interférences

$$\Rightarrow P(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i)$$

L'intensité lumineuse s'écrit:

$$\Rightarrow I(M) = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \cos \left(\frac{4\pi e}{\lambda_0} \cos(i) \right) \right\}$$

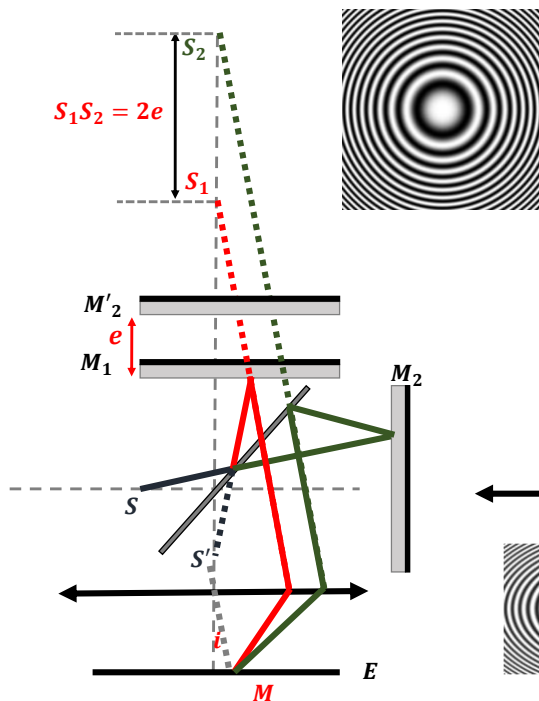
Remarque:

➤ l'ordre d'interférences ne dépend que de la position du point M et absolument pas de la position du point-source S dans la source étendue.

⇒ Tous les systèmes d'interférences issus de chaque source ponctuelle constituant la source large coïncident *exactement*.

⇒ Les franges d'interférences sont visibles et particulièrement lumineuses.

Dédurre que le système d'interférences est formé par des anneaux et déterminer leurs rayons



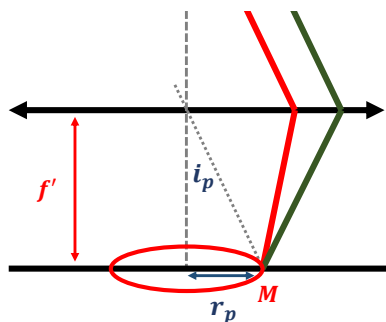
➤ L'écran est placé $\perp$ à (S_2S_1) , on observe donc des anneaux circulaires alternés sombres et brillants

➤ Les deux faisceaux qui sortent du Michelson sont parallèles, le système d'interférences est localisé à l'infini (plan focal image d'une lentille convergente).

➤ Chaque ordre d'interférence,

$$P(M) = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i)$$

donc chaque inclinaison i définit un anneau, on parle alors d'anneaux d'égale inclinaison



L'ordre d'interférences $\Rightarrow P(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i_p)$

Au centre ($i = 0$), l'ordre est maximal: $P_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$

Soit r_p le rayon de l'anneau d'ordre P , alors: $r_p = f' \cdot \tan(i_p)$

L'angle d'inclinaison i_p est faible (conditions de l'approximation de Gauss pour la lentille) $\Rightarrow r_p = f' \cdot i_p$

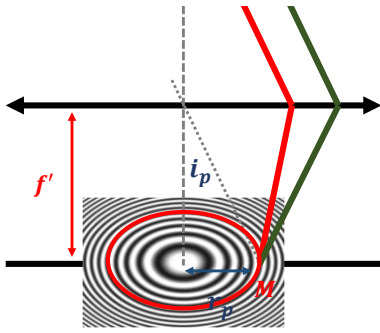
Or $P(M) = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i_p) = P_0 \cos(i_p) \Rightarrow \cos(i_p) = \frac{P(M)}{P_0}$

$$\cos(i_p) \approx 1 - \frac{i_p^2}{2} = \frac{P(M)}{P_0} \Rightarrow \frac{i_p^2}{2} = 1 - \frac{P(M)}{P_0} \Rightarrow i_p = \sqrt{2(1 - \frac{P(M)}{P_0})} \Rightarrow r_p = f' \sqrt{2(1 - \frac{P(M)}{P_0})}$$

