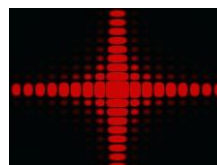


INTRODUCTION AU MONDE QUANTIQUE

I. La dualité onde-particule

I.1. La dualité onde-particule de la lumière

Les phénomènes d'interférences et de diffraction de la lumière montrent un aspect ondulatoire.

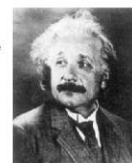
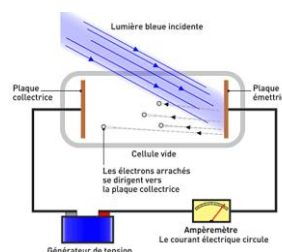


Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ Longueur d'onde λ Fréquence $\nu = c/\lambda$

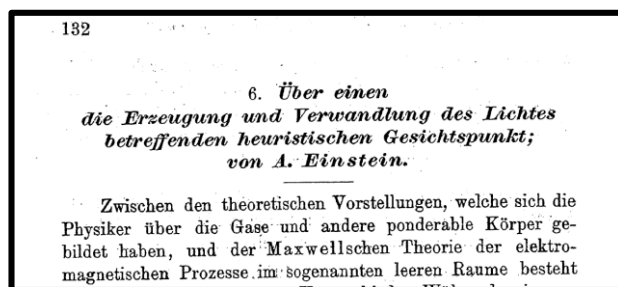
Cependant, d'autres phénomènes ne peuvent être interprétés que si l'on admet l'existence de « particules de lumière », que l'on appelle les photons.

L'effet photoélectrique: C'est l'émission d'électrons par un métal lorsqu'il est éclairé par un rayonnement du domaine visible ou ultraviolet.

- Le phénomène n'existe que si la fréquence du rayonnement est supérieure à une fréquence seuil ν_S qui dépend de la nature du métal.
- Si la fréquence est plus petite que ν_S il n'y a pas d'effet photoélectrique, même si le faisceau est très intense



En 1905, Albert Einstein proposa une interprétation théorique de l'effet photoélectrique publiée dans **Annalen der Physik**, vol. 17, no 6, 1905, p. 132–148. Il supposa que le rayonnement est constitué de grains de lumière d'énergie $E = h\nu$ (h est la constante de Planck) appelé quantum de lumière ou photon.



- L'hypothèse de base de la théorie d'Einstein est qu'un électron du métal peut absorber un seul quantum de lumière ou photon.
- L'électron est arraché du métal si l'énergie du photon $E = h\nu$ est supérieure à une valeur minimale dépendant du métal appelée travail d'extraction W .

La condition $E > W$ se traduit par : $\nu > \nu_s = W/h$.

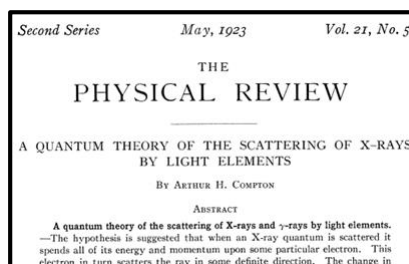
⇒ La théorie d'Einstein explique ainsi l'existence de la fréquence seuil.

De plus elle prédit que l'énergie cinétique maximale emportée par l'électron est :

$$E_{c,max} = E - W = h(\nu - \nu_s)$$

La diffusion Compton:

Le phénomène qui finit de convaincre la communauté scientifique de l'existence de particules associées au rayonnement électromagnétique est la diffusion Compton découverte par Arthur Compton en 1922.

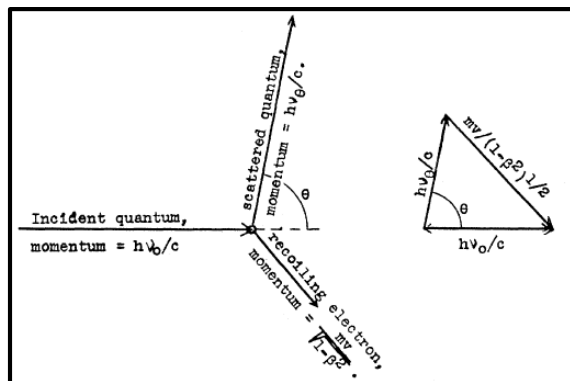


Classiquement on explique la diffusion des ondes électromagnétiques par le fait que les électrons contenus dans la matière sont mis en mouvement sous l'action du champ électromagnétique de l'onde incidente. L'onde diffusée est créée par les électrons qui oscillent à la fréquence de l'onde incidente. L'onde diffusée a donc la même fréquence que l'onde incidente.

En envoyant des rayons X de longueur d'onde $\lambda = 0,071 \text{ nm}$ sur une cible de carbone, A. Compton observa un rayonnement diffusé de longueur d'onde différente de la longueur d'onde incidente, en contradiction avec la théorie classique.

A. Compton put interpréter les résultats expérimentaux en faisant l'hypothèse d'une collision entre un électron contenu dans l'échantillon et une particule arrivant avec le rayonnement incident appelée photon doté de l'énergie $E = h\nu = hc/\lambda$ et de la quantité de mouvement $P = h\nu/c = h/\lambda$

Au cours de cette collision le photon perd une partie de son énergie, ce qui explique qu'il repart avec une énergie $E' < E$, donc une fréquence $\nu' < \nu$ et une longueur d'onde $\lambda' > \lambda$.



Phys. Rev. 21, 483 – Published 1 May 1923

La lumière a un aspect ondulatoire (interférences ...) et a aussi un aspect corpusculaire (effet photoélectrique ...).

⇒ Ce double comportement est appelé **dualité onde-particule de la lumière**.

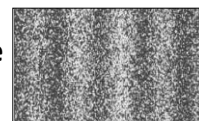
I.2. La dualité onde-particule de la matière

En 1923 Louis De Broglie postula l'existence pour toute particule d'une onde de matière de longueur d'onde, appelée **longueur d'onde de De Broglie de la particule**, donnée par la relation De Broglie: $\lambda_{DB} = h/P$

où P est la quantité de mouvement (ou impulsion) de la particule et h la constante de Planck.



- En 1927, les américains C.J. Davisson et L. Germer apportent la première preuve expérimentale de l'idée de De Broglie, en observant la diffraction d'un faisceau d'électrons par un monocristal de nickel [1].
- En 1988, des chercheurs japonais ont réalisé une expérience d'interférences d'électrons analogue à l'expérience des fentes de Young [2]



L'impact de chaque **électron** représenté par une tache quasi-ponctuelle exprime l'aspect **corpusculaire** et la figure d'interférences exprime l'aspect **ondulatoire**.

⇒ Ce double comportement est appelé **dualité onde-particule de la matière**.

II. Fonction d'onde et probabilité

II.1. Analyse d'une expérience d'interférences quantiques

L'expérience des fentes d'Young avec des électrons a été réalisée par plusieurs chercheurs.

On note que :

- L'écran (film fluorescent) enregistre l'impact de chaque électron, un électron étant représenté par un point sur la l'écran : **ceci prouve l'aspect corpusculaire des électrons.**
- Une figure d'interférences se construit progressivement au fur et à mesure que les électrons s'accumulent dans l'écran : **ceci prouve l'aspect ondulatoire des électrons.**

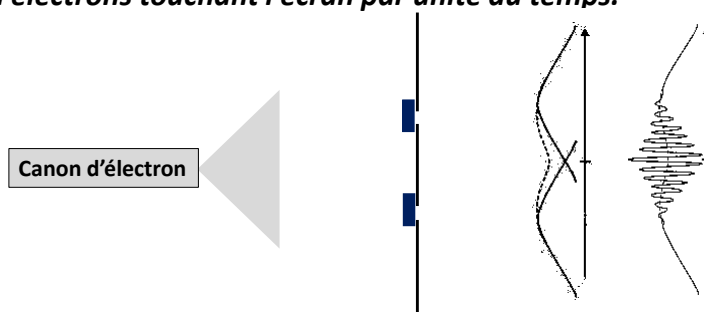


Interprétation purement corpusculaire

La situation peut être considérée comme la superposition des deux situations :

- situation 1 : il n'y a que la fente **F1**, la particule peut parvenir en **M** en passant par la fente **F1** (soit $P_1(M)$ la probabilité de trouver l'électron en **M**)
- situation 2 : il n'y a que la fente **F2**, la particule peut parvenir en **M** en passant par la fente **F2** (soit $P_2(M)$ la probabilité de trouver l'électron en **M**)

Remarque : les probabilités ici sont au sens classique, $P(M) = n(M)/n_{tot}$ où $n(M)$ représente le nombre d'électrons par unité du temps qui touchent l'écran au point **M** et n_{tot} est le nombre total d'électrons touchant l'écran par unité du temps.