L'ordre d'interférences du $K^{\text{ième}}$ anneau ayant le même état d'interférences que le centre est:

$P_K = P_0 - K$ Le rayon du $K^{\text{ième}}$ anneau ayant le même état d'interférences que le centre est:

$$r_K = f' \sqrt{2(1 - \frac{P_K}{P_0})} = f' \sqrt{2(\frac{P_0 - P_K}{P_0})} \Rightarrow r_K = f' \sqrt{\frac{K \lambda_0}{e}} \Rightarrow \text{En s'éloignant du centre, les anneaux se resserrent.}$$



L'ordre d'interférences $\Rightarrow P(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i_p)$

Au centre ($i = 0$), l'ordre est maximal: $P_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$

Soit r_p le rayon de l'anneau d'ordre P , alors: $r_p = f' \cdot \tan(i_p)$

L'angle d'inclinaison i_p est faible (conditions de l'approximation de Gauss pour la lentille) $\Rightarrow r_p = f' \cdot i_p$

Or $P(M) = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i_p) = P_0 \cos(i_p) \Rightarrow \cos(i_p) = \frac{P(M)}{P_0}$

$$\cos(i_p) \approx 1 - \frac{i_p^2}{2} = \frac{P(M)}{P_0} \Rightarrow \frac{i_p^2}{2} = 1 - \frac{P(M)}{P_0} \Rightarrow i_p = \sqrt{2(1 - \frac{P(M)}{P_0})} \Rightarrow r_p = f' \sqrt{2(1 - \frac{P(M)}{P_0})}$$

L'ordre d'interférences du $K^{\text{ième}}$ anneau ayant le même état d'interférences que le centre est:

$P_K = P_0 - K$ Le rayon du $K^{\text{ième}}$ anneau ayant le même état d'interférences que le centre est:

$$r_K = f' \sqrt{2(1 - \frac{P_K}{P_0})} = f' \sqrt{2(\frac{P_0 - P_K}{P_0})} \Rightarrow r_K = f' \sqrt{\frac{K \lambda_0}{e}} \Rightarrow \text{En s'éloignant du centre, les anneaux se resserrent.}$$

Comment évoluent les anneaux lorsque l'épaisseur de la lame varie ?

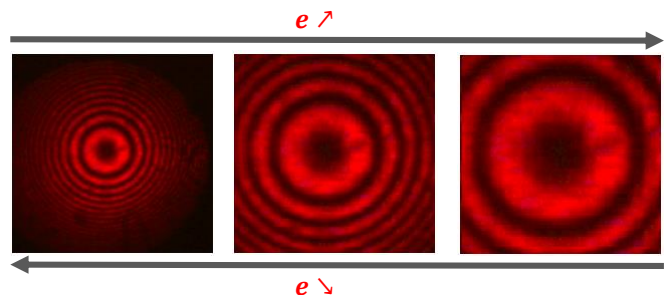
On va suivre un anneau ($P(M) = \frac{2e}{\lambda_0} \cos(i) = \text{cte}$) lorsque l'épaisseur de la lame augmente

Si $e \nearrow \Rightarrow \cos(i) \searrow \Rightarrow i \nearrow \Rightarrow r \nearrow$

$\Rightarrow$ Les anneaux sortent du centre

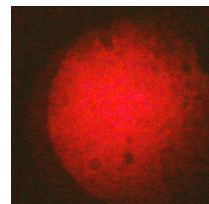
Si $e \searrow \Rightarrow \cos(i) \nearrow \Rightarrow i \searrow \Rightarrow r \searrow$