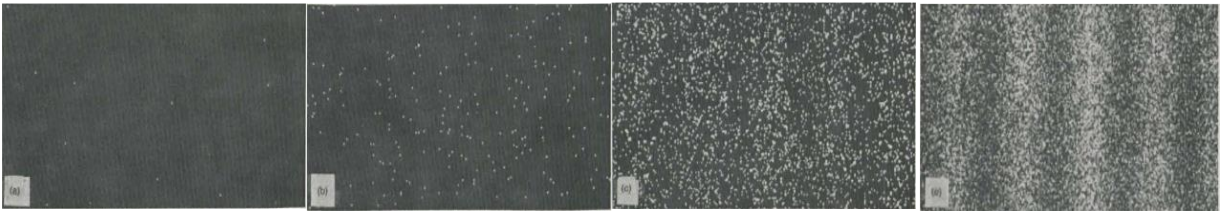
Lorsque les deux fentes sont ouvertes, on s'attend, dans cette approche corpusculaire, à une probabilité totale qui soit la somme des probabilités : $P(M) = P_1(M) + P_2(M)$.

La réalité expérimentale est très différente : on observe, dans la zone centrale de l'écran, des franges d'interférences incompatibles avec l'hypothèse : $P(M) = P_1(M) + P_2(M)$

Ce ne sont pas donc les probabilités au sens classique qui s'ajoutent.

Interprétation purement ondulatoire

On peut alors se poser la question de savoir si un électron individuel se comporte comme une onde. Que se passe-t-il si on réduit le flux d'électrons de façon qu'ils arrivent un par un ? Dans une approche ondulatoire, en diminuant le flux incident, par analogie avec l'optique à faible intensité, on devrait observer une figure d'interférences moins intense.



On observe au contraire que chaque électron donne lieu à un impact quasi-ponctuel et non à une figure d'interférences. L'approche purement ondulatoire semble donc à proscrire.

Cependant, ces impacts ponctuels successifs reconstituent, pour un temps d'exposition suffisamment long, la figure d'interférences.

Conclusion

- La lumière et la matière ne se comportent ni totalement comme des corps, ni totalement comme des ondes. Selon l'expérience réalisée, la lumière et la matière présentent un comportement ondulatoire ou particulaire.
- Il n'existe pas de description classique cohérente, en termes d'onde ou de particule, permettant d'interpréter les différents phénomènes observés.
- La mécanique quantique a été élaborée de façon à donner une description unique et précise de tous les phénomènes observés, qu'il s'agisse de la lumière ou de la matière. On parle alors de particule quantique.

II.2. Fonction d'onde

La description complète de l'état dynamique d'une particule quantique, de masse m , à un instant t dans un référentiel $\mathcal{R}$, se fait au moyen d'une fonction d'onde $\Psi(M, t)$ à valeurs complexes. La probabilité de présence de la particule, à l'instant t , dans un volume mésoscopique $d\tau$ centré au point M est donnée par la relation :

$$dP(M, t) = \Psi(M, t)\Psi^*(M, t)d\tau = |\Psi(M, t)|^2 d\tau$$

$$dP(M, t) = \Psi(M, t)\Psi^*(M, t)d\tau = |\Psi(M, t)|^2 d\tau \quad |\Psi(M, t)|^2 \text{ est la densité de probabilité de présence.}$$

Notons $\mathcal{D}$ le domaine de l'espace accessible à la particule. Celle-ci se trouve certainement dans le domaine $\mathcal{D}$. Cela se traduit mathématiquement par la **relation de normalisation** suivante :

$$\int_{\mathcal{D}} |\Psi(M, t)|^2 d\tau = 1.$$

Remarques :

- Par état dynamique de la particule, on entend la totalité des grandeurs physiques qui caractérisent le mouvement de la particule dans le référentiel $\mathcal{R}$: en particulier la position, la quantité de mouvement, le moment cinétique ou encore l'énergie de la particule.
- Conformément au programme, on se limitera à des problèmes unidimensionnels où la fonction d'onde ne dépendra que d'une seule variable spatiale x . La probabilité de présence de la particule, à l'instant t , entre les abscisses x et $x + dx$ est donnée par :

$$dP(M, t) = |\Psi(x, t)|^2 dx$$

Retour sur l'expérience des trous d'Young :

Si on note ➤ $\Psi_1(M, t)$ la fonction d'onde de la particule dans la situation **1**

➤ $\Psi_2(M, t)$ la fonction d'onde de la particule dans la situation **2**

dans l'expérience des fentes de Young qui est la superposition des situations **1** et **2**, la fonction d'onde est :

$$\Psi(M, t) = \Psi_1(M, t) + \Psi_2(M, t)$$

La probabilité de détection de la particule est proportionnelle au carré du module de la fonction d'onde

$$|\Psi(M, t)|^2 = (\Psi_1(M, t) + \Psi_2(M, t))(\Psi_1(M, t) + \Psi_2(M, t))^*$$

$$|\Psi(M, t)|^2 = \Psi_1(M, t)\Psi_1^*(M, t) + \Psi_2(M, t)\Psi_2^*(M, t) + \Psi_1(M, t)\Psi_2^*(M, t) + \Psi_1^*(M, t)\Psi_2(M, t)$$

$$|\Psi(M, t)|^2 = |\Psi_1(M, t)|^2 + |\Psi_2(M, t)|^2 + \underbrace{\Psi_1(M, t)\Psi_2^*(M, t) + \Psi_1^*(M, t)\Psi_2(M, t)}_{\text{terme d'interférences}}$$

Ce résultat s'interprète par l'interférence entre les deux ondes associées à la particule dans les situations **1** et **2**.

III. Quantique ou classique?

III.1. Critère portant sur l'action caractéristique

La limite classique correspond à la situation où l'action caractéristique d'un système physique est très largement supérieure à $\hbar$. La comparaison de l'action caractéristique d'un système et de $\hbar$ donne une indication sur le comportement quantique ou classique du système étudié. Pour déterminer l'action caractéristique d'un système, on pourra utiliser les relations suivantes :

➤ $\text{Action} = \text{énergie} \times \text{durée}.$

➤ $\text{Action} = \text{quantité de mouvement} \times \text{distance}.$ ➤ $\text{Action}^2 = \text{énergie} \times \text{masse} \times \text{longueur}^2.$

III.2. Critère portant sur la longueur d'onde de De Broglie

Comme nous l'avons fait remarquer plus haut, les effets quantiques se manifestent dès que la longueur d'onde de De Broglie n'est plus négligeable devant les distances caractéristiques du système.

On considérera que les effets quantiques sont négligeables lorsque la longueur d'onde de De Broglie est inférieure de plusieurs ordres de grandeur aux distances caractéristiques du système étudié.

Principe de correspondance de Bohr

Le rapprochement des prédictions quantique et classique dans la limite classique correspond au principe de correspondance de Bohr : Dans les conditions où les résultats classiques et quantiques doivent concorder, la théorie quantique doit se ramener au résultat classique.

IV. Principe d'indétermination de Heisenberg ou inégalité de Heisenberg

En mécanique quantique, le principe d'indétermination, aussi connu sous le nom de principe d'incertitude de Heisenberg, désigne toute inégalité mathématique affirmant qu'il existe une limite fondamentale à la précision avec laquelle il est possible de connaître simultanément deux propriétés physiques d'une même particule ; ces deux variables dites complémentaires peuvent être sa position et sa quantité de mouvement : $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$

Il existe également une relation d'incertitude portant sur l'énergie d'une particule et la variable temps. Ainsi, la durée Δt nécessaire à la détection d'une particule d'énergie E à ΔE près vérifie la relation :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$

Un état stationnaire est invariant dans le temps, peut être caractérisé par un temps caractéristique d'évolution infini : $\Delta t \rightarrow \infty$ Il en résulte que $\Delta E \rightarrow 0$.

On retiendra le résultat : *L'énergie associée à un état stationnaire est parfaitement définie.*