$\Rightarrow$ Les anneaux rentrent au centre



Contact optique $e = 0$

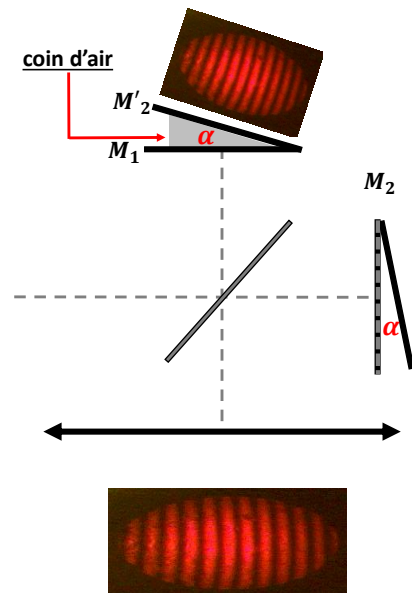
Si $e = 0$ les miroirs M_1 et M'_2 sont confondus et l'écran est uniformément éclairé



III. Interféromètre de Michelson réglé en coin d'air

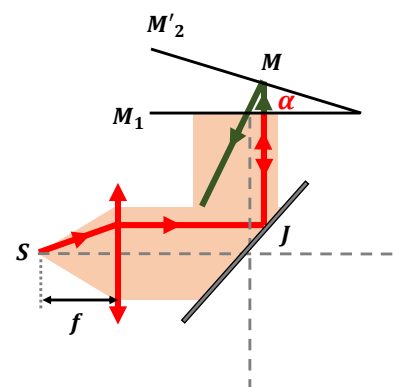
III.1. Définition et observation des franges

- À partir du contact optique, on modifie l'orientation du miroir M_2 d'un angle $\alpha \approx 10^{-3} \text{rad}$. Les deux miroirs M_1 et M'_2 ne sont plus confondus, ils emprisonnent un coin d'air : on dit que le Michelson est réglé en « coin d'air ».
- Les franges d'interférences sont rectilignes et localisées sur une surface voisine du coin.
- À l'aide d'une lentille de projection, on peut projeter le système d'interférences sur un écran et déduire la valeur de l'interfrange.



III.2. Parcours d'un rayon incident dans l'interféromètre

- On obtient deux rayons émergents (1) et (2) correspondant à un même rayon incident SJ.
- Ces rayons divergent à la sortie de l'interféromètre en semblant provenir de M, point très proche du coin d'air où les rayons se superposent virtuellement pour créer des interférences.



III.3. Différence de marche et ordre d'interférences

Déterminer la différence de marche entre les deux rayons (1) et (2). Dédire l'ordre d'interférences ainsi que l'intensité lumineuse en un point M .

Les deux faisceaux qui sortent du Michelson se rencontrent au point M

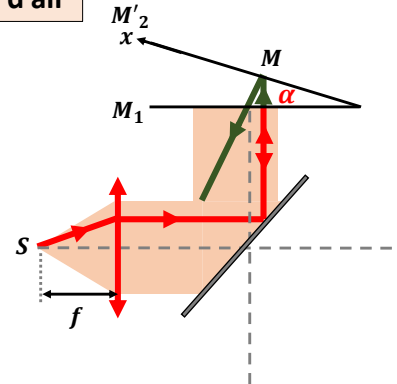
⇒ Le système d'interférences est localisé au voisinage du coin d'air

La différence de marche $\delta(M) = 2e(x) = 2\alpha x$

L'ordre d'interférences $P(M) = \frac{2\alpha}{\lambda_0} x$

L'intensité lumineuse s'écrit:

$$\Rightarrow I(M) = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + \cos \left(\frac{4\pi\alpha}{\lambda_0} x \right) \right\}$$



Dédire que le système d'interférences est formé par des franges rectilignes et déterminer l'expression de l'interfrange.

$$P(M) = \text{cte} \Rightarrow x = \text{cte}'$$

⇒ Le système d'interférences est constitué par des franges rectilignes alternées sombre et brillantes, localisées au voisinage du coin d'air, d'interfrange i

$$P(M) = \frac{2\alpha}{\lambda_0} x \Rightarrow \Delta P(M) = \frac{2\alpha}{\lambda_0} \Delta x \Rightarrow 1 = \frac{2\alpha}{\lambda_0} i \Rightarrow i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

Comment peut-on mesurer expérimentalement l'interfrange ?

À l'aide d'une lentille de projection, on peut projeter le système d'interférences sur un écran et déduire la valeur de l'interfrange.

$$\Rightarrow i_{\text{écran}} = |\gamma| \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

$|\gamma|$ Grandissement de la lentille

